

**H. Poincaré. — Calcul des probabilités.  
Seconde édition revue et augmentée par  
l'auteur. — 1 vol. in-8° de IV-336 p.; 12 fr. ;  
Gauthier-Villars, Paris, 1911.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **14 (1912)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

produits infinis. 7. Le théorème de Mittag-Leffler et la représentation des fonctions en produits infinis d'après Weierstrass.

L'auteur s'est placé au point de vue de Cauchy-Riemann. Le titre même du livre laisse prévoir qu'il se borne à l'étude des fonctions monogènes et qu'il ne fait qu'effleurer l'étude des fonctions sur une surface de Riemann ainsi que le prolongement analytique. A noter cependant que le chapitre I contient une excellente étude des groupes de transformations linéaires, groupes finis et groupe modulaire. Cette étude est singulièrement simplifiée par l'emploi des formes hermitiennes que l'auteur introduit dès le début. Le chapitre VI contient encore en une cinquantaine de pages les fondements de la théorie des fonctions elliptiques. M. PLANCHEREL (Fribourg).

F.-W. LANCHESTER. — **Aerodynamik**. Ein Gesamtwerk über das Fliegen. Aus den Englischen übersetzt von C. u. A. RUNGE. II. Band : *Aerodynamik*. Mit 208 Fig. — 1 vol. in-8°, 327 p., relié, 12 M. ; B. G. Teubner, Leipzig.

Il n'est guère besoin d'insister sur l'intérêt d'actualité que présente le traité d'*Aerodynamik* de M. Lanchester. Le Tome II apporte des résultats d'ordre théorique ou expérimental qui seront étudiés avec profit par tous ceux qui s'intéressent ou qui travaillent aux questions si complexes du vol. Une attention toute particulière a été donnée aux problèmes qui se poursuivent depuis quelques années dans les laboratoires d'aviation : problèmes concernant le vol, le vol plané, la stabilité et l'équilibre et les méthodes d'essai.

En dehors des spécialistes, cet Ouvrage trouvera sans doute aussi un cercle très étendu de lecteurs parmi les mathématiciens et les ingénieurs qui désirent avoir un aperçu un peu complet de ce qui est acquis aujourd'hui dans la théorie de l'aviation au point de vue mathématique et mécanique et de ce qui est encore à la période d'essai ou à l'état empirique.

ENRIQUE LEGRAND. — **Sommations par une formule d'Euler** (de l'usage qu'on peut en faire pour résoudre de nombreux problèmes). Sumaciones por una fórmula de Euler (su aplicabilidad en la resolución de numerosos problemas). — 1 fasc. in-8°, 46 p. ; Gauthier-Villars, Paris.

Cette brochure de 46 pages contient (texte bilingue juxtaposé), de nombreuses applications de la formule sommatoire d'Euler au calcul exact ou

approché de sommes de la forme  $\sum_{\nu=0}^n f\left(a + \nu \frac{b-a}{n}\right)$ . L'auteur montre

ainsi que la formule d'Euler conduit très rapidement à des résultats intéressants. Les questions traitées pourront être utiles aux étudiants. Les questions de convergence ou de semi-convergence des séries qui se présentent ne sont pas traitées. M. PLANCHEREL (Fribourg).

H. POINCARÉ. — **Calcul des probabilités**. Seconde édition revue et augmentée par l'auteur. — 1 vol. in-8° de IV-336 p. ; 12 fr. ; Gauthier-Villars, Paris, 1911.

Je suppose que la première édition de cet ouvrage, par le seul fait qu'elle est épuisée, est suffisamment connue pour que je n'aie pas besoin de décrire la seconde en détail. Mieux vaut se consacrer surtout aux importantes ad-

jonctions dues à l'auteur. M. Poincaré a commencé par reproduire le chapitre sur *Le Hasard* publié par lui dans son ouvrage *Science et Méthode* : il obéit ainsi au sentiment qui a guidé ses prédécesseurs, notamment Laplace et Bertrand, qui, de leur côté, n'ont pas voulu parler du Calcul des probabilités sans intéresser le lecteur par un avant-propos en langage ordinaire, destiné à montrer le dit calcul dans les problèmes de la vie journalière et de la philosophie la plus pratique.

Mais j'ai hâte de passer aux nouveautés analytiques.

L'une des plus importantes est à coup sûr l'introduction des *fonctions caractéristiques*. Une telle fonction  $f(\alpha)$  est la valeur probable de  $e^{\alpha x}$ . Donc

$$f(\alpha) = \Sigma p e^{\alpha x} \equiv \int \varphi(x) e^{\alpha x} dx ;$$

le sigma correspond au cas où  $x$  varie de manière discontinue, l'intégrale intervenant dans le cas où  $x$  varie continuellement. Or, en général,  $x$  variera de  $-\infty$  à  $+\infty$  et alors, d'après la formule de Fourier, une réciprocity apparaîtra entre la fonction  $f$  et la loi de la probabilité  $\varphi$ . A l'heure où le problème de l'inversion des intégrales définies prend une si grande importance, il n'était pas inutile de le reprendre ainsi, sous une de ses formes anciennes mais pouvant servir de modèle particulièrement simple et utile.

