

SUR LES BASES DE L'ANALYSE VECTORIELLE

Autor(en): **Dumont, Emile**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **17 (1915)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-16314>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

SUR LES BASES DE L'ANALYSE VECTORIELLE

PAR

Emile DUMONT (Bruxelles).

L'Analyse vectorielle fait l'objet, depuis quelques années, des travaux d'un grand nombre de mathématiciens. Deux articles de l'*Encyclopédie* (édition française), rédigés l'un par M. L. LÉVY (IV, 4), l'autre par M. P. LANGEVIN (IV, 16) sont consacrés aux vecteurs. On peut regretter que ces deux articles n'aient pas été fusionnés.

Cependant on n'y trouve pas, à mon avis, une réponse satisfaisante à la question de M. C.-A. LAISANT : *Qu'est-ce qu'un vecteur ?* (*Ens. math.*, 1912, n° 5).

Une telle affirmation doit paraître téméraire à première vue. Je vais essayer de la justifier.

On distingue dans les deux articles précités de l'*Encyclopédie* les vecteurs *libres*, *glissants*, et *liés*; on y distingue aussi les vecteurs *axiaux* et les vecteurs *polaires*. Mais on y continue à confondre le *vecteur géométrique* avec le *vecteur numérique*¹.

Le premier est une grandeur géométrique dirigée; le second est un nombre complexe: c'est le vecteur $ix + jy + kz$ de HAMILTON; c'est un opérateur, rapport de deux vecteurs géométriques perpendiculaires dans un système de repère.

De plus, on y continue aussi à rendre l'Analyse vectorielle tributaire de l'Analyse cartésienne, alors que sa grande utilité

¹ Il y a déjà plusieurs années que M. MASSAU, dans son cours de Mécanique de l'Université de Gand, signalait cette déplorable confusion.

serait de se substituer à cette dernière en simplifiant énormément les équations de la mécanique.

Le calcul vectoriel de MM. BURALI-FORTI et MARCOLONGO échappe à ce second reproche, mais n'évite pas le premier.

Or, la distinction entre grandeurs et nombres est une des préoccupations principales de l'enseignement des mathématiques ; la confusion des deux sortes de vecteurs est donc une erreur pédagogique. On peut d'ailleurs se demander si les auteurs ont bien conscience de la confusion qu'ils provoquent ou s'il n'y a pas plutôt de leur part une conception défectueuse du sujet. J'opine quant à moi pour la dernière appréciation : s'il en était autrement, pourquoi ces auteurs n'auraient-ils pas adopté la théorie si claire des Quaternions de Hamilton ? Il leur aurait suffi d'en faire un exposé plus rigoureux que celui de M. Tait, celui-ci n'ayant pas non plus compris la distinction qu'il importe de faire entre le vecteur géométrique et le vecteur numérique.

Quoi qu'il en soit, voici, je pense, ce qu'il faut répondre à cette question : *Qu'est-ce qu'un vecteur ?*

Il y a trois espèces de vecteurs :

1° Le *vecteur-géométrique*. 2° Le *vecteur-quaternion*. 3° Le *vecteur-glisseur*.

Le premier est une grandeur géométrique dirigée ; les deux autres sont des nombres complexes.

Dans chacune des trois catégories on distingue le vecteur *libre*, le vecteur *glissant* et le vecteur *localisé* ou *lié*.

Dans chaque catégorie aussi un vecteur est dit *axial* lorsque par le fait de sa définition son sens dépend d'un sens positif de rotation choisi autour de son axe ; il est dit *polaire* dans le cas contraire.

Le vecteur géométrique et le vecteur-quaternion sont classiques, bien que le second soit fort mal défini dans le *Traité des Quaternions* de M. Tait (traduction Plarr) ; le vecteur-glisseur est de mon invention et m'a permis d'édifier une théorie nouvelle des biquaternions : c'est une fonction exponentielle spéciale du vecteur quaternion.

Quant au *segment dirigé* dont parle M. Laisant, on ne peut pas le confondre avec un vecteur.

Un segment dirigé est un segment de droite associé au sens de sa génération. Il appartient à une droite déterminée. On ne considère *simultanément* que des segments dirigés appartenant à une même droite.

