

LE 5me CONGRÈS INTERNATIONAL DES MATHÉMATIENS

Autor(en): **Fehr, H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **14 (1912)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **18.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-14294>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Du même coup, un calcul de cette nature, à cause de la représentation indiquée, serait le calcul des segments géométriques. Je n'ai (et n'aurai sans doute) pas le loisir de poursuivre cette étude, ni même de l'aborder. Je souhaiterais qu'elle attirât l'attention de quelqu'un de nos jeunes confrères, et c'est dans cet espoir que je me suis décidé à donner les indications rapides qui précèdent.

C.-A. LAISANT.

LE 5^{me} CONGRÈS INTERNATIONAL DES MATHÉMATICIENS

Cambridge, août 1912.

Le 5^{me} Congrès international des Mathématiciens a été tenu à Cambridge, du 21 au 28 août, conformément au programme général reproduit dans notre précédent numéro. Est-il besoin d'ajouter qu'il s'est déroulé sous un ciel uniformément gris, déversant parfois des pluies abondantes ? On l'aura deviné, car le temps a été également très pluvieux presque sur tout le centre et le N.-O. du Continent. Mais chacun sait que seuls les bons souvenirs restent gravés profondément, aussi les Congressistes n'oublieront pas leur séjour si agréable dans la vieille cité universitaire, où ils ont eu le privilège d'apprécier l'hospitalité anglaise toujours si large et depuis longtemps traditionnelle. Les grands Collèges de Cambridge ont rivalisé de zèle pour héberger les Congressistes et leur offrir de brillantes réceptions.

RÉCEPTIONS. — Ce fut d'abord la Réception au *St. John College* par Sir George DARWIN, Président de la *Cambridge Philosophical Society*, et M. R. F. SCOTT, Vice-Chancelier de l'University, le mercredi soir 21 août ; puis la Réception au *Fitz William Museum* par Lord RAYLEIGH, Chancelier de l'University, le vendredi 23 août ; la Réception dans les jardins du *Christ's College*, par le Président du Congrès, le dimanche après-midi, 25 août, suivie, le soir, d'un beau Récital d'Orgue dans la Chapelle du *King's College* ; et enfin la Réception au *Trinity College*, par le Master et les Fellows. Mentionnons aussi la visite à la *Cambridge Scientific Instrument Company* et à l'*Observatoire*, ainsi que la promenade, sous une pluie torrentielle, à la Cathédrale d'Ely et les excursions au lendemain du Congrès, à *Hatfield House* et à *Oxford*.

PARTICIPATION. — Près de 500 congressistes représentant 27 pays ont suivi les séances ; à ce chiffre il faut ajouter plus de cent personnes accompagnant les Congressistes. Le chiffre¹ des inscriptions est en réalité de 572 ; il comprend les mathématiciens présents à Cambridge et les souscripteurs du volume des travaux du Congrès. Le nombre des participants anglais (Iles Britanniques) est d'environ 250.

LES TRAVAUX. — Ils comprennent huit conférences générales réparties sur quatre réunions plénières ; on en trouvera plus loin un résumé succinct. Les communications spéciales, au nombre d'une centaine, ont été présentées dans les séances des quatre (mais en réalité six) sections ci-après :

- I. — Arithmétique, Algèbre, Analyse.
- II. — Géométrie.
- III. (a) — Mécanique, Physique mathématique, Astronomie.
- III. (b). — Sciences économiques, Assurances, Statistique.
- IV. (a) — Philosophie et Histoire des mathématiques.
- IV. (b) — Enseignement mathématique.

Nous reproduirons la liste complète des communications des Sections I à IV (a). Les travaux de la Section IV (b) se rattachant plus particulièrement au but de cette Revue, il convient d'en donner un compte rendu quelque peu développé. Toutefois, faute de temps, nous devons renvoyer au prochain numéro le compte rendu détaillé des travaux concernant la Commission internationale de l'Enseignement mathématique.

En parcourant la liste très longue des travaux, le lecteur constatera qu'ils touchent aux domaines les plus divers des sciences mathématiques pures et appliquées. On pourra renouveler encore cette fois les critiques et remarques faites au sujet des précédents Congrès et que nous avons résumées dans une petite Note publiée dans le numéro de juillet. Qu'il nous suffise donc d'exprimer une fois de plus le vœu que le Comité d'organisation du prochain Congrès parvienne à limiter les communications en précisant le champ et la nature des travaux et en réservant une plus grande place à des discussions d'un intérêt général. Les Actes du Congrès ne doivent pas jouer simplement le rôle d'un périodique mathématique.

HOMMAGE A CAYLEY. — Sur l'initiative de M. le Prof. DICKSTEIN (Varsovie), un groupe de congressistes a déposé une couronne sur la tombe de l'illustre géomètre anglais. Une souscription, rapidement couverte, permettra de commémorer cette cérémonie par une couronne en argent qui sera remise à l'Université de Cambridge.

¹ Le chiffre correspondant pour le Congrès de Rome (1908) est de 535 ; voir la statistique publiée dans l'*Ens. math.* du 15 juillet 1912, p. 303-306.

SÉANCES GÉNÉRALES

SÉANCE D'OUVERTURE; jeudi matin, 22 août.

L'ouverture officielle du Congrès a eu lieu le jeudi 22 août, à 10 heures du matin, dans l'Examination Hall. Dans son discours de bienvenue Sir George DARWIN, Président de la Cambridge Philosophical Society, a d'abord parlé de la place que prend Cambridge dans les mathématiques pures et appliquées; il suffit de mentionner ici les noms de Newton, Airy, Adams, Maxwell, Cayley, Stokes et Kelvin. En termes émus il a ensuite rappelé la mort si inattendue du plus grand des mathématiciens contemporains, H. Poincaré. Puis il a tracé à grands traits quelques-uns des problèmes de la Science actuelle.

