

# BIBLIOGRAPHIE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **15 (1913)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## BIBLIOGRAPHIE

---

G. ENESTRÖM. — **Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers.** (Ergänzungsband des Jahresber. der Deutschen Mathematiker-Vereinigung). Hefte 1-2. — 2 fasc. in-8°, 388 p.; 10 M. le fascicule; B. G. Teubner, Leipzig.

A l'occasion de la publication des œuvres complètes d'Euler, on a constaté que les listes des travaux établies autrefois par Fuss et Hagen étaient très incomplètes. M. G. ENESTRÖM (Stockholm) a entrepris le travail très laborieux de faire une nouvelle liste, aussi complète que possible.

L'ouvrage comprendra trois parties. Dans la première les écrits sont indiqués dans l'ordre chronologique de leur publication. On y trouve les renseignements bibliographiques complets avec l'indication des différentes éditions ou traductions.

La seconde partie donne les titres dans l'ordre chronologique des manuscrits. Ceux-ci sont classés dans la troisième partie dans l'ordre systématique des matières :

I. Philosophie. — II. Mathématiques. — III. Mécanique. — IV. Astronomie. — V. Physique. — VI. Géographie et agriculture. — VII. Correspondance.

Vient ensuite une table alphabétique des mémoires. Dans un dernier fascicule M. Eneström établira une liste des lettres inédites d'Euler.

F. G.-M. — **Manuel de Géométrie**, d'après les programmes de 1911 et 1912. — 1 vol. in-16 de xvi-590 p. et 829 fig.; A. Mame, Tours et J. de Gigord, Paris.

Ce nouveau manuel peut tenir lieu d'un grand traité de géométrie dont il est une condensation extrêmement habile. Les préliminaires débutent par la notion de déplacement, ce qui est conforme aux vues les plus modernes; je remarque aussi tout de suite, dans le premier livre, la définition des lieux géométriques. Plus loin, dans le livre II et à propos de problèmes sur la circonférence, est introduite la notion d'enveloppe. Le texte, d'une concision et d'une netteté remarquable, permet déjà d'aborder, comme exercices, plus de 300 problèmes qui révèlent aisément bien des merveilles de la géométrie élémentaire moderne, par exemple la géométrie du triangle amorcée par le cercle des neuf points. Le livre III présente l'étude des relations métriques dans le triangle sous la forme ordinaire du calcul algébrique; il suffit, pour cela, de désigner les segments par une seule lettre et tout se fait avec la plus grande facilité. Le théorème de Stewart apparaît immédiatement avec toutes les applications possibles aux médianes, bissectrices et hauteurs. Très simplement aussi viennent ensuite les théorèmes d'Euler sur le quadrilatère, de Carnot sur le triangle et divers problè-

mes de lieux. Beaucoup de traités, sans paraître ignorer ces choses les ont rejetées dans leurs exercices, cependant que le texte s'allongeait désespérément au sujet de démonstrations beaucoup plus évidentes. Ici le presque évident est précisé avec peu d'espace de manière à pouvoir en consacrer beaucoup à de beaux et intéressants développements.

Le livre IV (aires) contient, toujours sous forme de calculs algébriques très réduits, tout ce qui est relatif aux cercles inscrits, exinscrits, circonscrits aux triangles ; il se termine par les quadratures approchées. Les livres V et VI, consacrés aux plans et droites de l'espace à trois dimensions, contiennent des théorèmes qui, par nature, ne peuvent être beaucoup transformés ; mais quelle originalité quand il s'agit (livre VII) des corps ronds et, plus particulièrement, de leur volume. Un théorème dit « des trois corps ronds » a été donné, en 1878, par l'auteur lui-même. Il lie la sphère, le cylindre circonscrit et le cône à deux nappes inscrit dans le cylindre ; il permet d'étudier la zone et le segment sphériques, sans faire usage de la théorie des triangles tournants. Les coniques du livre VIII sont à la fois étudiées par leurs propriétés planes, par leur génération comme section du cône et par leur équation due à la géométrie analytique. Ce livre finit par quelques brèves indications et d'explicites figures concernant les quadratiques en général.

