

V. — L'équation $x^2 + y^2 = a^2$.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1916)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **17.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Exemple.

$2a = 36 = 37 - 1$	donne	$1.37 + 18^2 = 19^2$
$41 - 5$		$5.41 + 18^2 = 23^2$
$43 - 7$		$7.43 + 18^2 = 25^2$
$47 - 11$		$11.47 + 18^2 = 29^2$
$\cdot \cdot \cdot \cdot$		$\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$
$\cdot \cdot \cdot \cdot$		$\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$
$73 - 37$		$37.73 + 18^2 = 55^2$
$77 - 41$		$41.77 + 18^2 = 59^2$
etc.		etc.

IV. — L'équation $a^2 + x^2 = y^2$.

(« Equation pythagorique »).

Les nombres pythagoriques se laissent déterminer de la plus simple manière à l'aide des équations (I) et (II), si l'on pose, seulement, pour p et q des nombres carrés correspondants, et en employant, *dans le premier terme*, successivement tous les nombres carrés.

Exemple. $4 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 60^2$ donne les couples de facteurs :

$1^2,$	$2^2,$	$3^2,$	5^2
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$3^2 \cdot 5^2$	$2^2 \cdot 5^2$	$2^2 \cdot 3^2$

dont on aura

$$\begin{aligned}
 60^2 + 899^2 &= 901^2 \\
 60^2 + 221^2 &= 229^2 \\
 60^2 + 91^2 &= 109^2 \\
 60^2 + 11^2 &= 61^2.
 \end{aligned}$$

On trouve toutes les valeurs cherchées, en employant seulement l'équation (II), où successivement on met dans le premier terme tous les nombres *impairs* de toute la suite des nombres. Si a est un nombre composé, il faut le décomposer en ses facteurs premiers, et de ceux-ci on doit former, comme nous l'avons montré dans ce qui précède, tous les couples des facteurs, p et q , premiers entre eux, qui se peuvent faire.

V. — L'équation $x^2 + y^2 = a^2$.

Si cette équation doit être primitive, elle ne peut être satisfaite que par des valeurs impaires de a , et seulement

par celles qui peuvent être écrites comme une somme, divisée par 2, de deux nombres carrés impairs et premiers entre eux, ainsi $a = \frac{p^2 + q^2}{2}$.

On peut désirer savoir quels nombres, a , on pourra décomposer de plusieurs manières, d'après la formule donnée.

Si l'on met $p = 2n + 1$ et $q = 2n_1 + 1$, on aura

$$a = \frac{p^2 + q^2}{2} = 2[n(n + 1) + n_1(n_1 + 1)] + 1,$$

et on peut former le tableau suivant des valeurs de a , jusqu'à 200 :

	$n_1 = 0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n = 0$	[] = 0	2	6	12	20	30	42	56	72	90
$n = 1$	[] = .	4	8	14	22	32	44	58	74	92
$n = 2$	[] = .	.	12	18	26	36	48	62	78	96
$n = 3$	[] = .	.	.	24	32	42	54	68	84	
$n = 4$	[] = .	.	.	.	40	50	62	76	92	
$n = 5$	[] = .	.	.	.	.	60	72	86		
$n = 6$	[] = .	.	.	.	.	.	84	98		
$n = 7$	[] = .	.	.	.	.	.	.	(112)		

Les valeurs qui paraissent *plusieurs fois* dans le tableau sont celles qui, pour la même valeur de a , donnent plusieurs valeurs pour x et y . Ainsi le nombre 72, paraissant deux fois, donne

$$a = 2 \cdot 72 + 1 = 145 = \frac{17^2 + 1^2}{2} = \frac{13^2 + 11^2}{2},$$

et par conséquent on aura les équations :

$$(1 \cdot 17^2 + \left(\frac{17^2 - 1}{2}\right)^2 = \left(\frac{17^2 + 1^2}{2}\right)^2$$

et

$$(11 \cdot 13^2 + \left(\frac{13^2 - 11^2}{2}\right)^2 = \left(\frac{13^2 + 11^2}{2}\right)^2.$$

Toutefois, on n'oubliera pas que $2n + 1$ et $2n_1 + 1$ doivent toujours être premiers entre eux.

Copenhague, mai 1915.