Le Vice-Chancelier de l'Université. M. F. R. SCOTT, a ensuite souhaité une chaleureuse bienvenue aux Congressistes au nom de l'Université de Cambridge.

1^{re} SÉANCE GÉNÉRALE; jeudi après-midi, 22 août.

FORMATION DU BUREAU. — Dans la première séance générale le Congrès a d'abord été appelé à constituer son Bureau. Le Bureau du *Comité local*, formé par la *Cambridge Philosophical Society*, a été confirmé à l'unanimité comme Bureau du Congrès, en y adjoignant un certain nombre de vice-présidents pour représenter les principaux pays. Sur la proposition du président, le savant physicien Lord RAYLEIGH, Chancelier de l'Université, a été nommé président d'honneur.

Voici la composition du Bureau du Congrès :

Président d'honneur : Lord RAYLEIGH.

Président : Sir G. H. DARWIN.

Vice-présidents : W. v. DYCK, L. FÉJER, R. FUJISAWA, J. HADAMARD, J. L. W. V. JENSEN, P. A. MACMAHON, G. MITTAG-LEFFLER, E. H. MOORE, F. RUDIO, P. H. SCHOUTE, M. S. SMOLUCHOWSKI, V. A. STEKLOV, V. VOLTERRA.

Secrétaires : E. W. HOBSON, A. E. H. LOVE.

Trésorier : Sir J. LARMOR.

COMMISSION INTERNATIONALE de l'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE. — Sir G. GREENHILL, vice-président de la Commission, rappelle que la commission a été instituée à la suite d'une résolution du précédent Congrès, puis il indique très brièvement les résultats obtenus. La Commission rapportera devant la section IV (b), enseigne-

ment mathématique. Dans sa séance de clôture, le congrès sera appelé à se prononcer sur la prolongation du mandat de la Commission.

CONFÉRENCE de M. F. ENRIQUES (Bologne) : *Il significato della critica dei principii nello sviluppo delle matematiche (La critique des principes et son rôle dans le développement des mathématiques.* — La critique des principes est à l'ordre du jour auprès des mathématiciens contemporains. L'analyse approfondie des concepts de limite et de fonction, les recherches ayant pour point de départ la théorie des parallèles et la géométrie non-euclidienne, celles plus récentes qui se rattachent à la fondation de la géométrie projective et à l'« Analysis situs », les développements sur les variétés à plusieurs dimensions, sur les transformations et sur leurs groupes ; enfin la théorie des ensembles et les spéculations sur l'infini et l'infinitésimal actuel, auxquelles se rattachent les géométries non-archimédiennes, ont soulevé une foule de problèmes qui touchent aux racines les plus profondes de l'édifice mathématique et attirent, pour des raisons diverses, les esprits philosophiques.

Dans le domaine d'une science éminemment conservatrice qui offre, depuis deux mille ans, le spectacle d'une continuité ininterrompue de construction progressive, sans démolitions, les critiques innovatrices à caractère révolutionnaire, éveillent peut-être un intérêt émotif plus fort que dans tout autre champ de la connaissance où les crises se succèdent visiblement d'une façon périodique. C'est cet intérêt émotif qui explique non seulement la résistance que les nouvelles idées ont rencontrée auprès du public non préparé à les comprendre, mais encore et surtout la séduction qu'elles exercent sur tant d'esprits prompts à passer, par une réaction psychologique naturelle, de l'émerveillement et de l'étonnement, à la foi et à l'enthousiasme pour le nouveau monde qui s'ouvre à leurs yeux.

Or, les discussions les plus vives suscitées par les nouveaux ordres de recherches et surtout les nouvelles attitudes de l'esprit critique posent naturellement un problème d'ordre philosophique et historique : celui de savoir quelle est la valeur propre de la critique des principes et quelle place lui appartient dans les progrès de notre science.

C'est à ce point de vue que le Conférencier examine les objets suivants¹ : Le continu et les procédés infinitésimaux chez les Grecs. — La fondation du calcul infinitésimal. — La critique des concepts infinitésimaux et les nouveaux développements du calcul des variations. — Les fonctions arbitraires et la moderne élabo-

¹ La conférence vient d'être publiée dans la Revue *Scientia*, 6^e année, Bologne, 1912.

ration du concept du continu. — Le développement intensif des Mathématiques : les équations et les nombres imaginaires. — La théorie des fonctions algébriques d'après Riemann et la critique des principes de la Géométrie. — Quelques nouveaux développements de l'algèbre. — Conclusions : le pragmatisme et le naturalisme mathématiques. — Les Mathématiques envisagées comme instrument ou comme modèle de la science.

CONFÉRENCE de M. ERN. W. BROWN (Yale University, New Haven) : *Periodicity in the Solar System*. — Après avoir indiqué les différentes branches suivant lesquelles la mécanique céleste a été divisée durant ces trente dernières années, le conférencier s'arrêta assez longuement sur les périodes des oscillations par lesquelles les astronomes ont généralement représenté les mouvements du système solaire. Ces oscillations sont à courte période, à longue période, séculaire ou sont enfin des librations. Il nous fut alors montré, par des considérations sur ces périodes, comment nous pouvons être certains que les théories actuelles sur la lune et les planètes suffisent pleinement à représenter le mouvement de ces corps dans les limites du temps pendant lequel les observations ont lieu.