I. — Vecteurs géométriques.

Définitions. — Un *vecteur-géométrique* LIBRE est une synthèse de trois éléments :

- 1° Une *direction* déterminée (dans un système de repère).
- 2° Un *segment* de droite appartenant à cette direction.
- 3° Un *sens* de génération de ce segment.

Pour représenter un vecteur libre, on choisit arbitrairement une droite appartenant à la direction donnée ; sur cette droite on place arbitrairement le segment donné ; enfin on donne aux deux points qui limitent le segment ainsi obtenu les noms respectifs d'*origine* et d'*extrémité* de telle sorte que l'origine doive parcourir la droite dans le sens donné pour aller vers l'extrémité.

Dans ces conditions, si A est l'origine et B l'extrémité, le vecteur ainsi déterminé est noté

$$\overline{AB} .$$

Si C et D sont deux points appartenant à la même droite que A et B ou à une droite parallèle, et répondant aux mêmes conditions que A et B, le même vecteur peut aussi être noté

$$\overline{CD} .$$

et l'on écrit

$$\overline{CD} = \overline{AB} .$$

Un *vecteur-géométrique* GLISSANT résulte de l'association d'un vecteur libre et d'une droite déterminée appartenant à la direction du vecteur.

Cette droite prend le nom de *support* du vecteur glissant.

Si les supports de \overline{CD} et \overline{AB} sont deux droites distinctes, c'est-à-dire parallèles, \overline{CD} et \overline{AB} représentent deux vecteurs

glissants distincts. On leur donne le nom de vecteurs *équipollents*.

Si au contraire les quatre points A, B, C, D , appartiennent au même support, \overline{CD} et \overline{AB} représentent le même vecteur glissant.

Un *vecteur-géométrique LOCALISÉ* ou *LIÉ* résulte de l'association d'un vecteur glissant et d'une origine déterminée sur son support.

Si \overline{CD} et \overline{AB} représentent un même vecteur glissant, sans être confondus, ce sont deux vecteurs liés *équipollents*.

D'après ces définitions, il n'y a pas de vecteurs libres équipollents; mais comme, dans un dessin, on ne peut représenter un vecteur libre que par un ou plusieurs vecteurs nécessairement localisés, on donne aux divers représentants d'un même vecteur libre ou glissant le nom de vecteurs équipollents.

L'équipollence s'indique par le signe *égal* ($=$).

La notation AB désigne indifféremment un vecteur libre, glissant, ou localisé ¹.

On désigne souvent un vecteur géométrique par une simple lettre grecque surmontée d'un trait: $\bar{\alpha}$.

Vecteur-directeur, axe. — Lorsque l'on rapporte tous les vecteurs portés par un même support à l'un d'entre eux considéré comme étalon, on donne à celui-ci le nom de *vecteur-unité* ou de *vecteur-directeur*. Le sens de ce vecteur prend le nom de *sens direct* ou *positif* de la droite-support. L'autre sens est dit *néгатif*.

Une droite sur laquelle les deux sens de parcours sont ainsi qualifiés s'appelle un *axe*. Le sens direct d'un axe u s'indique en plaçant la lettre u qui désigne l'axe vers l'une des extrémités du dessin représentant ce support. L'indication supplémentaire utilisée par certains au moyen d'une pointe de flèche, me semble superflue. On donne le même sens positif à tous les axes parallèles.

Si l'on désigne par \bar{u} le vecteur-unité de l'axe u , — vec-

¹ On pourrait représenter un vecteur libre par \overrightarrow{AB} , un vecteur glissant par \overline{AB} et un vecteur localisé par \overline{AB} .

teur-unité dont le sens seul importe et dont la longueur n'est pas spécifiée dans les questions théoriques — tout vecteur \overline{AB} porté par l'axe est égal au produit du vecteur \bar{u} par un nombre qualifié, que l'on représente par la notation AB .

On a donc

$$\overline{AB} = \bar{u} \cdot AB .$$

Le nombre AB est positif si le sens de \overline{AB} coïncide avec le sens direct de l'axe u ; il est négatif dans le cas contraire.

