A. Buhl. — Nouveaux Eléments d'Analyse. Calcul infinitésimal. Géométrie. Physique théorique. Tome II. — Un volume gr. in-8° de vi-216 pages et 27 figures. Prix: 90 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1938.

Autor(en): **Fehr, H.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **37 (1938)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

A. Buhl. — **Nouveaux Eléments d'Analyse.** Calcul infinitésimal. Géométrie. Physique théorique. Tome II. — Un volume gr. in-8° de VI-216 pages et 27 figures. Prix: 90 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1938.

Le Tome premier de cet ouvrage a été analysé dans notre dernier volume (p. 130). Il s'agit toujours du Cours d'Analyse infinitésimale de la Faculté des Sciences de Toulouse.

M. Buhl considère, avec beaucoup d'autres auteurs, qu'il y a une Analyse physique actuelle dont les éléments doivent faire partie de l'enseignement de l'Analyse tout court. C'est ainsi que ce dernier doit comprendre des notions de Calcul différentiel absolu.

Il y a aussi des oppositions sur lesquelles un mathématicien enseignant doit absolument s'expliquer. Joseph Boussinesq, guidé surtout par des considérations physiques, disait que les fonctions « avaient tout intérêt à avoir des dérivées ». Et voici qu'un savant actuel, M. Arnaud Denjoy, n'hésite pas à écrire: « La notion de dérivée est physiquement fausse ». Cette contradition est toute apparente et ne signifie pas que l'Analyse est partagée en domaines inconciliables. Elle signifie que de nombreuses généralisations ont abandonné les anciennes notions de continuité. Il faut savoir les retrouver, les reconstruire, en connaissance de cause, et faire place à ces fameuses discontinuités *quantiques* qui sont partout et que personne n'a le droit d'ignorer.

Le tome I ayant été consacré aux « Variables réelles », celui-ci l'est aux « Variables complexes ». Ce n'est pas le cas d'abandonner les dérivées. Dans un Chapitre préliminaire l'auteur fait, en raccourci, une Théorie des fonctions qui part des notions de parité et d'imparité, les généralise sous forme *cyclique*, passe par l'équation fonctionnelle $\varphi(ax) = b\varphi(x)$, ce qui permet d'atteindre immédiatement les fonctions simplement et doublement périodiques tout en observant que l'équation en litige admet des cas quantiques, à forme spéciale, quand a et b sont racines d'ordre n de l'unité. La même équation admet d'ailleurs, à la fois, des solutions analytiques et des solutions non-analytiques. D'autre part, elle est un cas particulier de l'équation d'Abel, laquelle permet d'atteindre aux fonctions modulaires et automorphes. Tout ceci, dans un seul chapitre, montre que la Science est survolée de haut, sans recherche préliminaire des détails et de la rigueur dont il faudra bien cependant se préoccuper ensuite. Mais il y a un bénéfice indéniable dans ces vues panoramiques. Elles expliquent comment des esprits, très jeunes mais bien doués, peuvent s'élever rapidement jusqu'aux limites de la connaissance mathématique et faire, sans longs tâtonnements, de très beaux apports dans ces régions limites.

Le Chapitre II est intitulé: Analyticité, Uniformité. Isogonalité. Il ne distingue pas immédiatement la monogénéité selon Cauchy de l'analyticité taylorienne de Weierstrass. Ces choses, longtemps confondues, ne le sont plus à l'heure actuelle grâce à d'ingénieux efforts séparateurs dus à M. Emile Borel, efforts qui ont abouti à la conception du *quasi-analytique.* Toutefois il n'est guère indiqué de commencer par là. Restons donc, d'abord, aux conditions de Cauchy, à l'équation de Laplace et à la représentation conforme entendues à la manière classique. Non cependant sans rencontrer déjà des opérateurs différentiels, à retrouver, au Chapitre VII, dans les récentes Théories de la lumière selon Dirac et Louis de Broglie. Ainsi le domaine analytique et le domaine lumineux seront des domaines fondamentaux et naturellement associables.

Le Chapitre III est consacré aux séries. Séries entières. Séries de fractions rationnelles avec des aboutissements tels que la fameuse fonction $\zeta(s)$ de Riemann.

Le Chapitre IV traite des résidus et de leurs applications. Il va jusqu'à la croissance des fonctions entières envisagée surtout sur la fonction $E_\alpha(x)$ de Mittag-Leffler, fonction qui ne croît indéfiniment que dans un angle d'ouverture $\alpha\pi$. C'est le chemin vers les fonctions entières, d'apparence paradoxale, qui semblent contredire le théorème de Liouville et qui cependant sont d'accords avec lui si l'on envisage la notion de chemin d'infinitude dans un esprit suffisamment subtil. Un peu plus loin, exemple de lignes singulières et de fonction quasi-analytique dont des intégrales définies très simples font tous les frais.

Le Chapitre V traite de la double-périodicité et de l'homographie, les deux choses étant liées de plusieurs manières, notamment par la fonction modulaire. Mentionnons les angles au point de vue projectif et la Géométrie de Cayley, timide esquise d'un Univers projectif.

Le Chapitre VI a trait aux Intégrales doubles à la Cauchy et à la Sommabilité. Réflexions philosophiques sur la divergence dépourvue de sens à laquelle correspondent cependant des procédés d'ordination sensés. Que de problèmes mal posés, dans l'infini philosophique, sont peut-être susceptibles de recevoir de telles corrections.

Le Chapitre VII et dernier est intitulé: Charles Hermite et la Physique théorique. C'est ainsi le chapitre des opérateurs *hermitiques*. Ceux-ci suffisent à indiquer les ponts entre équations canoniques, équations de Maxwell, Gravifique et Mécanique ondulatoire.

L'accord avec l'ouvrage de M. Léon Brillouin, analysé plus haut, est remarquable, bien que M. Buhl, chargé d'un enseignement d'Analyse n'ait pu faire, à la Physique théorique, qu'une place réduite. Du moins cette place est-elle très logiquement délimitée. H. FEHR.

Georges BOULIGAND. — **Précis de Mécanique rationnelle** à l'usage des Elèves des Facultés des Sciences avec un choix de Problèmes proposés à la Licence et à l'Agrégation et rédigés avec la collaboration de M. Jean Dollon. *Deuxième édition* revue et augmentée. — Un volume gr. in-8° de VIII-344 pages. Prix: 60 francs. Vuibert, Paris, 1937.

Voici seulement douze ans que j'analysais ici-même (**24,** 1924-25, p. 343) la première édition de ce livre. Revu et augmenté, il passe de 282 à 344 pages mais l'esprit n'en a point changé. En relisant ma première analyse, j'ai l'impression qu'il y a douze ans, M. Bouligand était hardi. Ses hardiesses ont triomphé, dans le domaine de la Mécanique et dans d'autres; il devient décidément le grand auteur classique, le digne successeur de Paul Appell.

J'hésite à revenir sur des choses déjà écrites, sur l'élégant emploi des notations vectorielles et sur l'énoncé des principes. Je suis cependant tenté de m'arrêter sur le mouvement à la Poinsot d'abord dégagé de considérations dynamiques.

Quant à la Dynamique analytique, elle repose, tout de suite, sur un extremum intégral; ce premier pas appartient, à la fois, à cette Dynamique et au Calcul des variations. Les lignes géodésiques conduisent aux multiplicités riemanniennes c'est-à-dire aux $ds^2 = g_{ik}dq_i dq_k$. La Mécanique classique est certainement science métrique mais, à partir de ces ds^2, nous