6. — Systèmes ∞^3 de suites de points.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **29 (1930)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.**

PDF erstellt am: **27.04.2024**

contenant une droite distinguée (image de la droite n), et les droites génératrices de v_3 émanantes de cette droite distinguée.

Remarquons que la variété v_3 comme lieu de plans en E_5 se correspondant à elle-même par dualité, aux ∞^3 points de la variété (dont chacun est sur un plan générateur) correspondent ∞^3 E_4 (dont chacun contient un plan générateur). Ce sont précisément les E_4 dont nous venons de parler.

Considérons ensuite un système ∞^4 défini par une suite de droites N régulière. Les suites de points singulières du système sont celles dont les points sont sur les droites correspondant à leurs paramètres (voir la fin du numéro précédent). Ces suites singulières se trouvent assemblées en faisceaux, à savoir ∞^1 faisceaux du type IV *b*, chacun formé par les points d'une droite de N associé au paramètre de cette droite et un faisceau du type IV *a*, formé par le point de N associé à tous les paramètres binaires.

Dans l'E_4, image de N, la variété représentative de ces suites singulières est donc une surface réglée possédant ∞^1 droites génératrices, images des faisceaux du type IV *b* et une droite directrice, image du faisceau du type IV *a*. Cette surface étant l'intersection de E_4 et de la variété v_3 du troisième ordre (voir le numéro suivant) est elle-même du troisième ordre. Il s'agit donc d'une *surface normale réglée du troisième ordre en* E_4 et sa directrice est celle découverte par VERONESE.

6. — SYSTÈMES ∞^3 DE SUITES DE POINTS.

La remarque du numéro précédent nous permet de définir chaque système linéaire par un nombre d'équations. Ainsi un système ∞^3 de suites de points pourra être défini comme système de toutes les suites de points qui sont en même temps en involution avec deux suites de droites différentes, c'est-à-dire avec le faisceau défini par ces deux suites.

Dans le cas général ces deux suites sont régulières, ont leurs centres différents et ne sont pas perspectives. Elles engendrent donc une conique non dégénérée, lieu de points, et douée d'une représentation paramétrique [voir le numéro 3 (15)]. Les suites de droites projetant cette conique de ses différents points forment le faisceau en question. Considérons une droite non tangente de la conique. Elle la coupe en deux points différents p_1 et p_2 aux paramètres binaires τ_1 et τ_2. Les suites de points sur cette droite qui donnent aux points p_1 et p_2 les paramètres τ_2 et τ_1 forment un faisceau (du type III) dont chaque suite est évidemment en involution avec chaque suite de droites du faisceau envisagé.

J'appelerai *suite de points de deuxième ordre* la figure géométrique formée par l'ensemble d'une conique lieu de points et d'une quelconque de ses représentations paramétriques. Les considérations précédentes nous permettent alors d'énoncer le théorème suivant: *Un système* ∞^3 *de suites de points est en général associé à une suite de points du deuxième ordre. Les suites singulières du système sont celles formées par les points de la conique et les paramètres binaires correspondants. Le système est engendré par les faisceaux de suites de points du type III joignant deux à deux ces suites singulières.*

Quant à la variété des suites singulières du système, sa représentation paramétrique est immédiate. Soit en effet

$$(un_1 n_2)(r_1 \sigma)(r_2 \sigma) = 0 \tag{21}$$

l'expression analytique de la suite de points du deuxième ordre engendrée par les deux suites de droites définissant le système ∞^3 [Voir l'équation duale (15)]; l'équation:

$$(un_1 n_2)(r_1 \sigma)(r_2 \sigma) \cdot (\sigma\tau) = 0 \tag{22}$$

donnera la représentation cherchée, à chaque valeur du paramètre σ correspondant une suite singulière du système. Or ce paramètre entre au troisième ordre. *Dans l'espace représentatif* E_3 *du système* ∞^3 *l'image de l'ensemble des suites singulières devient donc une cubique gauche.* Il est possible, en partant de cette remarque, d'établir la théorie de la cubique gauche [1].

Comme un espace E_3 coupe v_3 en général le long d'une cubique gauche, un plan la coupera en général en trois points. *La variété* v_3 *est donc du troisième ordre*, résultat déjà indiqué tout à l'heure.

---

[1] Ce sujet a été suggéré par E. Study à la fin de son mémoire: Ueber die Raumkurven 4. Ordnung zweiter Art. *Sächs. Berichte* (1886).