Pour rendre un vecteur-glissant indépendant d'aucune origine, il suffit de le représenter par la notation

$$\bar{u} \cdot a$$

où \bar{u} est le vecteur-directeur de l'axe u et a un nombre qualifié quelconque.

La théorie des vecteurs-glissants portés par le même axe ne diffère pas de celle des segments dirigés, qui est familière au lecteur. Je ne m'y arrêterai donc pas. Les vecteurs-directeurs de divers axes sont toujours égaux.

Sens direct de rotation, orientation d'un plan. — Si l'on considère sur un axe u un vecteur-directeur $\overline{MN} = \bar{u}$, on appelle sens direct de rotation autour de l'axe u , le sens de rotation *dextrorsum* (de droite à gauche) pour un observateur ayant les pieds en M et la tête en N .

Si l'on considère un plan quelconque α , on qualifie positif et négatif les deux sens de rotation possibles dans le plan autour de chaque point. On choisit le même sens positif autour des divers points du plan. On indique ce sens au moyen d'un axe perpendiculaire au plan, et tel, que le sens direct de rotation autour de l'axe coïncide avec le sens positif de rotation autour du pied de l'axe. Cet axe, comme d'ailleurs tout axe parallèle et de même sens s'appelle l'*axe du plan*.

Tous les plans parallèles reçoivent le même axe. Un plan est dit *orienté* quand on a spécifié l'axe du plan.

Résultante ou somme géométrique de vecteurs. Couple de vecteurs-glissants. — Ces notions sont classiques. Je ne crois pas devoir les détailler¹.

¹ *Encyclopédie des sciences mathématiques*. T. IV, vol. 2, fasc. 1.

II. — Vecteur-quaternion.

Définitions. — Considérant deux vecteurs géométriques ayant même origine O :

$$\overline{OA} = \bar{v}_1 \cdot a \quad \text{et} \quad \overline{OB} = \bar{v}_2 \cdot b ,$$

portés par les axes v_1 et v_2 dont le plan est orienté grâce à un axe u perpendiculaire à ce plan en O, on appelle *quaternion* toute loi de formation de l'un de ces vecteurs à l'aide de l'autre.

Par exemple, pour former \overline{OB} à l'aide de \overline{OA} , il suffit de multiplier d'abord \overline{OA} par le nombre qualifié

$$h = \frac{b}{a} ,$$

puis de faire tourner le vecteur ainsi obtenu, autour de l'axe u d'un angle

$$\widehat{v_1 v_2} = \theta + 2k\pi ,$$

de manière à l'amener en coïncidence avec OB. Le nombre chargé de cette rotation s'appelle le *verseur* du quaternion ; si l'on désigne par u le verseur qui opère autour de l'axe u une rotation d'un droit dans le sens direct, je démontre que le verseur du quaternion précédent peut être noté

$$e^{u\theta} \quad \text{ou} \quad e^{u(\theta + 2k\pi)} .$$

Le quaternion considéré, qui s'appelle *rapport* de \overline{OB} à \overline{OA} , est égal au produit du nombre qualifié h par le verseur $e^{u\theta}$, et l'on a

$$q = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{b}{a} \cdot \frac{\bar{v}_2}{\bar{v}_1} = h \cdot e^{u\theta} .$$

Ayant défini les sommes et produits de quaternions, on démontre que l'on a

$$q = h \cos \theta + u \cdot h \sin \theta .$$

Le terme $u \cdot h \sin \theta$ qui peut aussi s'écrire

$$h \sin \theta \cdot e^{u \frac{\pi}{2}}$$

est un quaternion dont l'angle est droit. On l'appelle un *quaternion-droit* ou un *vecteur-quaternion*, ce qui fait dire qu'un quaternion est égal à la somme d'un nombre qualifié — que Hamilton appelle *scalar* — et d'un *vecteur*. Une erreur courante est de croire que ce vecteur est un vecteur géométrique. En réalité c'est un nombre, un quaternion-droit. Mais l'expression *vecteur-quaternion* se justifie si l'on remarque que les quaternions-droits se comportent dans les calculs comme les vecteurs géométriques obtenus en substituant au verseur u le vecteur-unité \bar{u} .

