

H. Courant und D. Hilbert. — Methoden der mathematischen Physik. Erster Band. Zweite Auflage (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XII). — Un vol. grand in-8° de xiv-470 pages. Prix: broché, RM. 29,20; relié, RM...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **30 (1931)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

riser un peu plus les choses. M. Wigner élémentarise encore davantage. Il commence par les vecteurs, les matrices, les transformations linéaires pour arriver aussi aux formes et matrices unitaires de Charles Hermite. Ceci permet d'aborder les fondements de la Mécanique quantique avec la forme énergétique quadratique dont les variables p et q sont seulement soumises à une propriété de multiplication non commutative où figure la constante de Planck. La comparaison de l'équation de Jacobi et du Principe d'Huyghens conduit à l'onde accompagnant le mouvement ponctuel et réciproquement; l'équation de Schrödinger suit sans peine. Vraiment, il n'y a plus là maintenant que des choses banales et semblant définitivement fixées. Les opérateurs et les intégrales multiples dominent, ces dernières pouvant avoir aisément une origine probabilitaire.

Les considérations abstraites sur les groupes sont rendues des plus intéressantes par un premier tableau de six matrices qui sont déduites des trois racines cubiques de l'unité. Tous les produits de ces matrices appartiennent au tableau. D'autres exemples suivent avec la notion de sous-groupe. Les notions intégrales reviennent avec l'intégrale de Hurwitz qui présente des propriétés opératoires très simplement dérivées des propriétés précédentes.

Les représentations *algébriques* des groupes les plus quelconques, tels les groupes de permutations, sont fouillées avec un art tout particulier.

Historiquement, ce sont d'abord des opérations algébriques qui ont été imitées avec des opérateurs de jeu infinitésimal, particulièrement avec des opérateurs de dérivation. On se préoccupe maintenant de retrouver, dans le domaine algébrique, des équivalents de toute coordination, de l'analytique, du continu et l'on y parvient admirablement avec ces variables matricielles qui ne sont que des quantités complexes, d'une nature spéciale, susceptibles d'être écrites en tableaux rectangulaires, quantités qui proviennent de la notion très élémentaire de substitution linéaire et qui, pour des tableaux à un seul élément, se réduisent aux quantités ordinaires.

Dès lors, les liaisons du discontinu et du continu sont rapides. Les ondes, de même qu'elles peuvent donner, à notre échelle, des spectres discontinus, s'accoutument à l'échelle intra-atomique, de phénomènes également discontinus qui ont seulement besoin d'une analyse de groupes plus complexe que celle des déplacements étudiés, par la mécanique ordinaire, à l'échelle vulgaire. N'insistons pas davantage sur le détail des questions. On trouvera dans l'ouvrage de quoi comprendre Heisenberg, Pauli, Dirac, Heitler, Hund, London et autres. La comparaison avec Weyl sera toujours instructive et féconde. Et comme la théorie des groupes, qui remonte à Galois et à Lie, a existé bien avant les explorations intra-atomiques, on pourra considérer, une fois de plus et non sans émerveillement, cet algorithme mathématique qui semble créer des instruments, en dehors de toutes préoccupations utilitaires, jusqu'au jour où ceux-ci rendent les plus éclatants services.

A. BUHL (Toulouse).

R. COURANT und D. HILBERT. — **Methoden der mathematischen Physik.** Erster Band. Zweite Auflage (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XII). — Un vol. grand in-8° de XIV-470 pages. Prix: broché, RM. 29,20; relié, RM. 30,80. Julius Springer, Berlin. 1931.

Encore une seconde édition, obtenue en six ans. Décidément la Physique,

soit mathématique, soit théorique — car ce n'est pas la même chose — passe bien au premier rang des préoccupations scientifiques. L'essor de ces publications est même si grand, elles deviennent si nombreuses que le critique se trouve en présence de séries d'ouvrages pour lesquels il peut craindre de se répéter, au moins sur certains sujets, quand il passe d'un volume aux suivants.

Ainsi le Chapitre premier du livre de MM. Courant et Hilbert traite de l'Algèbre des transformations linéaires et des formes quadratiques. C'est le terrain de ce qui s'appelait, tout-à-l'heure, géométrie unitaire, avec M. H. Weyl. C'est l'algèbre des matrices, des formes quadratiques hermitiennes à réduire à des formes canoniques par un choix d'axes principaux, avec les notions immédiatement adjointes de nombres caractéristiques, de valeurs propres ou principales (Eigenwerte). L'exposé est ici très développé, très clair, aussi voisin que possible d'une algèbre plus élémentaire; on y trouve l'expression majorante approchée d'un déterminant d'après M. J. Hadamard et finalement la notion de *spectre* d'une matrice unitaire.

Le Chapitre II est consacré aux développements en série de fonctions arbitraires. C'est encore la marche classique des transformations unitaires à une infinité de variables. Mais c'est aussi l'espace fonctionnel bientôt substitué à l'espace géométrique; c'est le domaine hilbertien traité par M. Hilbert en personne. Il est inutile de souligner davantage l'originalité d'un tel exposé. La série de Fourier sert de point de départ élémentaire, non sans être en relation avec l'équation fonctionnelle relative à une fonction θ ; elle donne les intégrales de Fourier. Viennent les polynômes de Legendre, ceux de Tschebyscheff en $\cos(n \text{ arc } \cos x)$, ceux de Ch. Hermite et de Laguerre. Puis c'est le procédé sommatoire de Fejér, la formule d'inversion de Mellin, le si curieux phénomène de Gibbs sur lequel nous avons déjà plusieurs fois insisté dans ces analyses bibliographiques.