De plus on voit aisément, en considérant l'intégrale qui précède, qu'on peut varier la forme de  $\varphi(x)$  de manière à exprimer non seulement la loi de Gauss, mais aussi autant d'autres lois qu'on voudra. Ces comparaisons possibles semblent fournir à M. Poincaré des justifications de la célèbre loi qui sont particulièrement importantes et immédiates.

De même, dans la théorie de l'interpolation, nous assistons à l'introduction de polynômes  $D_i$  tels que

$$\Sigma D_k D_i = 0 .$$

Si le sigma était remplacé par une intégrale, les  $D$  seraient des fonctions à caractère assez banal et l'égalité serait semblable aux égalités fondamentales sur lesquelles reposent de nombreux développements en série. Mais ici justement il s'agit de sommes d'un nombre fini de termes. Je ne puis expliquer en détail comment ces polynômes  $D$  conduisent à une méthode d'interpolation d'accord avec la méthode des moindres carrés mais, ici encore, l'analyse est extrêmement suggestive et élégante.

Un dernier chapitre, intitulé *Questions diverses*, est éminemment original et moderne. Dans le problème du battage des cartes, la probabilité d'un certain arrangement est exprimée à l'aide d'un nombre complexe dépendant de  $r$  unités complexes. Dans le problème de la répartition des décimales dans une table numérique, M. Poincaré considère, par exemple, la troisième décimale et imagine une fonction égale à  $+1$  si cette décimale est paire, à  $-1$  si elle est impaire. Il réussit à assimiler une telle fonction à une fonction périodique et à établir que sa valeur moyenne est nulle ou très petite. La conclusion est qu'il n'y a pas plus de chance pour que la décimale considérée soit paire qu'impair.

Enfin si nous considérons un liquide en mouvement permanent, dans lequel on distingue au début des molécules de couleurs différentes, nous croyons cependant qu'au bout d'un certain temps toutes ces molécules se-

ront mélangées. Etablir la chose en toute rigueur permettrait d'établir de même que, dans un système mécanique quelconque, satisfaisant toutefois aux équations de Hamilton, l'état final peut, après un temps suffisamment long, ne plus sembler dépendre de l'état initial, à moins que l'on n'imagine tout exprès des intégrales uniformes dont le but serait de conserver quelque chose.

De semblables hypothèses sont continuellement postulées en physique, notamment dans la théorie cinétique des gaz. Et pour prouver quels problèmes étranges et intéressants se trouvent derrière de telles considérations, il est impossible de ne pas mentionner l'application du Calcul des probabilités que vient de faire M. Poincaré dans une Note des *Comptes Rendus* (4 décembre 1911) *Sur la Théorie des Quanta*. D'après Planck, un corps rayonnant aurait une émission discontinue ; il serait assimilable à la réunion d'une foule d'oscillateurs hertziens ayant chacun une période propre. Mais quelle idée se faire d'un tel rayonnement où nous ne pourrions évidemment considérer isolément chaque oscillateur ? Le Calcul des probabilités l'indique et vient à l'appui de l'hypothèse de Planck. Une autre note de M. E. Bauer (26 décembre) revient sur la question. D'autres surgiront sans doute grâce à l'élan donné par M. Poincaré. Y a-t-il meilleure recommandation, auprès des physiciens, de la science ici exposée ?

A. BUHL (Toulouse).

H. POINCARÉ. — **Hypothèses cosmogoniques.** Leçons professées à la Sorbonne, rédigées par H. VERGNE. — 1 vol. gr. in-8° de XXVI-294 p. ; 12 fr. ; Hermann, Paris, 1911.

Ces leçons ont un intérêt historique très net à côté de l'intérêt scientifique proprement dit. M. Poincaré y passe en revue les principales hypothèses cosmogoniques en leur adjoignant une critique analytique que l'auteur de l'hypothèse a eu parfois le tort de négliger. Si nous ne remontons pas jusqu'à Lucrèce, du moins rencontrons-nous ici les noms de Kant, Laplace, Roche, Faye, du Ligondès, See, G.-H. Darwin, Helmholtz, Lockyer, Schuster, Arrhénius, Belot.

Dans cette suite, on peut dire que, jusqu'à Darwin inclus, la cosmogonie est surtout mécanique. On part toujours d'un état matériel primitif, plus ou moins informe, mais formé de particules obéissant aux lois de la mécanique et tout particulièrement à leurs attractions mutuelles. Les auteurs qui suivent ont recours à des considérations plus complexes au point de vue physique ; ils tiennent compte de la forme thermique de l'énergie.

Le premier point fort important est que M. Poincaré défend, encore avec une fort belle assurance, l'hypothèse de Laplace dont d'éminents contradicteurs ont annoncé la mort un peu prématurément. Il montre que l'objection des satellites à mouvement rétrograde n'est pas aussi redoutable qu'on pouvait le croire au premier abord. L'anneau qui, en se brisant, a pu donner naissance à une planète a pu laisser subsister de petits fragments non compris dans la planète formée, mais que celle-ci aura ensuite captés sous forme de satellites. Et la capture peut se présenter de manière telle qu'on obtienne un satellite gravitant dans n'importe quel sens.

Quant à la théorie de Faye, M. Poincaré n'y croit guère mais, par une analyse facile il en tire des problèmes simples et ingénieux. Elle reste élégante bien qu'elle ne soit point nécessaire pour expliquer les rotations planétaires de sens contraires.