J'ai appelé le vecteur-géométrique

$$\bar{u} \cdot l$$

le *vecteur homologue* du vecteur-quaternion

$$u \cdot l .$$

Si l'on considère trois axes trirectangulaires i, j, k , d'origine O et orientés suivant la règle du pouce, on aura

$$\bar{u}l = \bar{i} \cdot l \cos \widehat{i\bar{u}} + \bar{j} \cdot l \cos \widehat{j\bar{u}} + \bar{k} \cdot l \cos \widehat{k\bar{u}}$$

et en même temps

$$ul = i \cdot l \cos \widehat{i\bar{u}} + j \cdot l \cos \widehat{j\bar{u}} + k \cdot l \cos \widehat{k\bar{u}} ,$$

les symboles u, i, j, k , désignant les verseurs-droits autour des axes correspondants.

On peut d'ailleurs observer que l'on a

$$k = j \cdot i ,$$

d'où, en posant

$$\begin{aligned} h \cos \theta &= x_1 & h \sin \theta \cos \widehat{j\bar{u}} &= x_2 \\ h \sin \theta \cos \widehat{i\bar{u}} &= y_1 & h \sin \theta \cos \widehat{k\bar{u}} &= y_2 \end{aligned}$$

on obtient

$$q = x_1 + iy_1 + jx_2 + jy_2$$

ou

$$q = x_1 + iy_1 + j(x_2 + iy_2)$$

ou enfin

$$q = z_1 + jz_2$$

z_1 et z_2 étant deux nombres complexes binaires.

En résumé : Un vecteur-quaternion est un quaternion dont l'angle est droit. C'est un vecteur axial et glissant.

Toute l'analyse vectorielle repose sur la confusion entre les vecteurs géométriques et les vecteurs-quaternions homologues ; confusion dont j'ai démontré la légitimité dans mon *Arithmétique générale*.

III. — Vecteurs-glisseurs.

Les notations \overline{AB} et AB sont les notations classiques d'un vecteur géométrique d'origine A et d'extrémité B . Hamilton et Grassmann ont employé les notations $A - B$ et $B - A$. Cette dernière, où l'on a voulu voir une abréviation de $OB - OA$, semble actuellement réunir les préférences des mathématiciens. On reproche à AB sa forme qui rappelle celle des produits. Il me paraît que ce reproche est puéril. Lorsque j'écris une formule et que je la transforme par le calcul, je n'agis pas comme une mécanique inconsciente : il ne m'arrivera jamais de prendre AB , qui au début aurait représenté un vecteur ou sa mesure, pour un produit de A par B . Il faut évidemment savoir de quoi l'on parle, et par exemple n'user de la propriété commutative des produits que lorsqu'il ne s'agit pas de facteurs quaternions.

Quoi qu'il en soit, le fait d'avoir vu représenter un vecteur \overline{AB} par la notation $B - A$ m'a amené à considérer un vecteur comme un transporteur de points. Cette conception donne naissance à une nouvelle espèce de vecteurs, opérateurs ou nombres, tout à fait distincts des vecteurs-géométriques et

des vecteurs-quaternions, et représentables, à titre de rapports de points, par des symboles tels que

$$\frac{B}{A}.$$

Après réflexions j'ai reconnu que pour pouvoir étendre le champ d'application de ces nouveaux vecteurs, il serait bon d'affecter les points A et B de nombres, ou masses, comme a fait Möbius dans son calcul des barynombres.

Point-masse. — Appelons *point-masse* l'association d'un point géométrique A et d'un nombre ou masse m (nombre positif ou négatif), et désignons provisoirement ce point-masse par la notation (A, m) .

Multiplier (A, m) par un nombre n sera, par définition, considérer le point-masse (A, mn) :

$$(A, m) \times n = (A, m \cdot n).$$

Désignons par A le point-masse unité $(A, 1)$; on aura

$$(A, m) = (A, 1) \times m = A \cdot m.$$

On écrira mA au lieu de Am si m est entier ou fractionnaire. De là résulte la loi associative :

$$Am \times n = A \times mn.$$

Définition. — J'appelle *vecteur-glisseur* toute loi de formation d'un point-masse à l'aide d'un autre.