Les théories concernant les astéroïdes sont beaucoup plus difficiles. La commensurabilité approximative ou exacte entre la période moyenne de révolution des astéroïdes autour du soleil et celle de Jupiter y joue un rôle important. La commensurabilité exacte, si elle existe, produit des oscillations généralement connues sous le nom de librations, et leur théorie mathématique est encore très incomplète. Actuellement nous ne voyons pas de raisons qui empêcheraient l'existence d'astéroïdes ayant des mouvements de libration. Mais il y a de notables imperfections dans les régions de libration. Il en est de même en ce qui concerne l'anneau de Saturne. D'autre part, nous rencontrons des librations dans les systèmes de satellites de Jupiter et de Saturne. On supposa que la présence d'une région de libration, dans le problème des trois corps, limite la série des orbites stables et qu'une limitation encore plus considérable de la série est produite par la présence d'un quatrième corps, par exemple de Saturne, s'il s'agit des astéroïdes.

Les déviations périodiques de la lune relativement à son orbite théorique furent examinées brièvement et l'on mentionna les méthodes en vigueur pour en rechercher les causes. Le professeur Brown termina sa conférence par un témoignage de respect à la mémoire d'Henri Poincaré.

2^e SÉANCE GÉNÉRALE ; vendredi après-midi, 23 août.

CONFÉRENCE de M. E. LANDAU (Göttingue) : *Gelöste und ungelöste Probleme aus der Theorie der Primzahlenverteilung und der Riemannschen Zetafunktion* (Problèmes résolus ou à résoudre dans la théorie de la répartition des nombres premiers et de la fonction Zéta de Riemann). — Les propriétés de la théorie des nombres sont peu connues et cela tient spécialement aux difficultés que présentent les méthodes de la théorie analytique des nombres. C'est donc avec un véritable intérêt que l'on a suivi l'exposé dans lequel M. LANDAU examine, en partant de notions familières à chacun, les principaux problèmes concernant la répartition des nombres premiers. Il ne manque pas de signaler en passant, bon nombre de questions qui se rattachent étroitement à la théorie analytique des nombres. Par ses nombreuses et importantes contributions dans ce domaine M. LANDAU était tout particulièrement désigné pour faire une conférence de cette nature.

CONFÉRENCE du Prince B. GALITZINE (St-Petersbourg) : *The Principles of instrumental sismology*. — Les progrès rapides de la sismologie datent de 10 à 20 ans et sont dus principalement à l'adoption de méthodes de recherche purement physique, basées sur l'observation d'instruments. La sismologie instrumentale ou sismométrie est liée étroitement à la mécanique théorique et par suite aux mathématiques pures. La propagation des perturbations sismiques issues du foyer d'un tremblement de terre n'est autre chose qu'un problème d'élasticité. On distingue deux sortes de vagues sismiques, les longitudinales et les transverses ou vagues de torsion dont la vitesse de propagation à la surface externe de la croûte terrestre atteint respectivement 7,17 et 4,01 kilomètres à la seconde. De cette différence de vitesse on pourra déduire la distance de l'épicentre à l'observatoire.

Les équations générales de la théorie de l'élasticité permettent de conclure, ainsi que l'ont montré Lord Rayleigh et Sir K. Lamb, à l'existence d'une autre sorte de vagues, les vagues de gravitation ou longues vagues qui se propagent à la vitesse constante de 3,5 kil. à la seconde. L'arrivée de ces vagues constitue le commencement de la phase maximum d'un sismogramme. Ces résultats théoriques sont confirmés dans leurs grandes lignes par l'observation directe.

Au lieu d'étudier les vagues sismiques, il est plus commode de considérer les rayons sismiques correspondants. Ces derniers se transmettent selon des brachistochrones. Si la loi qui donne la

relation entre la vitesse et la profondeur était connue, il serait facile d'exprimer le temps nécessaire à un rayon sismique pour se propager du foyer au lieu d'observation ainsi que la distance épacentrale correspondante, comme fonction de la profondeur du foyer et de l'angle d'émergence des rayons sismiques. Cela donnerait la forme de l'hodographe théorique. En renversant le problème, c'est-à-dire en construisant l'hodographe à l'aide d'observations directes il sera possible d'arriver à certaines conclusions concernant la constitution intérieure de la terre. C'est la méthode suivie par Wiechert et ses disciples.

Alors que dans les limites de la région épacentrale presque tous les tremblements de terre sont caractérisés par plusieurs chocs plus ou moins intenses, séparés par des intervalles de calme, le tout d'une durée dépassant rarement quelques minutes, les appareils sismiques des stations éloignées accusent un mouvement continu et prolongé du sol. On peut attribuer cela à des réflexions et réfractions intérieures des rayons, à de véritables vibrations de l'écorce terrestre et à la dispersion sismique. Jusqu'à présent, le problème de la dispersion sismique n'a pas été traité d'une façon complète.

La meilleure méthode pour examiner les différents problèmes de propagation des vagues sismiques serait de considérer les différentes couches de la terre non pas comme un milieu isotrope, mais seulement transversalement isotrope. C'est le procédé de Rubski qui l'a conduit à d'intéressants résultats, mais le problème est très compliqué.

Comme il existe six mouvements différents possibles, trois déplacements et trois rotations, la résolution du problème fondamental de sismométrie, c'est-à-dire la détermination du vrai mouvement du sol en fonction du temps, exige six sismographes différents. Les types variés de sismographes sont tous basés sur le principe d'inertie (principe du point fixe). Pour l'étude des déplacements horizontaux, on utilise principalement des pendules horizontaux dont il existe différents types ; car il est nécessaire que la période d'oscillation du sismographe soit longue, afin d'obtenir une amplification suffisante. L'étude de la composante verticale se fait au moyen de sismographes verticaux spéciaux.

