

4. — Rappel des deux principes fondamentaux de la relativité générale.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1935)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ceci suffit pour montrer qu'en général $u_{h|Q}$, loin d'être négligeable vis-à-vis de U_h , est beaucoup plus grand, à cause du facteur R/D , ordinairement très grand dans le cas des corps célestes. On pourra se permettre d'effacer tout bonnement $u_{h|Q}$ devant U_h , seulement dans le cas évident *a priori*, où la masse m_h du corps envisagé serait infiniment petite (corps d'épreuve); ou du moins tellement petite par rapport à m_{h+1} qu'il devienne loisible de négliger le produit des deux rapports m_h/m_{h+1} et R/D . Quoi qu'il en soit, on pourra reconnaître que, dans l'approximation, qui sera bien précisée au n° 5, l'influence relativistique des potentiels intérieurs n'est pas si profonde qu'on pourrait le croire à première vue, et se laisse saisir sans calculs gênants.

4. — RAPPEL DES DEUX PRINCIPES FONDAMENTAUX DE LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE.

La conception dominante de la Relativité générale est l'interdépendance entre les phénomènes — dans notre cas, simplement l'existence et le mouvement des corps célestes — et la nature géométrique de l'espace-temps où ils se passent. Quelles que soient les coordonnées de temps et d'espace x^0, x^1, x^2, x^3 , auxquelles on se rapporte, la forme du ds^2 englobant la métrique à quatre dimensions est

$$ds^2 = \sum_{i,k}^3 g_{ik} dx^i dx^k, \quad (10)$$

les g_{ik} étant des fonctions des x fournies par les circonstances physiques à travers les célèbres équations de gravitation dues à Einstein. C'est le *principe gravitationnel*.

L'autre loi (formulée par Einstein, avant même d'avoir reconnu les liens des g_{ik} avec la matière et son mouvement) est le *principe géodésique*. Il affirme que, dès qu'on a affaire à une métrique (10), le mouvement de tout élément matériel est caractérisé par une *ligne géodésique propre de ce ds^2* . Sous l'aspect analytique c'est comme dire que les mouvements propres (le long desquels $ds^2 > 0$) sont définis par le principe variationnel

$$\delta \int ds = 0. \quad (11)$$

La variation qui doit s'annuler se rapporte, dans l'image géométrique quadridimensionnelle, au passage de la ligne *horaire* dont il s'agit à toute autre ligne infiniment voisine, ayant mêmes extrémités. Il faut donc attribuer, dans (11), aux quatre coordonnées x^0, x^1, x^2, x^3 , des accroissements infiniment petits, sauf la condition de s'annuler aux extrémités. Mais on démontre¹ qu'on peut se passer de faire varier x^0 , puisque, de ce fait, le premier membre de (11) subit une variation, qui s'annule en conséquence des conditions provenant de la variation des trois coordonnées d'espace x^1, x^2, x^3 . Ceci posé, attribuons à (11) une forme équivalente, mais plus avantageuse pour les comparaisons éventuelles avec l'ancienne mécanique. Pour cela il convient avant tout de séparer, dans la somme

$$\sum_{i,k=0}^3 g_{ik} dx^i dx^k,$$

les termes dont les deux indices i, k , ou un seul, sont zéro. On a ainsi de (10)

$$\frac{ds^2}{(dx^0)^2} = g_{00} + \sum_{i=1}^3 g_{0i} \frac{dx^i}{dx^0} + \sum_{i,k=1}^3 g_{ik} \frac{dx^i}{dx^0} \frac{dx^k}{dx^0},$$

et, en posant

$$\mathcal{L} = \frac{ds}{dx^0} = \sqrt{g_{00} + \sum_{i=1}^3 g_{0i} \frac{dx^i}{dx^0} + \sum_{i,k=1}^3 g_{ik} \frac{dx^i}{dx^0} \frac{dx^k}{dx^0}}, \quad (12)$$

on peut écrire la loi du mouvement (11) sous la forme

$$\delta \int \mathcal{L} dx^0 = 0, \quad (11')$$

en y regardant en surplus x^0 comme un paramètre non soumis à variation.

¹ Voir par exemple mes *Fondamenti di meccanica relativistica* (Bologna, Zanichelli, 1928), p. 4.