L. Schlesinger und A. Plessner. — Lebesguesche Integrale und Fouriersche Reihen. — 1 vol. gr. in 8°, VIII et 229 p.; broché, 14 M.; Walter de Gruyter & Co, Berlin und Leipzig, 1926.

Autor(en): **Mirimanoff, D.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **25 (1926)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

principales d'une telle transformation. Ensuite on arrive sans peine aux directions principales superficielles, aux théorèmes de Meusnier, d'Euler, d'Ossian Bonnet, de Joachimsthal et de Dupin. Suivent 67 exercices de récapitulation, tous élégants et remarquables, puis deux Notes *Sur le centre instantané de rotation* et *Sur une conception générale du Calcul et sur les nombres complexes*. Dans cette dernière, M. Bouligand revient encore sur les rôles réciproques de l'Analyse et de la Géométrie en développant cette idée que l'Analyse tout en paraissant prendre le premier plan au point de vue logique ne cesse cependant point d'être fécondée par des vues géométriques appropriées. En somme, tout le livre ne fait que justifier cette idée essentielle et féconde.

A. Buhl (Toulouse).

L. Schlesinger und A. Plessner. — **Lebesguesche Integrale und Fouriersche Reihen.** — 1 vol. gr. in 8°, VIII et 229 p.; broché, 14 M.; Walter de Gruyter & Co, Berlin und Leipzig, 1926.

La théorie de l'intégration de M. Lebesgue a fait depuis 1902 l'objet d'un nombre considérable de travaux. Dans des mémoires originaux, la belle conception de M. Lebesgue a reçu des développements inattendus; on a cherché d'autre part, dans des ouvrages didactiques et des monographies, à mettre l'instrument analytique nouveau à la portée des étudiants de nos Universités. Le livre de MM. Schlesinger et Plessner n'est donc pas le premier qu'on ait écrit sur le sujet, mais l'importance de la théorie de l'intégration de M. Lebesgue est si grande, les progrès réalisés grâce à elle si considérables, que toute tentation nouvelle de grouper les principaux résultats acquis est appelée à rendre des services réels. MM. Schlesinger et Plessner ne supposent chez le lecteur aucune préparation spéciale. Ils s'adressent tout particulièrement aux jeunes. Aussi leur livre débute-t-il par une étude préliminaire assez longue, mais fort intéressante, consacrée d'une part à la théorie classique des ensembles et en particulier à celle de la mesure au sens de Borel et Lebesgue, et d'autre part à quelques points de la théorie des fonctions de variables réelles.

On sait que la théorie de l'intégration de M. Lebesgue peut être exposée de bien des manières. MM. Schlesinger et Plessner ont choisi la plus ancienne, celle qui a été adoptée par M. Lebesgue lui-même dans sa thèse « Intégrale, longueur, aire » et qui présente certainement des avantages, mais ils font connaître en même temps des définitions plus récentes de MM. Lebesgue, W. H. Young, Riess, tout en laissant de côté des généralisations plus larges, comme celle de M. Denjoy, s'écartant davantage de la conception de M. Lebesgue. Les auteurs envisagent tout de suite le cas général d'un espace à un nombre quelconque de dimensions et ce n'est que dans le chapitre suivant qu'ils passent à l'étude des fonctions d'une ou de deux variables. N'eût il pas été préférable, au point de vue didactique, d'adopter l'ordre inverse ?

Le livre se termine par une application des notions nouvelles à l'étude des séries de Fourier. On y trouve, à côté des propriétés classiques que l'on doit à Riemann et Dirichlet, les points essentiels des résultats récents obtenus sous l'influence des travaux de M. Lebesgue. C'est là une introduction des plus intéressantes à la théorie des séries de Fourier qui continue encore à attirer tout particulièrement l'attention des géomètres d'aujourd'hui. Un index alphabétique et des indications bibliographiques précieuses complètent ce volume, qui rendra certainement de réels services aux jeunes mathématiciens en leur donnant un exposé simple et clair d'une théorie dont l'intérêt est capital.

D. Mirimanoff (Genève).

Ph. Le Corbeiller. — **Contribution à l'étude des Formes quadratiques à indéterminées conjuguées.** Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris. — Un fascicule gr. in-4° de 180 pages. Ed. Privat, Toulouse, 1926. En vente chez J. Hermann, Paris. Prix : 30 francs,

Voici véritablement une grande Thèse Cette appréciation ne vient pas seulement du décompte du nombre de pages. L'ampleur matérielle provient de celle des conceptions.

La tournure actuelle de la Physique mathématique donne une grande importance aux formes *différentielles* quadratiques. Et cependant les formes quadratiques algébriques ont un passé plein de gloire suffisamment défendu par les noms de Cayley, Hermite, Sylvester, Klein, Humbert, Picard... Au fond il s'agit d'une étude de l'espace cayleyen où se révèlent des richesses géométriques et arithmétiques telles que, pour peu qu'on prenne la peine de les étudier, on reste confondu de la pauvreté et de l'insignifiance de l'espace euclidien. L'étude est condensable et condensée par un ingénieux symbolisme, né surtout avec Hermite et Humbert, et auquel M. Le Corbeiller a apporté de belles contributions. Quand on étudie Cayley lui-même, dans les volumes énormes et cependant de très grand format des *Mathematical Papers*, on est souvent gêné par des formules de substitution, des déterminants, ... qui, n'ayant pu s'accommoder de la largeur de la page, sont inesthétiquement coupés. Or ceci n'est pas obligatoirement dans la nature des choses; il y avait à trouver des notations de condensation. Les variables conjuguées d'Hermite, représentées par une seule lettre, apportent d'abord la brièveté. De plus, dans l'espace cayleyen, il existe, pour les différents types de formes, une représentation par points, droites, plans, etc., bref par variétés simples qui sont notamment propres à diviser l'espace, à deux ou trois dimensions, en régions se correspondant de par l'automorphisme des fonctions fuchsiennes, kleinéennes de Poincaré ou de par des extensions de celles-ci dues à M. Picard. On voit l'immense champ de recherches qui, au fond, est bâti sur quoi ? Simplement sur les concepts de forme quadratique, de transformations homographiques y associées, de rapports anharmoniques et d'absolus conservés, ce qui conduit aux déplacements cayleyens, plus variés, plus symétriques que ceux de l'espace euclidien mais cependant rattachables à des généralisations de la notion de déplacement hélicoïdal.

M Le Corbeiller a tenu à faciliter l'étude de son beau travail. La partie géométrique est précédée d'une Introduction qui en indique les grandes lignes; vient ensuite la partie arithmétique qui est traitée de même.

La Géométrie nous réserve ici des résultats inattendus. On pourait croire, par exemple, que les formules de distances cayleyennes entre point et plan, point et droite, droite et droite, étaient choses fixées; or, il n'en est rien ou du moins nous trouvons ici des formes nouvelles, et toujours remarquablement condensées, pour l'expression de telles distances.

L'Arithmétique est surtout un monument magnifique à la mémoire de Georges Humbert, mort, pour ainsi dire, en scrutant les formes à indé-