Les mouvements du sismographe sont enregistrés soit mécaniquement sur du papier noirci, soit optiquement à l'aide d'un rayon de lumière réfléchi. Pour obtenir une forte amplification et éviter tout frottement, cette méthode galvanométrique est très avantageuse. Elle permet en outre d'enregistrer à distance.

Pour assurer le bon fonctionnement des appareils il est nécessaire d'humecter convenablement chaque sismographe. Jusqu'à présent cela se faisait par l'air et l'huile, mais le procédé le plus simple, le plus pratique et qui présente aussi théoriquement le

plus de garantie, c'est la méthode magnétique qui sera adoptée dans tous les observatoires sismiques russes.

Le problème fondamental de sismologie, c'est-à-dire la détermination du vrai mouvement du sol dans un intervalle de temps donné, offre de grandes difficultés; ici, comme dans bien d'autres questions de sismologie moderne, il faut avoir recours aux mathématiques pures.

La lecture de sismogrammes obtenus à l'aide de sismographes apériodiques nous permet d'aborder différents problèmes dont quelques-uns présentent une grande importance pratique (détermination de l'azimuth de l'épicentre; fixation de la position de l'épicentre déduite d'observations faites à une seule station; calcul de l'angle d'émergence des rayons sismiques, ce qui est un élément important pour l'étude de la route suivie par les rayons sismiques dans l'intérieur de la terre). On peut encore citer d'intéressantes questions qui se présentent en sismologie, comme par exemple les oscillations régulières (pulsations) de l'écorce terrestre, la prédiction des tremblements de terre, les déplacements des masses intérieures, etc.

L'Angleterre a contribué pour une large part aux progrès de la sismologie. Il suffit de se rappeler tous les travaux de MILNE ainsi que les admirables recherches théoriques de nombreux savants anglais tels que Lord Kelvin, H. Lamb, G. Darwin, Larmor, Love, Schuster, Knott et bien d'autres encore.

3^e SÉANCE GÉNÉRALE; samedi après-midi, 24 août.

CONFÉRENCE DE M. E. BOREL (Paris) : *Définition et domaine d'existence des fonctions monogènes uniformes*. — Après avoir rappelé les origines de l'idée de fonction le conférencier expose avec beaucoup de clarté les différents points de vue analytiques et géométriques auxquels les auteurs se sont placés pour l'étude des fonctions analytiques : la théorie de Cauchy; les limites de la théorie de Cauchy-Weierstrass; la théorie de Cauchy-Riemann; les domaines de Cauchy; le prolongement par les séries divergentes, théorie de Mittag-Leffler; les intégrales doubles analogues à l'intégrale de Cauchy; les propriétés de fonctions monogènes. — M. Borel insiste sur la distinction qu'il y a lieu de faire entre les expressions *fonction monogène* et *fonction analytique* et il définit les fonctions monogènes qui ne sont pas analytiques. Il termine en appelant l'attention sur des analogies entre la théorie des fonctions d'une variable complexe et la théorie du potentiel.

CONFÉRENCE de SIR WILLIAM H. WHITE, K. C. B. : *The Place of Mathematics in engineering practice* (La place des mathéma-

tiques dans la pratique de l'ingénieur). — Il est universellement reconnu, actuellement, que l'ingénieur doit avoir une connaissance approfondie des diverses branches qui touchent à sa vocation, combinée à une expérience et un entraînement pratiques appropriés. De toutes ces branches, ce sont évidemment les mathématiques qui occupent le premier rang. Avec le temps, le mathématicien et l'ingénieur sont arrivés à mieux se comprendre et à être plus utiles l'un à l'autre dans leurs travaux. Cependant il faut faire une distinction sensible entre les deux. Les mathématiciens considèrent spécialement les travaux d'ingénieurs en se plaçant au point de vue scientifique ; ils cherchent avant tout à rendre les mathématiques utiles à l'ingénieur en élaborant des théories et en recherchant des formules. Le principal objet de l'ingénieur, par contre, sera la conduite effective de travaux d'un ordre pratique en cherchant à réaliser autant que possible les conditions requises de solidité, d'économie et de succès commercial.

Examinons maintenant quelle est la nature de l'attribution du mathématicien aux travaux d'ingénieurs. Tout d'abord il faut citer le développement de théories mathématiques basées sur des hypothèses que confirment les observations et la pratique du passé. Autrefois, les hommes de science pensaient que les mathématiques pures suffisaient à elles seules à guider la pratique de l'ingénieur. Aujourd'hui, on a reconnu que cela ne suffisait pas et l'on pense que les meilleurs services que les mathématiciens peuvent rendre à l'ingénieur consistent à lui suggérer les meilleures méthodes de recherche expérimentale, à établir des principes généraux basés sur l'analyse et l'expérience et à élaborer des règles pratiques s'appuyant sur ces principes scientifiques.

