L. Tonelli. — Serie trigonometriche. — Un vol. in-8° de 526 pages; Lires 100; N. Zanichelli, Bologna, 1928.

L. Tonelli. — **Serie trigonometriche.** — Un vol. in-8° de 526 pages; Lires 100; N. Zanichelli, Bologna, 1928.

La théorie des séries trigonométriques a, depuis la publication des *Leçons sur les Séries trigonométriques* de M. H. Lebesgue, été l'objet de si nombreuses recherches et fait de tels progrès qu'une exposition systématique et didactique de l'ensemble des résultats obtenus était devenue nécessaire. M. E. W. Hobson en a donné une en anglais dans le second tome de son monumental ouvrage: *Theory of functions of a real variable* (2 éd. Cambridge, University Press, 1926). M. Tonelli en donne une seconde dans l'ouvrage qu'il vient de publier chez Zanichelli.

M. Tonelli a voulu que son livre ou tout au moins certains chapitres pussent être lus par un débutant; il a voulu, d'autre part, que le livre contint un exposé des progrès les plus importants de la théorie et fut utile aux chercheurs. Je crois pouvoir affirmer que ce double but est largement atteint. Cependant, sur certains points, M. Tonelli a du se restreindre, pour ne pas augmenter démesurément le nombre des pages. C'est ainsi qu'il s'excuse dans la préface de n'avoir pu exposer les recherches de Denjoy sur le calcul des coefficients d'une série trigonométrique générale, ni celles de H. Bohr sur les fonctions quasi-périodiques. Oserai-je ajouter qu'une autre restriction que l'auteur s'est imposée est de se borner strictement — trop strictement à mon gré — aux séries trigonométriques. Or, certains théorèmes et certaines méthodes n'acquièrent leur véritable importance que dans le cadre plus général de la théorie des séries de fonctions orthogonales. Quelques indications à ce sujet eussent été utiles au lecteur.

L'ouvrage constitue un instrument indispensable pour celui qui veut étudier la théorie moderne des séries trigonométriques. La rédaction est très soignée, elle se distingue par une grande clarté, une grande précision et un sens didactique très marqué.

Après un court aperçu historique sur les débuts de la théorie, l'auteur aborde dans le chapitre I la théorie des séries trigonométriques générales. Les premiers paragraphes sont consacrés à l'étude des critères de convergence; critères nécessaires, tels celui de Cantor: $a_n^2 + b_n^2 \to 0$; critères suffisants, tel le suivant: $a_n \geq a_{n+1}$, $b_n \geqq b_{n+1}$, $a_n^2 + b_n^2 \to 0$ et ceux que permet d'obtenir la transformation d'Abel; critères nécessaires et suffisants, tels celui de Riemann reliant la convergence de la série

$$\frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

à certaines propriétés de la fonction

$$\sum_1^{\infty} \frac{a_n \cos nx + b_n \sin nx}{n^2} .$$

Le chapitre II traite de la représentation d'une fonction par une série trigonométrique; il établit les conditions nécessaires et suffisantes que Riemann a données pour le développement d'une fonction en série trigonométrique. Il aborde le problème de l'unicité du développement (problème de Cantor) et la question de savoir quand une série trigonométrique donnée est une série de Fourier (problème de Dubois-Reymond).

Le chapitre III traite de la représentation approchée des fonctions par des polynomes trigonométriques; il donne des formules d'interpolation, étudie la sommation de Féjer et la méthode d'approximation de Tchebychev.

Le chapitre IV traite des suites de Fourier, c'est-à-dire des suites a_n, b_n des coefficients de la série de Fourier; en particulier de leur ordre de grandeur. Il aboutit à la démonstration du théorème de Riesz-Fischer, d'après lequel toute série trigonométrique dans laquelle $\sum(a_n^2 + b_n^2)$ converge est la série de Fourier d'une fonction de carré intégrable et aux généralisations de Young et Hausdorff.

L'étude détaillée de la convergence absolue, ordinaire ou uniforme des séries de Fourier fait l'objet du chapitre V. Le lecteur y trouvera tous les critères importants de convergence, anciens ou récents. Les résultats de Kolmogoroff relatifs à la convergence partielle, l'étude de la série conjuguée

$$\sum_1^\infty (b_n \cos nx - a_n \sin nx)$$

et celle du degré d'approximation des séries de Fourier y font chacun l'objet d'un paragraphe.

Le chapitre VI est consacré aux opérations sur les séries de Fourier: addition, multiplication, intégration et dérivation.

Le chapitre VII donne des exemples des diverses singularités que peut présenter une série de Fourier.

Dans le chapitre VIII sont exposées la théorie de l'intégrale de Poisson et celle de l'intégrale de Fourier.

Le chapitre IX expose en 80 pages la théorie des séries trigonométriques doubles qui, comme on le sait, présente sur certains points des différences avec celle des séries simples.

M. Plancherel (Zurich).

Georg Mohr. — **Euclides Danicus.** Amsterdam, 1672. Mit einem Vorwort von Johannes Hjelmsler und einer deutschen Uebersetzung von Julius Pal. — Un vol. in-8° de VIII-36 et 42 p. avec planches. Prix: Kr. 2.50. Andr. Fr. Host. Copenhague. 1928.

Ceci est la reproduction, accompagnée d'une traduction allemande, d'un curieux ouvrage de géométrie constructive publié, à Amsterdam, en 1672, par un certain Georg Mohr qui semble avoir été ensuite rapidement oublié bien qu'il ait prouvé, dans la publication en question, que toute construction pouvant être effectuée par la règle et le compas pouvait l'être par le compas seul. On sait que cette assertion est généralement attribuée à Mascheroni qui l'aurait formulée en 1797. Georg Mohr aurait donc une priorité de 125 ans et rien que le fait d'établir ce point explique le travail exécuté, en 1928, par MM. J. Hjelmsler et J. Pal.

Le texte de Mohr a été reproduit en langue néerlandaise avec la typographie de l'époque; la traduction allemande suit avec les notations géométriques modernes. Pour ceux qui sont habitués à la question géomé-