Si l'on considère par exemple les points-masses Am et Bn , portés par un axe u et tels que $\overline{AB} = \bar{u} \cdot d$ pour former Bn à l'aide de Am , il suffit de multiplier d'abord Am par le nombre $h = \frac{n}{m}$ ce qui donne An ; puis on fait glisser An de A en B, lui faisant ainsi parcourir le vecteur-géométrique $\overline{AB} = \bar{u} \cdot d = \bar{a}$. Ce vecteur-géométrique $\bar{u}d$ a pour homologue un vecteur-quaternion ud qu'on peut lui substituer dans les raisonnements et les calculs, ainsi qu'il a été dit à propos des vecteurs-quaternions.

Désignons le vecteur-glisseur ainsi défini par la notation

$$G(h, \alpha)$$

et soit $g(\alpha)$ le nombre chargé uniquement du glissement ; appelons-le *glisseur*. Donnons à Bn le nom de *produit* de Am par le vecteur-glisseur $G(h, \alpha)$.

Nous aurons

$$Bn = Am \times G(h, \alpha) = [(Am)h] g(\alpha) .$$

De cette relation résulte, en vertu de ma définition générale du produit de deux nombres :

$$G(h, \alpha) = h . g(\alpha) .$$

Je démontre que le glisseur $g(\alpha)$ analogue au verseur d'un quaternion, est une fonction exponentielle de α , et que l'on a aussi

$$g(\alpha) = 1 + \omega . \alpha$$

ω étant une constante dont le carré est 0. Ceci entraîne

$$g(\alpha) = e^{\omega \alpha}$$

et

$$G(h, \alpha) = h e^{\omega . \alpha} = h e^{\omega . ud} .$$

On marquera peut-être quelque étonnement au sujet de la constante ω , dont le carré et les puissances supérieures sont nuls. En appliquant la théorie des glisseurs aux vecteurs géométriques glissants, dont les axes sont parallèles, on arrive à constater que ω est un nombre, loi de formation à l'aide d'un vecteur libre, d'un couple de vecteurs glissants, dont ce vecteur libre est le *moment*.

Autrement dit, $\bar{\alpha}$ étant un vecteur géométrique libre, on a

$$\bar{\alpha} . \omega = \bar{\beta}_1 + \bar{\beta}_2 .$$

$\bar{\beta}_1$ et $\bar{\beta}_2$ étant les deux éléments d'un couple dont $\bar{\alpha}$ est le moment.

Si nous multiplions $\bar{\alpha} . \omega$ par ω nous obtenons

$$\bar{\alpha} . \omega^2 = \bar{\beta}_1 . \omega + \bar{\beta}_2 . \omega .$$

$\bar{\beta}_1 . \omega$ et $\bar{\beta}_2 . \omega$ sont deux couples ayant pour moments respectifs les vecteurs $\bar{\beta}_1$ et $\bar{\beta}_2$ dont la résultante est nulle. Il en

résulte

$$\bar{\beta}_1 \cdot \omega + \bar{\beta}_2 \cdot \omega = 0$$

ou

$$\bar{\alpha} \cdot \omega^2 = 0 .$$

Et par suite

$$\omega^2 = 0 .$$

Remarque. — Le moment d'un couple de vecteurs glissants polaires est un vecteur libre axial.

IV. — Conclusion.

Telles sont les définitions des trois espèces de vecteurs que j'ai signalées au début de cet article. Je les ai exposées avec quelques détails, afin d'être aussi clair que possible, et afin de mettre bien en évidence les différences fondamentales qui les distinguent. Il importe en effet de réagir contre les coupables confusions où semblent se complaire les fervents de l'analyse vectorielle. En obscurcissant à plaisir semble-t-il les principes fondamentaux de cette belle science, les géomètres modernes l'ont enveloppée d'une ombre mystérieuse où le débutant manque de trébucher à chaque pas.

Comment comprendre en effet qu'il y ait deux produits différents de vecteurs géométriques ? un produit scalaire et un produit vectoriel, le premier étant un nombre et le second un vecteur. Et l'homogénéité, qu'en fait-on ?