On peut illustrer ce contraste entre les méthodes du passé et celles d'aujourd'hui en comparant les travaux faits au dix-huitième siècle sur la marche des vaisseaux parmi les vagues par Daniel Bernoulli, qui remporta en 1757 le prix offert par l'Académie des Sciences en France, et ceux de William Froude, un siècle plus tard sur le même sujet. Bernoulli était plus fort mathématicien, mais n'avait qu'une faible connaissance de la mer et des vaisseaux. Son mémoire était un traité mathématique, mais ses règles pratiques étaient basées sur des hypothèses qui ne correspondaient pas à la réalité. Il se rendait compte lui-même que les observations et l'expérience lui manquaient. Il en résulta que ses règles pratiques concernant les constructions navales étaient incorrectes. William Froude était un ingénieur expérimenté possédant également de bonnes connaissances mathématiques et un esprit mathématique ; en outre, il avait une grande habitude de la mer et des vaisseaux et de grandes qualités d'expérimentateur. Il reprit le problème en basant ses investigations mathé-

matiques sur l'expérience et l'observation et réussit à faire œuvre utile en ce qui concerne la pratique de la construction navale.

Nous avons un autre exemple de ce contraste entre les méthodes anciennes et modernes dans l'étude de la résistance que présente l'eau à la marche des navires. Les mathématiciens se sont occupés depuis fort longtemps de ce sujet et ont tenté d'établir des théories sur cette question. Les premières théories mathématiques sur la résistance ne purent guère trouver d'utilité dans la pratique, car elles étaient basées sur des hypothèses erronées et incomplètes. Plus tard, William Froude entreprit des recherches spéciales à ce sujet, en ayant soin d'appuyer cette étude sur l'observation directe. Pour cela il introduisit des réservoirs d'expérience, qu'on a adopté aujourd'hui dans tous les pays maritimes, destinés à faire des essais sur différents modèles de bateaux. Les résultats obtenus par ces procédés ont une valeur pratique considérable. Actuellement on a des renseignements très précis sur la forme la plus avantageuse à donner aux vaisseaux ; mais on n'est pas encore fixé définitivement sur la forme de l'hélice, et à cet égard les résultats fournis par de nombreuses expériences exécutées à des vitesses variées sont d'une grande utilité. Ce problème de l'hélice est en fait très complexe, car un grand nombre de facteurs doivent être pris en considération et l'on ne peut songer à résoudre des questions de cette nature que par une heureuse combinaison de la recherche expérimentale et de l'analyse mathématique.

Il existe d'autres domaines où la méthode expérimentale joue un rôle prépondérant, par exemple dans l'évaluation de la pression du vent sur certaines constructions compliquées, dans l'aéronautique et le problème du vol.

Citons encore la construction de ces gigantesques vaisseaux modernes, qui sont appelés à transporter d'énormes charges, à supporter toutes les intempéries et à satisfaire en un mot toutes les exigences de la civilisation moderne ; on conçoit bien qu'en pareil cas l'investigation mathématique pure serait impuissante : l'interprétation scientifique des expériences passées et les méthodes comparatives pourront seules conduire à de bons résultats.

De grands progrès ont été déjà réalisés grâce à la collaboration active du mathématicien et de l'ingénieur ; et il est à prévoir que ces progrès ne feront que s'accroître maintenant que l'on comprend mieux le rôle des mathématiques dans la pratique de l'ingénieur.

4^e SÉANCE GÉNÉRALE; mardi après-midi, 27 août.

CONFÉRENCE de M. Maxime BÔCHER (Harvard University); *Boundary Problems in one Dimension*. — Dans cette étude générale des problèmes de limites à une dimension, M. Bôcher examina systématiquement les progrès récents les plus importants, en ce qui concerne les méthodes et les résultats; il fut ainsi possible, en quelque sorte, d'unifier et de systématiser le sujet plus complètement qu'on ne l'avait fait jusqu'à présent dans la littérature.

La conférence s'est bornée presque uniquement à des problèmes de limites linéaires, c'est-à-dire à la question de la résolution d'une équation différentielle linéaire assujettie à des conditions de limites linéaires.

CONFÉRENCE de Sir Joseph LARMOR (Cambridge): *Dynamics of radiation*. — La série des conférences s'est terminée par une étude de la question si importante, mais encore si obscure, des radiations électriques. Sir J. LARMOR a montré quels sont les problèmes fondamentaux que l'on rencontre actuellement dans l'étude des radiations et a signalé en particulier les théories thermo-dynamiques de Boltzmann et de Planck.

SÉANCE DE CLOTURE; mardi soir, 27 août.

Sir George DARWIN, président, passe d'abord en revue les questions transmises au présent Congrès par le Congrès de Rome.

On sait que le Comité du 4^{me} Congrès avait été chargé de constituer une *Commission internationale pour l'unification des notations vectorielles*. Les pourparlers préliminaires n'ayant pas encore abouti, la Commission n'est pas prête à rapporter; mais elle espère pouvoir le faire au prochain Congrès.

Quant à la création d'une *Association internationale*, proposée par l'un des membres du Congrès de Rome, le Comité de Cambridge n'a pas reçu de nouvelles propositions. Il estime d'ailleurs qu'une pareille organisation ne correspond pas à un besoin. (Approbation générale.)

COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE. —

M. C. GODFREY rend compte des séances que la Commission a tenues avec la Section IV (a) du Congrès. Les travaux des Sous-commissions nationales ne sont pas entièrement terminés et il conviendra ensuite de faire une série d'études comparées et de

mettre en discussion des questions d'une importance générale. Dans ces conditions, la Section IV (a) estime qu'il y a lieu de prolonger le mandat de la Commission.

M. W. v. DYCK (Munich) appuie cette proposition, il insiste sur le travail considérable accompli par la Commission avec le concours des Sous-commissions nationales. Près de 150 fascicules ou volumes, comprenant un ensemble de 280 rapports, ont été présentés vendredi à la Section IV (a). Ils renferment des documents qui sont appelés à jouer un rôle très utile dans l'étude des progrès à réaliser dans l'enseignement mathématique. M. v. Dyck pense être l'interprète de toute l'assemblée en exprimant ses plus vifs remerciements non seulement au Comité central et aux membres de la Commission, mais aussi aux membres et aux collaborateurs des Sous-commissions nationales.