D'importants compléments, divisés en deux séries, augmentent encore la portée de l'ouvrage. J'y relève l'étude de la symétrie, du mouvement des figures, des polygones étoilés, des transversales (th. de Ménélaüs, Pascal, d'Alembert, Desargues, Gauss, Céva). L'introduction de la trigonométrie permet de généraliser aisément bien des théorèmes. Ainsi, on sait que les segments, qui projettent un point sur les côtés d'un triangle équilatéral, ont une somme constante. Il en est de même pour une projection oblique. Le théorème de Pappus sur le quadrilatère inscrit, énoncé souvent pour les distances d'un point de la circonférence aux quatre côtés, est aussi facile à établir pour des distances obliques. Citons aussi le théorème de la projection, sur le plan de la base, d'une aire définie sur le cône circulaire, théorème complètement analogue à celui de la projection des aires planes ; j'ai déjà observé que ce théorème, qui remonte cependant à Jean Bernoulli ou à Guido Grandi, était un sujet d'étonnement pour des mathématiciens excellents mais non prévenus. Ils n'avaient jamais pensé que le théorème du cosinus puisse avoir lieu autrement qu'entre aires planes et cependant on pourrait l'étendre encore aux surfaces dont le plan tangent fait un angle constant avec le plan de projection, c'est-à-dire aux hélicoïdes développables. L'inversion et la géométrie vectorielle terminent cette première série. La seconde contient la perspective, le rapport anharmonique, l'homographie, l'involution, les pôles et polaires, la définition sommaire de l'hélice et des hélicoïdes ; elle étudie aussi les aires et volumes obtenus par les méthodes limites basées sur la connaissance de la somme des entiers consécutifs, de la somme de leurs carrés, etc. Des tables résument les principales formules et les principaux théorèmes. Près de mille exercices s'offrent au lecteur. Il y a là, sous un volume réduit, un instrument de travail et même d'érudition qui paraît être de tout premier ordre. A. BUHL (Toulouse).

P. LEROY-BEAULIEU. — **La question de la population** (Collection E. Borel.) — 1 vol. in-16 de iv-512 p., 3 fr. 50 ; F. Alcan, Paris.

Ceci est un ouvrage extrêmement consciencieux, rempli de chiffres et de

tableaux. Il part de la fameuse loi de Malthus. Au point de vue mathématique l'exposé de cette loi pourrait être quelque peu rajeuni. Une population que l'on peut considérer comme une fonction du temps  $f(t)$  est fonction *exponentielle* de  $t$  dès qu'elle varie proportionnellement à elle-même dans le temps  $dt$ . L'équation différentielle  $df = k.fdt$  conduit immédiatement à ce résultat. Il y a là un point de vue plus général que celui qui consiste à toujours comparer la progression de la population à la progression géométrique *croissante* 1, 2, 4, 8, ... Mais ceci demanderait de bien plus longs développements, beaucoup plus connus d'ailleurs des mathématiciens que des économistes. Il faut reconnaître aussi que M. Leroy-Beaulieu n'a pas voulu rester dans des spéculations théoriques ; il s'est préoccupé, très louablement, d'indiquer des remèdes au redoutable fléau qu'il étudie. Pourquoi faut-il malheureusement que nombre de ces remèdes semblent, au premier abord, pires que le mal, même si celui-ci est, au fond, le pire des maux.

Il s'en prend à la civilisation contemporaine (p. 221), aux lois de protection de l'enfance (p. 258, ces lois empêchent les enfants de travailler jeunes, en font des charges qui effrayent à l'avance et restreignent la prolificité), aux œuvres post-scolaires (p. 444, raison analogue), à la loi sur les retraites ouvrières (p. 481), etc.

