Conclusion.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1924-1925)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Envisageons d'abord l'un quelconque des huit ombilics $x = \pm y = \pm z$. Par chacun d'eux passe un des quatre axes ternaires de la surface. En chacun d'eux se croisent trois lignes de courbure que l'on aperçoit tout de suite ($y = \pm z$, $z = \pm x$, $x = \pm y$). Ces lignes sont situées dans des plans de symétrie; ce sont des géodésiques, comme on le démontre sans difficulté.

Par l'un des six ombilics quaternaires, l'un de ceux auxquels aboutissent les Λ^4, par exemple par celui dont les coordonnées sont $x = y = 0$, $z = a$, passent quatre lignes de courbure, qui sont encore des géodésiques, et dont voici les équations:

$$x = 0 \,, \qquad y = 0 \,, \qquad x = \pm y \,.$$

Ces géodésiques, lignes de courbure, sont de deux sortes: trois d'entre elles ($x = 0$, $y = 0$, $z = 0$) ne passent que par les ombilics quaternaires; les six autres ($y = \pm z$, $z = \pm x$, $x = \pm y$) passent à la fois par des ombilics ternaires et par des ombilics quaternaires. Nous avons démontré *(loc. cit.)* que l'ensemble des trois premières constituait sur la surface le lieu des points paraboliques.

Sont-ce bien là toutes les lignes de courbure que nous cherchons ? La méthode enseignée par Hoüel nous permettrait de le voir; mais nous n'avons pas fait les calculs qui nous ont paru fastidieux.

Pour l'ensemble des lignes de courbure les quatorze ombilics présentent donc une singularité assez curieuse: par tout point infiniment voisin d'un ombilic on peut mener deux lignes de courbure, et rien que deux, mais par l'ombilic lui-même on peut dans le cas actuel en mener un plus grand nombre.

Conclusion.

Ce qui précède nous semble prouver qu'il serait très difficile de fournir pour la question proposée une réponse à la fois précise et simple. En se restreignant aux solutions *réelles*, on voit que par un ombilic il peut passer une infinité de lignes de courbure (4°, 5°), ou bien qu'il n'en passe qu'une seule (6°), ou bien enfin un nombre tout à fait quelconque (7°, 8°). Dans cette dernière éventualité nous croyons qu'il serait malaisé d'obtenir un cas particulier du problème des trajectoires orthogonales, qui permît de se rendre plus ou moins compte de la manière assurément singulière dont les lignes de courbure se comportent dans le voisinage d'un semblable ombilic.

Enfin nous allons faire une remarque qui, très probablement, ne peut pas être généralisée: dans les différents exemples que nous avons traités (4°-8°), toute ligne de courbure passant par un ombilic est une géodésique [1].

Liége, le 20 juillet 1925.

SUR LES VOLUMES CONOÏDAUX

PAR

Pierre Papillon (Strasbourg).

---

1. — Le sujet n'est en lui-même point nouveau, et, c'est aux travaux de M. A. Buhl qu'il se faut reporter pour une documentation plus complète. (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3me série, tome II, pages 57 et sqq.) Mais, dans ce Mémoire, l'auteur avait plus précisément en vue des propriétés attachées aux transformations stokiennes. Afin d'éviter des recherches complémentaires, pourtant fort intéressantes, je rappellerai tout d'abord la définition et l'expression générale du volume conoïdal relatif à une cloison et à un axe.

2. — Soient un contour fermé (C) tracé sur une surface (S), et un axe (D) de l'espace — que nous supposerons extérieur à la cloison pour éviter des difficultés inhérentes à tout autre disposition —; le volume conoïdal W relatif à cette cloison et à

---

[1] Dans une Note complémentaire au tome IV de la *Théorie des Surfaces* de Darboux, se trouvent dessinées les lignes de courbure de la surface $xyz = p^3$; je n'ai eu connaissance de cette Note qu'après la rédaction de mon article.