Voici le texte complet de la *résolution* proposée par la Section IV, et votée ensuite à l'unanimité des Congressistes présents :

Le cinquième Congrès international des Mathématiciens adresse ses remerciements aux gouvernements, aux institutions et aux personnes qui ont accordé leur aide à la Commission internationale de l'Enseignement mathématique ;

Décide de prolonger les pouvoirs du Comité central composé de MM. F. KLEIN (Goettingue), Sir G. GREENHILL (Londres) et H. FEHR (Genève) et, suivant la requête qui lui est adressée, d'adjoindre à ce Comité M. David-Eugène SMITH (New-York).

Prie les délégués de bien vouloir continuer leurs offices en s'assurant la coopération de leurs gouvernements respectifs et en poursuivant leurs travaux ;

Et invite la Commission à présenter un rapport ultérieur au 6^{me} Congrès international et à organiser dans l'intervalle telles réunions que les circonstances lui dicteront.

Texte anglais : The following resolution is transmitted to the Congress with the unanimous support of its International Commission on the Teaching of Mathematics, and of Section IV, and with the request that it be adopted.

Resolved : That the Congress expresses its appreciation of the support given to its Commission on the Teaching of Mathematics by various governments, institutions, and individuals ;

That the Central Committee composed of F. KLEIN (Göttingen), Sir G. GREENHILL (London) and H. FEHR (Geneva) be continued in power and that, at its request, David Eugene SMITH (New-York) be added to its number ;

That the Delegates be requested to continue their good offices in securing the cooperation of their respective governments and in carrying on the work ; and that the Commission be requested to make such further report at the Sixth International Congress, and to hold such conferences in the meantime, as the circumstances warrant.

Texte allemand : Der fünfte International Mathematiker Kongress zu Cambridge bringt allen Regierungen, Körperschaften und Personen, die die

Arbeiten der in Rom eingesetzten Internationalen Mathematischen Unterrichtscommission unterstützt haben, den wärmsten Dank zum Ausdruck und beschliesst;

Dass der Zentralkomitee (KLEIN, GREENHILL, FEHR) weiter bestehe und durch Herrn D. E. SMITH (New-York) erweitert werde;

Dass die Delegierten gebeten werden, die Unterstützung ihrer Regierungen weiter zu sichern und das Unternehmen zu fördern;

Und dass die Kommission dem nächsten Internationalen Mathematiker-Kongress erneut berichte und inzwischen ihm nötig scheinende Zusammenkünfte voranstalte.

Texte italien : La Commissione internazionale dell'insegnamento matematico e la Sezione IV hanno approvato all'unanimità il seguente voto, che viene trasmesso al Congresso, colla preghiera di volerlo accogliere :

Si delibera che il Congresso esprima la sua riconoscenza per il contributo dato alla Commissione dell'insegnamento matematico dai vari Governi, Istituti e persone ;

Che il comitato Centrale (KLEIN, GREENHILL, FEHR) resti in carica e che, sopra la sua proposta, David Eugene SMITH (New-York) venga aggiunto agli altri tre membri;

Che i Delegati siano invitati a continuare i loro buoni uffici nell'assicurare la cooperazione dei rispettivi governi e nel prestare la loro opera ;

E che la Commissione sia invitata a presentare al sesto Congresso internazionale le nuove relazioni che essa riterrà utili e a tenere nell'intervallo di tempo quelle riunioni che giudicherà opportune.

ŒUVRES D'EULER. — Le précédent Congrès avait voté une résolution saluant avec reconnaissance l'initiative de la Société helvétique des sciences naturelles de publier les œuvres d'Euler. Grâce à l'activité de la Commission Euler, M. le Prof. RUDIO, président du Comité de rédaction, a pu présenter cinq volumes à la section IV (a) du Congrès. Sur la proposition de M. le Prof. A. GUTZMER, cette section a décidé de proposer au Congrès une adresse destinée à être transmise à la Société helvétique des sciences naturelles à l'occasion de sa prochaine réunion annuelle (Altorf, 10-12 sept. 1912).

Voici le texte présenté par M. le Prof. A. GUTZMER (Halle) et adopté à l'unanimité par le Congrès :

Im Anschluss an die Verhandlungen der früheren Internationalen Mathematiker Kongresse, insbesondere an den Beschluss des 4. Kongresses in Rom, betreffend die Herausgabe der sämtlichen Werke Leonhard Eulers bringt der 5. Internationale Kongress zu Cambridge der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft seinen wärmsten Dank für die tatkräftige Inangriffnahme des grossen Unternehmens zum Ausdruck und verbindet damit zugleich seine hohe Anerkennung für die monumentale Ausgestaltung, die sie dem Werke in den bereits vorliegenden fünf Bänden hat angedeihen lassen. Der Kongress spricht die Erwartung aus, dass der Euler-Ausgabe auch fernerhin die Unterstützung nicht fehlen

werde, die ihn bisher schon in so dankenswerter Weise von der ganzen wissenschaftlichen Welt, insbesondere von den grossen Akademien, zu teil geworden ist.