Et pourtant l'auteur est indéniablement dans le vrai quand il dit que les civilisations sont menacées par les peuples les plus prolifiques ! Faut-il regretter tout ce qui précède, toutes choses dont je croyais jusqu'ici que le pays pouvait être légitimement fier ? Faut-il que la civilisation recule devant la barbarie et n'aurons-nous pas au moins quelque autre savant qui nous montrera le moyen de faire reculer la barbarie devant la civilisation ? Je suis trop incompetent pour répondre à ces angoissantes questions. Pour avoir plus de chances de voir surgir ce génial contradicteur, je souhaite beaucoup de lecteurs à M. Leroy-Beaulieu.

A. BUHL (Toulouse).

P. PAINLEVÉ, E. BOREL, CH. MAURAIN. — **L'aviation** (Collection E. Borel.) — 1 vol. in-16 de VIII-300 p., 3 fr. 50 ; F. Alcan, Paris.

Le seul fait, pour ce volume, d'en être déjà à sa sixième édition, prouve suffisamment l'immense intérêt, évident par ailleurs, que le public attache à l'aviation.

Les trois auteurs étant des théoriciens, non des aviateurs, il faut surtout chercher ici des généralités théoriques mais celles-ci sont mises à la portée de tous et n'impliquent que les connaissances mathématiques les plus rudimentaires.

Si beaucoup de progrès furent dus, en aviation, au courage et aux tâtonnements des aviateurs, le rôle de la théorie ne se trouve cependant nullement réduit. Elle intervient même pour passer de résultats obtenus empiriquement à des résultats plus généraux. C'est ainsi qu'avant l'aéroplane emportant l'homme nous avons connu l'aéroplane-jouet de Pénaud ; c'est un appareil qui vole et qui serait, pour des fourmis, ce que sont pour nous les appareils actuels. Mais on sait les très grosses difficultés qu'on rencontre lorsqu'on veut déduire une machine véritablement utile d'un modèle exécuté en petit. Ceci a été le point de départ de considérations fort intéressantes sur l'homothétie en mécanique.

Le vol des oiseaux et particulièrement le vol orthoptère est étudié en premier lieu. Peu réalisable pour nous il ne mérite point cependant d'être

absolument passé sous silence car il aurait, malgré tout, des avantages notables, celui, par exemple, du départ sur place, sans élan horizontal. Le vol hélicoptère peut être envisagé d'une manière à peu près analogue. Les cerfs-volants, les planeurs nous conduisent naturellement à l'aéroplane qui est le roi du jour. Il est analysé en détail quant à tous ses organes, sa stabilité, ses déformations dans les virages, le rôle du pilote. Il est certain que ce dernier rôle est encore prépondérant et qu'il serait grandement temps de lui substituer des réflexes automatiques, c'est là une question tellement difficile qu'on voit à peine comment les immenses résultats déjà obtenus pourraient servir à seulement pressentir sa solution.

Les trois savants auteurs de cette œuvre continuent à ne point désespérer de la théorie. Après deux cents pages d'exposition élémentaire, ils ont consacré la dernière centaine à une théorie de l'aéroplane où apparaissent quelques formules d'une analyse plus savante mais encore remarquablement claire et condensée. Ceux qui auront lu les deux premiers tiers du livre et seront ainsi familiarisés en gros avec la question, seront naturellement portés ensuite à l'étudier de plus près en retrouvant, à chaque pas, dans les formules, les intéressantes généralités du début. A. BUHL (Toulouse.)

Jean PERRIN. — **Les Atomes** (Collection E. Borel.) — 1 vol. in-16 de xvi-296 p., 3 fr. 50; F. Alcan, Paris.