En réalité, il n'y a pas de produit de deux vecteurs géométriques ; cette locution n'a aucun sens ¹.

1° On peut multiplier un vecteur géométrique par un vecteur-quaternion dont l'axe lui est perpendiculaire, ou par un vecteur-glisseur dont l'axe lui est également perpendiculaire.

2° Le produit de deux vecteurs-quaternions, d'un vecteur-quaternion par un vecteur-glisseur, d'un vecteur-glisseur par un vecteur-quaternion, et de deux vecteurs-glisseurs sont des nombres, répondant à la définition générale et uni-

¹ Je sais bien qu'on lui en donne un par définition, mais c'est la raison d'être de cette définition que je ne puis accepter.

que des produits de nombres : G étant une grandeur (ici, un vecteur géométrique) multipliable par un nombre x , et $G \cdot x$ étant une grandeur multipliable par un nombre y , on appelle produit de x par y et on représente par les symboles

$$x \times y \quad x \cdot y \quad \text{ou} \quad xy$$

le nombre défini par la relation

$$G(xy) = (Gx) \cdot y .$$

Si x et y sont deux vecteurs-quaternions, on démontre très aisément que leur produit xy est un quaternion (qui peut être accidentellement un vecteur-quaternion) décomposable, comme tout quaternion, en une somme d'un scalar et d'un vecteur-quaternion. Et il n'y a aucune raison pour faire de ces deux termes deux produits distincts xy et $x \wedge y$.

On démontre que le produit xy n'est pas commutatif.

Si x et y sont deux vecteurs-glisseurs, on démontre que leur produit xy est un vecteur-glisseur, indépendant de l'ordre des facteurs.

Si x et y sont l'un un vecteur-quaternion et l'autre un vecteur-glisseur, leur produit n'est ni un quaternion, ni un vecteur-glisseur; je l'appelle un *biquaternion*, parce qu'il est décomposable sous la forme

$$q_1 + \omega q_2$$

où q_1 et q_2 sont deux quaternions soumis à la condition

$$q_1 \cdot \text{conj } q_2 + q_2 \cdot \text{conj } q_1 = 0 .$$

Dans ce cas, le produit xy n'est pas commutatif, sauf, si les deux termes x et y ont le même axe.

Toute autre théorie des produits de vecteurs peut être présentée d'une façon fort logique (c'est-à-dire où les raisonnements sont rigoureusement corrects, partant de définitions non contradictoires) mais tout à fait irrationnelle, parce qu'elle révolte notre bon sens.

Pour terminer, je pense qu'il serait opportun de lever toutes les équivoques auxquelles donne lieu l'emploi confus du mot *vecteur*. En somme, le vecteur géométrique n'est pas

un transporteur; il n'a donc pas droit au titre de *vecteur*. On devrait l'appeler par exemple *recteur*; seuls le quaternion et le glisseur sont des *vecteurs*. Mais comme le mot quaternion ne se justifie que par une décomposition en quatre termes

$$s + ix + jy + kz$$

qui n'a rien de fondamental dans la théorie, on pourrait appeler le quaternion-droit un *verseur-droit*; le quaternion, un *verseur*; le vecteur-glisseur, un *glisseur*.

Il n'y aurait ainsi plus la moindre équivoque possible.

Quant au biquaternion, ce serait un *verseur-glisseur* ou bien un *glisseur-verseur*; on pourrait aussi l'appeler un *visseur*.

LES NOMBRES PREMIERS DÉCOMPOSITION D'UN NOMBRE EN SES FACTEURS PREMIERS

PAR

H. E. HANSEN (Copenhague).

I. — Les nombres premiers. — Méthode de formation.

Tout nombre de la suite des nombres entiers peut être représenté par une des formules

$$6n, \quad 6n \pm 1, \quad 6n \pm 2 \quad \text{et} \quad 6n + 3$$

quand on donne à n une valeur entière convenable.

On voit par là que tous les nombres qui ne sont pas divisibles par 2 ou par 3 seront représentés par les formules $6n + 1$ et $6n - 1$ seulement, et ainsi ces deux formules représenteront tous les nombres premiers impairs et tous les nombres composés impairs non divisibles par 3.