En d'autres termes :

Comme suite aux vœux exprimés par les deux précédents Congrès au sujet de la publication des œuvres d'Euler, et tout particulièrement par le 4^{me} Congrès (Rome), le 5^{me} Congrès international des Mathématiciens adresse ses plus chaleureux remerciements à la Société helvétique des sciences naturelles d'avoir entrepris cette grande publication et lui exprime sa reconnaissance pour la forme magistrale qu'elle a donnée aux cinq volumes déjà parus. Le Congrès espère que le monde scientifique et tout particulièrement les grandes Académies continueront à donner à la Commission Euler l'appui dont elle pourra avoir besoin.

FIXATION DU LIEU DU PROCHAIN CONGRÈS. — Au Congrès de Rome, M. Mittag-Leffler avait exprimé le désir des mathématiciens suédois de réunir le Congrès à *Stockholm*, en 1916. Le savant mathématicien suédois reprend cette invitation et fait savoir que S. M. le roi Gustave a accepté le patronage du Congrès. Cette proposition est adoptée par acclamations.

M. BECKE (Budapest) annonce qu'au prochain Congrès les mathématiciens hongrois présenteront une invitation pour le Congrès de 1920. M. STEPHANOS exprime le vœu que l'un des prochains Congrès vienne siéger à Athènes.

Puis viennent les paroles de remerciements. Le Président tient à remercier tous ses collaborateurs, tandis que MM. MITTAG-LEFFLER (Stockholm) et WEBSTER (Etats-Unis) se font les interprètes des congressistes étrangers pour exprimer leur reconnaissance au Comité local, aux professeurs et au personnel des Collèges et à tous ceux qui ont contribué à la réussite du Congrès. Le Président déclare ensuite clos les travaux du 5^{me} Congrès international des mathématiciens.

SÉANCES DES SECTIONS

Section I : Arithmétique, Algèbre, Analyse.

Les séances ont été présidées successivement par MM. E. B. ELLIOT (Oxford), E. LANDAU (Göttingue), E. BOREL (Paris), Helge v. KOCH (Stockholm). *Secrétaire* : Dr T. J. I'A. BROMWICH (Cambridge). *Secrétaires adjoints* : I. BENDIXON (Stockholm), J. C. FIELDS (Toronto) et M. RIESZ (Stockholm).

BATEMAN, H. : Some equations of mixed differences occurring in the theory of probability and the related expansions in series of Bessel's functions.

BECKH-WIDMANSTETTER, H. A. von : Eine neue Randwertaufgabe für das logarithmische Potential.

BERNSTEIN, S. : Sur les recherches récentes relatives à la meilleure approximation des fonctions continues par les polynômes de degré donné. — Discussion.

CUNNINGHAM, A. : On MERSENNE's numbers.

DRACH, J. : Sur l'intégration logique des équations différentielles. — Discussion.

ELLIOTT, E. B. : Some uses in the theory of forms of the fundamental partial fractions identity.

EVANS, G. C. : Some general types of functional equations.

FIELDS, J. C. : Direct derivation of the Complementary Theorem from elementary properties of rational functions.

FRIZELL, A. B. : Axioms of ordinal magnitudes.

HADAMARD, J. : Sur la série de STIRLING.

HARDY, G. H. and LITTLEWOOD, J. E. : Some problems of diophantine approximation. — Remarques de M. E. LANDAU.

HILL, M. J. M. : The continuation of the hypergeometric series.

JOURDAIN, P. E. B. : The values that certain analytic functions can take. — En l'absence de l'auteur le mémoire a été déposé par M. G. H. HARDY.

KOCH, H. VON : On regular and singular solutions of certain infinite systems of linear equations. — Remarque de M. E. BOREL.

KÜRSCHAK, J. : Limesbildung und allgemeine Körpertheorie.

MACFARLANE, A. : On vector analysis as generalized algebra.

MOORE, E. H. : On the fundamental functional operation of a general theory of integral equations. — Remarques de M. J. HADAMARD.

PADOA, A. : Une question de maximum ou de minimum.

PEDDIE, W. : A mechanism for the solution of polynomials.

- PETROVITCH, M. : Fonctions implicites oscillantes.
- RABINOVITSCH G. : Eindeutigkeit der Zerlegung in Primzahlfactoren in quadratischen Zahlkörpern.
- RÉMOUNDOS, G. : Sur les singularités des équations différentielles.
- SALTIKOW, N. : Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles.
- SCHLESINGER, L. : Ueber eine Aufgabe von HERMITE aus der Theorie der Modulfunktionen.
- SILBERSTEIN, L. : Some applications of quaternions. — En l'absence de l'auteur le mémoire a été déposé par le président.
- STERNECK, R. von : Neue empirische Daten über die zahlentheoretische Funktion $\sigma(n)$. — Remarques de M. LANDAU.
- VOLTERRA, V. : Sopra equazioni di tipo Integrale. — En l'absence de l'auteur le mémoire est présenté par M. SOMIGLIANA.
- WHITTAKER, E. T. : On the functions associated with the elliptic cylinder in harmonic analysis.
- WILKINSON, M. M. U. : Elliptic and allied functions ; suggestions for reform in notation and didactical method. — Remarques de MM. MORLEY et DIXON.
- ZERVOS P. : Sur les équations aux dérivées partielles du premier ordre à quatre variables.

Section II : Géométrie.

Les séances ont été présidées successivement par M. M. H. F. BAKER (Cambridge), F. SEVERI (Padoue), F. MORLEY (Baltimore), J. DRACH (Toulouse). *Secrétaire* : P. L. DIXON (Oxford) ; *secrétaires adjoints* : W. BLASCHKE (Pommern) et E. BOMPIANI (Rome).