Voici un volume où le talent de vulgarisation tient presque du merveilleux. Ce n'est point la vulgarisation ultra-élémentaire mais celle où sont utilisés les premiers rudiments de l'algèbre. Avec cet appareil réduit l'auteur a su donner une concision extrême et une portée immense à son sujet. Il est d'ailleurs naturellement sympathique aux mathématiciens, même à ceux de l'école la plus récente, en montrant que l'abandon des anciennes et simplistes idées concernant la continuité n'est pas un vain jeu de l'esprit mais une nécessité que la physique même pourrait imposer. La constitution atomique de la matière rend celle-ci essentiellement discontinue; même à l'échelle observable, la dérivabilité n'apparaît plus comme la règle mais comme l'exception. Ainsi des flocons de colloïdes, en suspension dans un liquide, ne semblent jamais assimilables à des surfaces fermées à plans tangents bien déterminés; on peut grossir de plus en plus et observer que chaque grossissement met en évidence de nouvelles anfractuosités sans qu'il y ait lieu de prévoir un ultime grossissement qui livrera enfin une étendue superficielle régulière. Il en est de même, dans le mouvement brownien, pour la trajectoire d'une granule; sa forme générale est parfaitement irrégulière mais il ne faut point espérer la décomposer en segments petits et réguliers. Chaque segment tend à être aussi compliqué que la trajectoire entière et cette absence de régularité limite conduit physiquement et d'une manière tout à fait nécessaire à la conception de courbe sans tangente ou de fonction continue sans dérivée. Mais, au lieu de ces citations aussi hétéroclites qu'intéressantes, je voudrais essayer d'indiquer, en quelques mots, ce qui me semble avoir fourni la base, le plan fondamental de l'œuvre.

C'est la théorie cinétique des fluides qui est exposée et défendue. On sait les graves reproches qui lui furent faits. Elle contredisait le principe de Carnot, qui nous défend absolument d'espérer la moindre création de travail dans un milieu en équilibre isotherme, alors qu'une particule suffisamment petite, participant au mouvement brownien résultant, au sein d'un fluide,

du choc des molécules avoisinantes. pouvait parfois, par suite d'un heureux hasard, s'élever très notablement. Des microbes, construisant des maisons à leur taille, pourraient peut-être profiter de ces hasards pour élever leurs matériaux sans fournir ni travail ni chaleur ! La conclusion était, en effet, peu habituelle et il a semblé dur d'abandonner le principe de Carnot, même à cette minuscule échelle. Cependant la théorie cinétique triomphe grâce à de nombreux contrôles ayant les origines les plus diverses. Ce sont ces contrôles que M. Jean Perrin met sous nos yeux avec une simplicité frappante ; il est d'ailleurs, pour certains, l'ouvrier de la première heure.

Le nombre  $N$  de molécules contenues dans la molécule-gramme dut apparaître d'abord aux théoriciens comme un invariant fondamental de la théorie cinétique ; restait à vérifier cette invariance par la voie expérimentale. Or les expériences les plus diverses sur la viscosité des gaz, le mouvement brownien, la diffusion lumineuse qui donne lieu au bleu du ciel, le spectre du corps noir, les singulières transmutations de la radioactivité, etc., nous donnent treize déterminations indépendantes de  $N$ . Et l'on peut dire que les valeurs de  $N$  ainsi trouvées concordent avec une précision inespérée. C'est vraiment le triomphe. Remercions M. Jean Perrin de nous l'avoir fait toucher aussi facilement dans ce livre où la science se montre à la fois si belle et si simple.

A. BURL (Toulouse).

J. SAGERET. — **Le système du Monde des Chaldéens à Newton.** — 1 vol. in-16 de 280 p., 3 fr. 50 ; F. Alcan, Paris.

Cet exposé est un habile et très légitime plaidoyer en faveur de la valeur de la science. La science invoquée étant surtout l'astronomie, l'auteur a la partie belle puisqu'il s'agit alors de la science appliquée qu'on regarde comme la plus exacte et la plus susceptible de prévisions ; mais son raisonnement philosophique n'en reste pas moins très général. On peut dire que tous les systèmes imaginés depuis la plus haute antiquité ne sont que des créations de l'esprit des penseurs, il n'en subsiste pas moins que la plupart ne sont plus que des curiosités que nous ne saurions mettre d'accord avec les faits, tandis que les derniers en date ont une telle puissance d'explication que celle-ci constitue, malgré tout, quelque chose de bon à garder, même si l'on pousse le scepticisme jusqu'à ne pas donner le nom de vérité à cette merveilleuse puissance.