Ensuite on passe, avec le Chapitre III, aux équations intégrales linéaires. Suivant l'ordre historique l'importance est d'abord du côté de Fredholm mais on examine promptement de nouveaux fondements de la théorie avec Schmidt et Volterra.

Les fondements du Calcul des variations constituent le Chapitre IV. L'origine des équations de la Physique dans ce calcul, si naturellement générateur d'équations différentielles et d'équations aux dérivées partielles, est, en effet, chose de première importance. Il équivaut, à bien des points de vue, au Calcul tensoriel. De plus, à côté de l'une des équations différentielles fondamentales de la question, l'équation d'Euler, il y a des considérations d'homogénéité et notamment le fameux et très élémentaire théorème d'Euler sur les variables x_i , les dérivées partielles en x_i , de f , et mf . C'est peut-être là la manière la plus simple d'associer des *variables opératrices* à des opérations de dérivation comme le fait M. Weyl en ayant recours à des considérations probabilitaires. L'exposé va jusqu'à la variation seconde, la condition de Legendre, les problèmes variationnels avec conditions aux limites et l'obtention générale de formes canoniques.

Le Chapitre V est consacré aux problèmes de vibrations et de valeurs propres. La première notion à fixer est celle des *opérateurs* différentiels ou intégraux à propriétés linéaires; c'est maintenant inéluctable, les opérateurs, entrant dans une association, ayant souvent plus d'importance que l'association même. Quant aux valeurs propres, leur rôle est particulièrement simple quand les solutions trigonométriques sont possibles; c'est de là qu'il

faut partir pour s'élever au phénomène quelconque qui, de ce fait, peut toujours conserver une certaine allure ondulatoire. Il peut, de même, avoir un *spectre* de valeurs propres continu ou discontinu. La *fonction de Green* est essentielle pour le passage des équations différentielles aux équations intégrales, passage qui codifie toutes les solutions en forme d'intégrales définies que beaucoup d'anciennes théories semblaient tenir d'un heureux hasard.

Le Chapitre VI applique le Calcul des variations aux problèmes précédents, ce qui est encore chose intuitive car, dans les cas très étendus où le calcul se ramène à la considération de systèmes d'équations canoniques, il a alors une structure formelle analogue à celle d'équations qui naissent de la transformation des intégrales multiples. Une telle constatation va de Liouville à Weyl.

Enfin le Chapitre VII traite des fonctions spéciales définies par les problèmes précédents. Bessel, Hankel, Neumann ont attaché leur nom à d'élégantes fonctions peu éloignées, en somme, de l'exponentielle et de ses formes trigonométriques, à condition d'une ample intervention de la fonction gamma employée comme agent de liaison. A Legendre et à Laplace nous devons surtout les fonctions sphériques. Tschebyscheff, Hermite, Laguerre firent des choses surprenantes, à partir d'équations linéaires, en employant les méthodes de Cauchy. Les fonctions harmoniques se révèlent tout aussi curieuses avec Maxwell et Sylvester. Et le volume se termine sur de jolies figures et d'élégantes formules. On aimerait continuer à parcourir un aussi attachant paysage. Heureusement tout ceci n'est qu'un premier tome et M. R. Courant, en terminant une courte préface, nous promet, pour bientôt, la suite de ce lumineux exposé. A. BUHL (Toulouse).

A. G. WEBSTER und G. SZEGÖ. — **Partielle Differenzialgleichungen der mathematischen Physik** (Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen). — Un vol. gr. in-8° de VIII-529 pages et 98 figures. Prix: relié, RM.28. B.-G. Teubner, Leipzig et Berlin. 1930.

Ceci n'est pas précisément une traduction mais plutôt une refonte, due au Prof. Dr Szegö, de l'ouvrage de A. G. Webster: *Partial differential Equations of Mathematical Physics* (Teubner, 1927). Le plan diffère nettement de celui du livre précédemment analysé dû à MM. Courant et Hilbert.

Le Chapitre premier est consacré à la formation, à l'énumération des principales équations de la Physique mathématique. Les méthodes sont vectorielles ou bénéficient de simplicités d'origine vectorielle. Il semble que des simplifications plus grandes encore auraient pu être obtenues par des méthodes tensorielles, les formules stokiennes de l'espace à quatre dimensions ayant un pouvoir de synthèse particulièrement remarquable et une génération en accord avec les premiers principes du Calcul intégral; c'est ainsi, par exemple, que les équations électromagnétiques de Maxwell ont une structure contenue, à l'état latent, dans le concept même d'intégrale triple. Faut-il ajouter qu'il n'y a là aucune critique; les auteurs pourraient d'ailleurs prétendre qu'ils ont songé plus à des constructions physiques tangibles qu'à des synthèses relevant de la géométrie de l'hyperespace cependant invoqué ici et dans la suite.

Le cachet original et moderne s'affirme, dès le Chapitre II, avec les équations