

E. Cartan. — Leçons sur la Géométrie projective complexe publiées d'après des Notes recueillies et rédigées par M. F. Marty (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule X). — Un vol. gr. in-8° de viii-326 pages. Prix: 8...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **30 (1931)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

N'oublions pas les magnifiques planches de l'ouvrage. Elles nous donnent d'excellents, d'émouvants portraits et aussi des autographes qui, pour la plus grande partie, sont d'une écriture bien formée ou, tout au moins, très lisible. Chez des mathématiciens, une enquête graphologique analogue ne donnerait peut-être pas d'aussi bons résultats. Et comme pour corroborer cette opinion, il faut reconnaître qu'une lettre particulièrement mal écrite est de Jérôme de Lalande. Ce dernier a d'ailleurs mis les mots: Monsieur et cher Confrère, en évidence, comme il convient, mais à la fin de sa rédaction. Au début, rien.

Ces quelques citations, nous l'espérons, ne paraîtront pas sans charmes. Mais il faut se reporter à ces deux admirables volumes pour bien apprécier toutes les leçons et toute la sereine philosophie qui s'en dégage. Ils constituent vraiment une très belle et très grande histoire de la Science vue à travers la psychologie de ceux qui la font.

A. BUHL (Toulouse).

E. CARTAN. — **Leçons sur la Géométrie projective complexe** publiées d'après des Notes recueillies et rédigées par M. F. Marty (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule X). — Un vol. gr. in-8° de VIII-326 pages. Prix: 80 francs. Gauthier-Villars & C^{ie}, Paris, 1931.

Cette Géométrie possède des traits essentiels qui remontent à von Staudt; elle comprend une géométrie *unitaire* que M. H. Weyl met à la base des recherches sur les groupes et la mécanique quantique. Elle se développe aussi avec le calcul des matrices selon d'élégants procédés dus, pour la plus grande partie, à Charles Hermite. M. Elie Cartan, en nous proposant de l'étudier sans nous écarter du point de vue géométrique, nous offre un terrain très fécond par lui-même et sur lequel on pourra également bâtir la Physique théorique des spectres révélant le monde sous-atomique.

Il fut un temps où les expressions « géométrie projective » et « géométrie métrique » semblaient s'exclure. Les prodigieux progrès dus à la notion d'espace de Riemann ont changé cet état de choses; il fallut seulement s'entendre sur la manière de généraliser les ds^2 tantôt susceptibles d'être conservés sous la forme pythagoricienne ou sous une forme analogue tantôt demandant à être étendus selon les idées hermitiennes par l'introduction de variables imaginaires conjuguées. C'est précisément parce que les préoccupations géométriques de l'heure présente sont toujours *métriques* en quelque manière qu'elles peuvent être, en même temps, *physiques*, la Physique étant, par excellence, une science de mesure, une science essentiellement métrique.

La Science de l'avenir est dans de telles remarques; ce qui serait extraordinaire, déconcertant au possible et même contraire au vulgaire bon sens, ce serait que la Physique, science essentiellement métrique comme nous venons de le dire, puisse s'élaborer indépendamment de l'évolution des métriques.

Revenons toutefois, d'une manière un peu plus précise, au bel ouvrage de M. Elie Cartan. Il ne s'agit que des transformations

$$x'_i = a_{ik} x_k, \quad \bar{x}'_i = a_{ik} \bar{x}_k \quad (1)$$

où l' x surmonté d'un tiret est imaginaire conjugué de x . L'ensemble de ces *homographies* ou *antihomographies* forme évidemment un groupe, mais

quelle richesse dans celui-ci. Ainsi la droite complexe équivaut au plan de Cauchy. Des *antiinvolutions* conduisent déjà à des notions métriques car leur itération s'exprime par une expression exponentielle; au *produit* des transformations correspondent, en exposant, des propriétés additives qui sont celles appartenant aux *distances*.

Ecrire les variables, dans les transformations (1), est d'importance secondaire. L'essentiel est dans le tableau des coefficients, c'est-à-dire en des *matrices* dont le produit, en général, n'est pas commutatif. Il n'y a là aucune généralisation scabreuse; cette non-commutativité se retrouve partout comme accompagnant l'homogénéité, car les équations (1) sont homogènes. Si les transformations, sous la forme matricielle, peuvent être décomposées en facteurs matriciels plus simples, comme c'est déjà le cas pour les rotations euclidiennes, nous pénétrons l'essence, le substratum de ces transformations comme on pénètre la structure des nombres entiers ordinaires en les décomposant en facteurs premiers. Quelle belle justification de l'aphorisme qui veut que la découverte d'une harmonie numérique soit aussi importante que l'élaboration d'une cosmogonie.

On voit quel merveilleux instrument de synthèse et d'analyse est constitué par le groupe (1), ce que la première partie de l'ouvrage, consacré à la droite projective complexe, suffit à montrer. Mais les horizons s'élargissent encore et presque à perte de vue dans une deuxième partie consacrée à la géométrie projective complexe à plusieurs dimensions. C'est ici que l'espace riemannien prend de nombreuses propriétés de symétrie qu'on est loin de soupçonner si l'on s'en tient à sa définition générale. Entre cet espace général et l'espace euclidien ordinaire, les comparaisons sont lointaines. Que de détails riemanniens s'évanouissent dans la géométrie d'Euclide; ils se conservent mieux dans les cas intermédiaires des géométries hermitiennes elliptique ou hyperbolique et peuvent aussi correspondre à des géométries souvent étudiées à part telles celle du complexe linéaire ou celle des sphères orientées. C'est d'ailleurs la possibilité de l'insertion de ces géométries intermédiaires qui rattache à la Gravifique générale les théories quantiques ou, ce qui revient au même, la Mécanique ondulatoire. M. Elie Cartan ne s'est pas engagé dans ces considérations physiques proprement dites mais il a écrit un dernier chapitre qui permettrait facilement de raccorder son bel exposé avec ceux de Weyl ou de Wigner analysés plus haut (pp. 163-165). Certes les théories quantiques et ondulatoires sont d'un merveilleux intérêt mais, après avoir étudié l'exposé de M. Cartan, on peut se demander si presque tout cet intérêt ne vient pas de la Géométrie pure. A. BUHL (Toulouse).

Harris HANCOCK. — **Foundations of the Theory of Algebraic Numbers.** — Volume I. Introduction to the general Theory. — Un volume in-8° de xxvii-602 pages. Prix: \$8.00. The Macmillan Company, New-York, 1931.

Admirable ouvrage précédé d'une Introduction que j'ai d'abord eu envie de traduire purement et simplement. Je ne le ferai cependant pas; la critique bibliographique doit être plus originale mais c'est avec une satisfaction non dissimulée que je vois confirmer, une fois de plus, par un des maîtres de l'Analyse algébrique et de l'Arithmétique supérieure, les vues esthétiques et les aperçus philosophiques qui ont toujours été défendus ici. L'Arithmétique est un don divin (a divine gift) touchant à la Science d'un côté, à la Philosophie de l'autre; bien que la vérité semble souvent être un vain mot,