

**Bertrand Gambier. — Déformation des surfaces étudiées du point de vue infinitésimal (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat ; fasc. XXVI). — Un fascicule gr. in-8° de 60 pages. Prix : 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1927.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **27 (1928)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

nullité. Sur les surfaces ordinaires, elle devient la simple courbure totale attachée aux rayons de courbure principaux, à l'indicatrice, etc. Il s'ensuit que, dans les espaces de Riemann à trois dimensions, il y a des quadriques indicatrices. A ceci se rattache un théorème d'une curieuse exclusivité qui veut que l'espace euclidien soit le seul admettant un système triple orthogonal formé de surfaces totalement géodésiques. Peut être y a-t-il là la dernière et très forte position que tient encore l'espace euclidien devant les autres espaces qui lui font concurrence pour des raisons nettement physiques.

Les Identités de Bianchi représentent sans doute la suprême élégance qui est au fond de toutes ces questions. Sans elles, pas de Théories d'Einstein de même que sans Identité de Poisson il n'y aurait pas d'équations et de propriétés canoniques.

Les coordonnées normales de Riemann permettent de rayonner autour d'un point par arcs de géodésiques et dans des conditions d'approximation qui assurent l'étude du voisinage à des infiniment petits près dont l'ordre est aisément assignable; il y a là une sorte d'étude locale de l'équation différentielle des géodésiques. De telles questions ne vont pas sans certains scrupules de rigueur auxquels M. Cartan a consacré trois Notes placées en fin de l'ouvrage. La possibilité de la représentation géodésique sur l'espace ordinaire est notamment liée à l'étude des conditions initiales associables aux équations différentielles des géodésiques. La courbure riemannienne est une grandeur superficielle, bivectorielle; elle peut devenir linéaire, simplement vectorielle sur de certaines surfaces de discontinuité traversant le domaine riemannien. C'est là une remarque assez inattendue et très importante.

Enfin, dans les espaces normaux à courbure riemannienne négative ou nulle et quant à leurs représentations sur l'espace euclidien, on peut mettre en évidence de curieuses inégalités concernant les  $ds^2$  et même certaines distances finies. Avec les espaces de recouvrement et l'homéomorphie, l'*analysis situs* apparaît à nouveau; cette dernière partie de la science mathématique peut d'ailleurs exiger à elle seule une théorie des espaces de Riemann. Ne remonte-t-elle pas à Riemann lui-même? Il y a, en tout ceci, de merveilleuses liaisons qui, avec le talent habituel de M. Cartan, sont mises en lumière de façon fort esthétique et avec un grand souci de simplicité géométrique.

A. BUHL (Toulouse).

Bertrand GAMBIEP. — **Déformation des surfaces étudiées du point de vue infinitésimal** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXVI). — Un fascicule gr. in-8° de 60 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>, Paris, 1927.

Le beau fascicule de M. Bertrand Gambier donne le frisson quand on se prend à songer aux  $ds^2$  à  $n$  variables après avoir considéré les difficultés qui apparaissent déjà lorsque  $n$  est égal à 2. Cependant ce dernier cas est le plus souple, le plus vraiment géométrique; sa richesse particulière est la plus belle des préfaces quant à l'étude générale des  $ds^2$ . Ici le

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdu dv + Gdv^2$$

est immédiatement accompagné des invariants de Gauss (qui contiennent  $E, F, G$  et leurs dérivées en  $u, v$ ), de Minding (en lesquels  $u$  et  $v$  sont liés), de Beltrami (qui symétrisent, de manière fondamentale, les coefficients transformés  $E', F', G'$ ). La symétrie ne va pas sans les symboles de Christoffel que Gaston Darboux a presque toujours évités systématiquement. C'est d'abord par la considération des invariants ou, en gros, par la comparaison des courbures qu'on voit si des surfaces à  $ds^2$  et à  $ds'^2$  données sont applicables. Mais ceci n'est qu'un hors-d'œuvre. Le premier grand problème est de trouver toutes les surfaces correspondant à un  $ds^2$  donné ; on lui fait correspondre un système aux dérivées partielles, mélange éclectique de formules de Gauss, Codazzi, Darboux, par un raisonnement préliminaire, d'une extrême élégance, qui institue sur une surface des formules analogues à celles de Frenet. Gaston Darboux, pour obtenir l'équation de Monge-Ampère de la déformation, écrivait, avec le  $ds^2$  ci-dessus,

$$dx^2 + dy^2 = ds^2 - dz^2$$

puis exprimait que la courbure du second membre était nulle comme, évidemment, celle du premier. Rarement, à coup sûr, des questions aux développements immenses furent amorcées aussi simplement.

Le rôle des asymptotiques est aussi des plus curieux dans le problème de la déformation ; de telles lignes peuvent rester *rigides*. Weingarten, Darboux ont incontestablement donné des résultats fondamentaux et d'une grande perfection mais non liés. M. Goursat les a réunis par une transformation de Bäcklund. MM. Gau et Gosse ont repris les choses dans un grand esprit de rigueur ; ils ont mis en évidence, ainsi que M. Bertrand Gambier lui-même, le pourquoi des réussites. L'exposé pénétrant de ce dernier nous le fait merveilleusement comprendre.

A. BUHL (Toulouse).

P. APPELL. — **Le problème géométrique des déblais et remblais** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat ; fasc. XXVII). — Un fascicule gr. in-8° de 36 pages. Prix : 15 francs. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>, Paris, 1928.

Si l'éminent auteur de ce fascicule n'avait déjà eu maintes occasions de bien faire connaître le sujet, nous pourrions peut-être commencer par dire que celui-ci, malgré la première apparence, n'est pas relatif à de véritables questions de terrassement. L'art de l'ingénieur est ici très idéalisé : il prête un langage commode à un problème posé par Monge, à propos de volumes, mais qu'on peut finalement rattacher à la géométrie des masses. Le déblai et le remblai sont des masses matérielles équivalentes. On propose de les diviser en éléments correspondants, de même masse, de telle façon que la somme des produits obtenus en multipliant la masse d'un élément du déblai par sa distance à l'élément correspondant du remblai soit un minimum. Pratiquement c'est bien là, si l'on veut, la recherche d'un mode de transport aussi avantageux que possible ; théoriquement, c'est un problème qui relève du Calcul des variations et renferme, en germe, les aperçus géométriques les plus ingénieux et les plus inattendus. Tout d'abord, déblai et remblai n'ont trois dimensions que dans le cas le plus complexe ; ce peuvent être des lignes, puis des surfaces, voire des systèmes ponctuels discontinus d'où