

SOMMAIRE

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

LES TRANSFORMATIONS CIRCULAIRES RÉELLES DU PLAN

PAR

R. SAINT GUILHEM (Paris).

SOMMAIRE

CHAPITRE I. — *Généralités.* — Si l'on met à part les similitudes, toute transformation circulaire Γ se réduit au produit d'une inversion par un retournement (transformations circulaires directes) ou par un déplacement (transformations circulaires inverses). L'ensemble constitue le groupe circulaire total Γ .

CHAP. II. — *Les transformations circulaires directes (groupe $\mathcal{C}$).* — Toute $\mathcal{C}$ admet deux points doubles réels distincts ou confondus. On peut la transformer, par exemple au moyen d'une inversion, en une similitude directe $\mathcal{S}$ dont le rapport k et l'angle α sont les invariants caractéristiques de $\mathcal{C}$ dans le groupe Γ .
Etude des différents types de $\mathcal{C}$. Type réciproque: involution plane.

CHAP. III. — *Les transformations circulaires inverses $\mathcal{C}$.* — Elles se divisent en trois espèces: la première espèce $\mathcal{C}_h$ a deux points doubles réels distincts, et admet pour image une similitude inverse $\mathcal{S}$, dont le rapport k est l'invariant caractéristique de $\mathcal{C}_h$; la deuxième espèce $\mathcal{C}_l$ a deux points doubles confondus et admet pour image un retournement $\mathcal{D}$: elle constitue un seul type intrinsèque; la troisième espèce $\mathcal{C}_r$ n'a pas de points doubles réels, mais elle admet un couple de points conjugués réels; son image est une « antirotation » $\mathcal{T}$ dont l'angle α est l'invariant caractéristique de $\mathcal{C}_r$. L'inversion simple $\mathcal{I}$ est un cas particulier commun aux trois espèces.

CHAP. IV. — *Application à la décomposition des diverses transformations Γ .* — Etude du groupe des transformations ayant les mêmes pôles; décomposition d'une Γ en un produit de deux Γ simples. — Groupe des transformations ayant un point double commun. — Produit de n inversions successives; décomposition d'une $\mathcal{C}$ en un produit de 4 inversions, d'une $\mathcal{C}$ en un produit de 3 inversions.

On se propose ici de rechercher toutes les transformations circulaires ponctuelles et réelles du plan, et de donner ensuite leurs propriétés fondamentales par des voies élémentaires. Dans ce but on démontrera directement que toutes ces transformations admettent un couple réel de points doubles ou de points conjugués; on en déduira la possibilité de représenter chaque transformation circulaire par une autre plus simple (le plus souvent une similitude), dans laquelle sont mises en évidence les propriétés intrinsèques de la première. On obtient ainsi très simplement des résultats essentiels que la méthode classique des affixes imaginaires ne pourrait donner qu'après de longs calculs. En outre la méthode employée ici s'applique sans changement aux transformations sphériques de l'espace à trois dimensions, qui feront l'objet d'une étude faisant suite à celle-ci.

PRÉLIMINAIRES.

§ 1. — Nous supposons connus:

- 1° Les propriétés classiques de l'inversion dans le plan;
- 2° Les définitions relatives aux groupes de transformations géométriques;
- 3° Les théorèmes suivants concernant les similitudes du plan:
 - a) *Toute similitude directe peut être considérée comme le produit d'une homothétie par une rotation autour du centre d'homothétie.* Cette décomposition est possible d'une seule manière; le point double unique ainsi mis en évidence est le *centre* ou *pôle* de similitude. En général, il n'y a pas de droite double ni de cercle double.
 - b) *Toute similitude inverse peut être considérée comme le produit d'une homothétie par une symétrie autour d'une droite passant par le centre d'homothétie.* Ce point ω et cette droite Δ sont dits *centre* ou *pôle* et *axe* de similitude inverse. Ici, il y a, comme tout à l'heure, un point double: le centre ω ; mais il y a *deux* droites doubles: l'axe Δ et la perpendiculaire Δ' à l'axe menée par le centre.

En particulier, on passe d'une figure à une autre directement égale par un *déplacement* qui se réduit à une rotation ou à une