M. J. Sageret commence par examiner brièvement la géométrie antique en montrant toujours très nettement l'adaptation de l'astronomie à cette géométrie incomplète. Il s'arrête à Newton parce que c'est là que le système héliocentrique est définitivement assis sur une base inébranlable ; c'est la conclusion dynamique qu'il ne semble plus possible de modifier. Certes, au point de vue cinématique, je puis rapporter tout l'univers à la Terre ou même à la table sur laquelle j'écris, mais ce ne serait plus raisonnablement possible au point de vue dynamique car la Terre ou la table ne sembleront jamais contenir quelque pouvoir qui puisse être assimilé à la cause simple et directe de tous les autres faits observés dans l'Univers. Au contraire tout devient clair et immédiat en traitant le Soleil comme le centre dynamique du système du monde. Pour arriver à cette grandiose conclusion il faut aller des Chaldéens à Newton mais il n'est plus besoin d'aller au delà. Sachons gré à l'auteur qui a résumé, de manière très impartiale et très intéressante, ce parcours qui restera pour toujours un des plus dignes sujets d'admiration.

A. BURL (Toulouse).

Dr Lothar SCHRUTKA. — **Elemente der höheren Mathematik** für Studierende der technischen und Naturwissenschaften. Mit 136 Fig. — 1 vol. gr. in-8°, 569 p.; 10 M.; Fr. Deuticke, Leipzig et Vienne.

Ces éléments de mathématiques supérieures s'adressent aux étudiants ingénieurs et aux étudiants en sciences physiques et chimiques.

Professeur à l'École technique supérieure allemande de Brünn, l'auteur a su tenir compte des besoins des sciences appliquées, tout en respectant, dans la mesure du possible, les conditions de la rigueur scientifique.

Il part des notions de fonction et de représentation graphiques et initie successivement l'élève aux Eléments de Géométrie analytique, de Calcul différentiel et intégral, aux développements en séries, à la résolution des équations algébriques, à l'étude des nombres complexes et des séries de Fourier. Ce dernier chapitre mérite une attention toute spéciale de la part de ceux qui enseignent aux physiciens. L'auteur est parvenu à donner les notions essentielles sous une forme très simple.

La méthode d'exposition est claire et bien appropriée à l'enseignement aux ingénieurs. Les exercices et les problèmes montrent aux étudiants comment les mathématiques interviennent dans les applications aux sciences mécaniques, physiques et chimiques et en Géodésie.

V. VOLTERRA. — **Leçons sur les équations intégrales et intégral-différentielles**. Leçons professées à la Faculté des Sciences de Rome et publiées par MM. TOMASSETTI et ZARLATTI. — 1 vol. gr. in-8° de vi-164 p., 5 fr. 50; Gauthier-Villars, Paris.

C'est certainement en M. V. Volterra qu'il faut voir le plus ancien promoteur du calcul fonctionnel. Dès 1883 il a considéré les fonctions  $F$ , qui dépendent de toutes les valeurs d'une autre fonction  $u(x)$  considérée dans un intervalle donné  $a, b$ , ce qu'il écrit actuellement

