N.-E. Nörlund. — Sur la « Somme» d'une fonction (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXIV). — Un fascicule gr. in-8° de 54 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1927.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1927)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

profondément au mécanisme primordial et intime de la théorie des fonctions. Il y a plus. Les extensions algébroïdes ne vont pas sans identités linéaires et exponentielles, généralement impossibles sans évanouissement complet, absolument analogues à celles introduites par Hermite, Lindemann, Hilbert, dans la Théorie des Nombres, pour étudier des non algébricités telles celles de e et π. Au fond, c'est toujours l'impossibilité de certaines équations qui est en jeu mais la théorie des fonctions algébroïdes paraît précisément être ce qu'il y a de mieux et de plus général, à l'heure actuelle, pour étudier et dominer de haut ces impossibilités. Les formules de l'ouvrage sont fort simples, le sujet ayant autant de naturel que de profondeur.

A. Buhl (Toulouse).

N.-E. Nörlund. — **Sur la « Somme » d'une fonction** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXIV). — Un fascicule gr. in-8° de 54 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1927.

Autre fascicule de belle et compréhensive intuition. Si, ω étant infiniment petit, on cherche à résoudre l'équation à fonction inconnue f,

$$f(x + \omega) - f(x) = \omega\varphi(x)$$

on est évidemment dans le cas de l'intégration ordinaire. La « Somme » de $\varphi(x)$ apparaît, au contraire, lorsque ω est fini. On est alors en présence d'une équation linéaire aux différences et d'une des plus élégantes qui soient. M. Nörlund est un spécialiste des ces théories; rappellons qu'il est l'auteur d'un gros volume de *Vorlesungen über Diffenrenzenrechnung* que nous avons eu le plaisir d'analyser ici-même (T. XXV, 1926, p. 145) et qui développe déjà grandement l'idée de « Somme ». Sur ce point le *Mémorial* servira d'introduction particulièrement heureuse.

Le symbole ordinaire d'intégration est ici remplacé par un S plus général mais que l'on traite, autant que possible, de la même manière. Les polynomes de Bernoulli s'imposent pour « Sommer » des polynomes quelconques; il faut les généraliser pour « Sommer » une fonction entière de nature transcendante d'où des fonctions considérées par Hurwitz, Appell et une élégante intégrale complexe imaginée par Guichard. Plus généralement encore, la fonction f peut être prise égale à une série de terme général de la forme $\varphi(x + n\omega)$, la divergence étant combattue par l'adjonction d'une certaine intégrale définie et de facteurs exponentiels; cette méthode, dans le cas où $\varphi(x)$ égale $1 : x$, conduit à d'importants développements étudiés par Legendre, Poisson et Gauss. La « Somme » de $\log x$ conduit aisément à $\log \Gamma(x)$ et aux propriétés de la fonction Γ. Tout ceci s'étend élégamment au cas où x et ω sont complexes d'où de très intéressantes considérations de non uniformité par rapport à ω. Enfin les méthodes de « Sommation » peuvent être considérablement variées comme l'a, par exemple, montré Hilb en ramenant nombre d'équations aux différences finies à des équations différentielles. N'oublions pas que le sujet remonte à Abel, à ce génial adolescent qui ne sut concevoir que de belles et grandes choses et voyons aussi, dans la présente théorie, un aboutissement spécial et des plus curieux du Calcul des Intégrales définies.

A. Buhl (Toulouse).