L. Bieberbach. — Theorie der Differentialgleichungen, Vorlesungen aus dem Gesamtgebiet der gewöhnlcihen und der partiellen Differentialgleichungen. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit besonderer Berücksichtigung...

Autor(en): **Mirimanoff, D.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **23 (1923)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

et des grandes Ecoles, ainsi qu'aux ingénieurs qui se sont, dès le début, orientés vers les applications.

L'ouvrage comprend les quatre parties suivantes : Géométrie et cinématique des masses. — Lois de la mécanique. — Statique des systèmes. — Dynamique des systèmes.

Un très grand nombre d'exercices, choisis avec le plus grand soin parmi les machines et les appareils usuels, permet au lecteur d'apprendre à manier lui-même les théories de la mécanique.

L. Bieberbach. — **Theorie der Differentialgleichungen,** Vorlesungen aus dem Gesamtgebiet der gewöhnlcihen und der partiellen Differentialgleichungen. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungsgebiete). — 1 vol. in-8° de 317 p., avec 19 figures, Fr. 14,—; J. Springer, Berlin.

Ce nouveau volume de la collection « Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften », où l'on retrouve les tendances et les qualités de précision et de rigueur qui caractérisent l'auteur du « Lehrbuch der Funktionentheorie », est consacré à la théorie des équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles. Le sujet est immense ; on comprend donc que bien des points, et des plus importants, comme par exemple la théorie de Sophus Lie, ont dû être laissés de côté. Un choix s'imposait, d'autant plus nécessaire, que le livre de M. Bieberbach s'adresse aux commençants et ne suppose, chez le lecteur, que la connaissance de ces éléments d'analyse que M. Bieberbach a si bien résumés dans ses trois « Leitfäden ». Il a fallu par conséquent consacrer une partie du volume aux méthodes élémentaires d'intégration, cette base de l'intégration formelle, que l'auteur expose du reste d'une manière originale, cherchant à mettre en évidence le vrai sens et la portée des transformations. Mais déjà dans le chapitre II il passe à l'étude directe des intégrales en s'appuyant sur la méthode des approximations successives, à laquelle il rattache plus loin celle de Cauchy-Lipschitz. Le problème fondamental se transforme et le sens du mot solution s'élargit. A côté de la solution quantitative, qui est fournie par la méthode de Picard, l'auteur cherche, en s'engageant dans la voie tracée par Poincaré, à obtenir la solution qualitative du problème. On sait avec quel succès les mathématiciens contemporains, et en particulier M. Bendixson, ont repris et continué les admirables recherches de Poincaré. C'est cette étude topologique des caractéristiques dans le voisinage d'un point singulier qui forme le sujet du chapitre III. L'auteur résume, en les complétant parfois, les beaux résultats obtenus dans cette voie par M. Bendixson dans le t. 24 des Acta Mathematica. C'est là sans contredit l'un des chapitres les plus intéressants et les plus suggestifs du livre.

Nous passons ensuite à l'étude de l'équation du premier ordre dans le domaine complexe, où à côté des théorèmes classiques de Briot et Bouquet et de MM. Picard et Painlevé, l'auteur mentionne les travaux curieux, moins connus, parce que plus récents, de M. Malmquist.

Telles sont les principales questions qui forment le sujet de la première partie (106 p.) du livre.

La seconde est consacrée aux équations différentielles du second ordre et, en particulier, aux équations linéaires du second ordre. Les sujets traités dans cette partie s'apparentent aux problèmes étudiés dans la première.

L'auteur commence par exposer les méthodes élémentaires d'intégration pour les équations du second ordre et le procédé des approximations successives; comme dans la première partie, il aborde ensuite l'étude topologique des caractéristiques en se bornant à des équations d'une forme particulière qui ont été étudiées par M. Birkhoff Ce chapitre, que l'on peut, dans une certaine mesure, rapprocher des recherches de M. Bendixson, est d'une lecture plus difficile. Mais si l'auteur s'est contenté de quelques aperçus, s'il n'a fait qu'effleurer un sujet qui intéresse particulièrement les analystes, c'est qu'il tenait surtout à diriger la curiosité du lecteur vers des problèmes où l'Analysis situs est appelée certainement à jouer un rôle capital, et faire pressentir ainsi l'importance de cette discipline.

D'autres problèmes, classiques cette fois-ci, sont traités ensuite par M. Bieberbach, les uns se rattachant aux belles recherches de M. Picard sur les équations différentielles renfermant un paramètre arbitraire, d'autres à celles de Fuchs, et bien que l'auteur se borne aux équations linéaires du second ordre, ce qu'il en dit peut suffire pour aborder sans difficulté l'étude du cas général.

La troisième partie du livre est consacrée à la théorie des équations aux dérivées partielles que l'auteur esquisse à grands traits.

Il est à regretter que quelques errata se soient glissés dans l'excellent ouvrage de M. Bieberbach, mais un lecteur attentif les corrigera sans peine.

D. MIRIMANOFF (Genève).

EMILE BOREL et ROBERT DELTHEIL. — **Probabilités, Erreurs.** — 1 vol. in-16 de 200 pages et 10 figures. (Collection Armand Colin); 5 francs; Librairie Armand Colin, Paris, 1923.

Cet ouvrage, malgré son aspect réduit, aborde les principaux problèmes du Calcul des Probabilités. Il est même riche quant aux développements relatifs aux probabilités continues particulièrement étudiées par M. R. Deltheil.

Les principes généraux sont présentés, d'une manière remarquablement aisée, non pas en établissant immédiatement des théorèmes mais en résolvant tout de suite des problèmes où n'intervient que la notion de dénombrement. Les théorèmes s'imposent, dès lors, de manière absolument naturelle. La valeur probable ou la valeur moyenne suivent l'introduction de l'espérance mathématique.

La formule de Stirling remplace rapidement les factorielles de l'analyse combinatoire par des exponentielles plus maniables et nous voici, avec la loi des écarts, à la fonction $\Theta(\lambda)$ et à la courbe en cloche. Tout cela se lit comme un recueil de récréations mathématiques et cependant rien n'est omis pour faire juger de l'extrême importance du théorème de Jacques Bernouilli, de la loi des grands nombres, du principe fondamental ainsi formulé: *Dans une nombreuse série d'épreuves, l'événement favorable se produit avec une fréquence voisine de sa probabilité.* Il convient aussi de signaler ici d'ingénieuses discussions relatives aux cas où les épreuves sont partagées en plusieurs groupes, et où l'on peut conserver une même loi d'écart à condition d'avoir une *unité d'écart* variable.

Les probabilités continues apparaissent comme pouvant donner lieu aussi bien à d'élégantes formules de calcul intégral qu'à des constructions géométriques des plus esthétiques.