$$(1) \quad F = F \left[ u(x) \right] \Big|_a^b .$$

La notion tout à fait analogue de fonction de ligne fermée lui est également due; il est clair, par exemple, que l'aire de la surface minimum passant par un contour est définie par ce contour seul et variable avec lui; c'est une fonction du contour. Mais, à ce dernier point de vue, M. Volterra nous promet de nouvelles leçons professées à la Sorbonne. Pour l'instant il s'en tient surtout à la définition (1). Il examine d'abord le cas où la fonction  $u(x)$  se modifie très peu, ce qu'il arrive à considérer comme analogue au cas élémentaire ou, dans une fonction ordinaire  $f(x)$ , on remplace  $x$  par  $x + \xi$ . Il obtient ainsi, pour le second membre de (1), une véritable extension de la formule de Taylor, extension dans laquelle les termes sont des intégrales multiples de plus en plus compliquées. Le problème fondamental est de résoudre (1) par rapport à  $u$ , connaissant  $F$ ; c'est un problème d'inversion analogue à celui qui consiste à tirer  $x$  de l'équation ordinaire  $y = y(x)$ . Le résoudre en général apparaît comme effroyablement compliqué mais si, dans le développement taylorien généralisé que donne le second membre de (1), on néglige tous les termes contenant des intégrales double, triple, etc., il reste seulement une équation intégrale de la forme

$$(2) \quad \mu\varphi(x) = \lambda u(x) + \lambda \int_a^b K(x, \xi) u(\xi) d\xi$$

qui est bien, à proprement parler, l'équation de M. Volterra. Quand  $a$  et  $b$ , variables en général, deviennent des constantes, on a l'équation de M. Fredholm. Et l'équation (2), quelque particulière qu'elle puisse paraître par rapport aux considérations générales qui lui ont donné naissance, n'en correspond pas moins aux problèmes les plus importants de la Physique mathématique. D'ailleurs, avec une aisance remarquable, M. Volterra a mis ses généralisations d'accord avec les premiers points de départ, notamment avec les problèmes d'inversion d'Abel. Plus loin, il revient à l'équation de Fredholm et discute le problème de Dirichlet. Les problèmes qu'il examine dans l'espace se présentent également dans le temps et nous amènent aux phénomènes héréditaires de M. Emile Picard. Si l'on conçoit, en effet, une fonction dépendant de tous les points d'une ligne, on conçoit tout aussi bien des phénomènes mécaniques dépendant de tout un intervalle de temps, alors que les phénomènes de la dynamique élémentaire sont toujours complètement déterminés par l'allure du système durant un temps aussi petit que l'on veut. Je crois en avoir assez dit pour faire juger de l'intérêt d'une œuvre qui discute de telles questions avec des préliminaires très peu nombreux, très simples et très intuitifs.

A. BUNT (Toulouse).

---

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

---

### 1. Publications périodiques :

**Revue de Métaphysique et de Morale**, dirigée par X. LÉON. — Paris.

20<sup>e</sup> année. — E. BELOT : Les idées cosmogoniques modernes. — H. DUFUMIER : La philosophie des mathématiques de MM. Russell et Whitehead. — Ch. DUNAN : La nature de l'espace. — A. KOYRE : Sur les nombres de M. Russell. — G. LECHALAS : Une définition génétique du plan et de la ligne droite, d'après Leibniz et Lobatchevsky. — F. MARGUET : Translation solaire ou déformation du système sidéral. — A. PADOA : La logique déductive. — H. POINCARÉ : Pourquoi l'espace a trois dimensions. — B. RUSSELL : Réponse à M. Koyré.

21<sup>e</sup> année, Nos 1 et 2. — Ch. DUNAN : La nature de l'espace (fin). — P. BOUTROUX : Les étapes de la philosophie mathématique. — A. RIVAUD : Paul Tannery, historien de la science antique.

**Zeitschrift für das Realschulwesen**, herausgegeben von Em. CZUBER, Ad. BECHTEL un Mor. GLÖSER. — XXXVII. Jahrg., 1912 ; Alfr. Hölder, Wien.

Nos 1 à 12. — R. SUPPANTSCHITSCH : Die Heranbildung der Lehrer für Mathematik und der Ingenieure in Frankreich. — R. HEIN : Zirkulare Sinus- und Kosinuslinien. — K. W. LICHTENECKER : Zur Umwandlung von Brüchen in periodische Dezimalbrüche. — G. v. SENSEL : Das Relativitätsprinzip. — G. DA FANO : Ueber eine besondere Fläche dritter Ordnung. — W. PEYERLE : Untersuchungen an einigen logarithm. Kurven. — E. CZUBER : Der V. inter-