- BOMPIANI, E. : Recent progress in projective differential geometry.
- BROUWER, L. E. J. : Sur la notion de classe de transformations d'une multiplicité.
- BRÜCKNER, M. : Ueber Raumteilung durch 6 Ebenen und die Sechsecke.
- DRACH, J. : Résumé de recherches géométriques.
- EISENHART, L. P. : Continuous deformation of surfaces applicable to quadrics.
- ESSON, W. : On the characters of plane curves.
- FINSTERBUSCH, J. : Geometrische Maxima und Minima mit Anwendung auf die Optik. — Remarques de M. SCHOUTE.
- GROSSMANN, M. : Die Zentralprojection in der absoluten Geometrie.
- HATZIDAKIS, N. : Sur les paires de trièdres de Frenet.
- HOSTINSKY, B. : Sur les Hessiennes successives d'une courbe du troisième degré.

- HUDSON, Miss H. P. : Intersections of surfaces; on binodes and double curves. — Remarques de M. BERRY.
- JANISZEWSKI, Z. : Ueber die Begriffe Linie und Fläche.
- KASNER, E. : Conformal geometry.
- KÖNIG, D. : Zur Analysis situs der Doppelmanigfaltigkeiten und der projectiven Räume.
- MARTIN, A. : On rational right-angled triangles. — En l'absence de l'auteur, le mémoire a été déposé par le président.
- MORLEY, F. : On the extension of a theorem of W. STAHL.
- NEVILLE, E. H. : On generalized moving axes.
- SCHOUTE, P. H. : On the characteristic numbers of the polytopes $e_1 e_2 \dots e_{n-1} S_{n+1}$ and $e_1 e_2 \dots e_{n-1} M_n$ of space S.
- SINZOV, D. : Sur la théorie des connexes.
- SOMMERVILLE, D. M. Y. : The pedal line of the triangle in non-Euclidean geometry. — Remarques de MM. COOLIDGE et SCHOUTE.
- STÉPHANOS, C. : Sur l'équivalent analytique du problème des principes de la géométrie.
- STUDY, E. : Conformal mapping of complex domains.
- TZITZEICA, G. : Sur les surfaces isothermiques.
- WEITZENBÖCK, R. : Ueber das sechs-Ebenen Problem in R_4 .
- YANCIZEWSKI, Z. : Ueber die Begriffe Linie und Fläche.

Section III (a) : Mécanique, physique mathématique, astronomie.

Présidence : MM. H. LAMB (Manchester); prince B. GALITZIN (St-Petersbourg); LEVI-CIVITA (Padoue); P. STÆCKEL (Carlsruhe).
Secrétaire : F. J. M. STRATTON (Cambridge); *secrétaire-adjoint* : G. ANDREOLI (Naples) et L. FÖPPL (Göttingue).

- ABRAHAM, M. : The gravitational field. — Remarques de M. L. SILBERSTEIN.
- BENNETT, G. T. : The balancing of the four-crank engine. — Remarques de M. F. MORLEY et Sir W. H. WHITE.
- BLASCHKE, W. : Reziproke Kräftepläne zu den Spannungen in einer biegsamen Haut.
- BLUMENTHAL, O. : Ueber asymptotische Integration von Differentialgleichungen mit Anwendung auf die Berechnung von Spannungen in Kugelschalen.
- BOULAD, F. : Extension de la notion des valeurs critiques aux équations à 4 variables d'ordre nomographique supérieur.
- BRODESTSKY, S. : The solution of dynamical problems.
- BROMWICH, T. J. I'A. : Some theorems relating to the resistance of compound conductors. — Remarque de M. MACDONALD.
- DENIZOT, A. : Theoretisches über den freien Fall eines Körper's bei rotierenden Erde.

- ESSON, W. : On a law of connection between two phenomena which influence one another.
- EWALD, P. P. : Dispersion and double refraction of electrons in rectangular grouping. — Remarque de MM. HAVELOCK et PEDDIE.
- FÖPPL, L. : Stabile Anordnungen von Elektronen im Atom. — Remarques de MM. ABRAHAM, v. KARMAN et LAMB.
- HAGEN, J. G. : How the Atwood machine proves the rotation of the earth, even quantitatively.
- KARMAN, Th. von : Luftwiderstand und Hydrodynamik. — Remarques de MM. LAMB, RUNGE et SMOLUCHOWSKI.
- LAMB, H. : On wave-trains due to a single impulse.
- LEUSCHNER, A. V. : On the Laplacian orbit methods. — (Mémoire déposé par le président).
- LOVE, A. E. H. : The application of the method of W. Ritz to the theory of the tides. — Remarques de MM. TURNER, SAMPSON et LAMB.
- Mc LAREN, S. B. : Aether matter and gravity. — Remarques de MM. ABRAHAM et WEBSTER.
- MILLER, D. C. : The graphical recording of sound waves; effect of free periods of the recording apparatus. — Remarques de M. WEBSTER.
- MOULTON, F. R. : Relations of families of periodic orbits in the restricted problem of three bodies. — Remarques de MM. LEVI-CIVITA, Sir George DARWIN et E. W. BROWN.
- SAMPSON, R. A. : Some points in the theory of errors.
- SILBERSTEIN, L. : Self-contained electromagnetic vibrations of a sphere as a possible model of the atomic store of latent energy.
- SOMIGLIANA, C. : Sopra un criterio di classificazione dei massimi e dei minimi delle funzioni di più variabili.
- SMOLUCHOWSKI, M. S. : On the practical applicability of Stokes's law of resistance and the modifications of it required in certain cases. — Remarques de LAMB, SAMPSON, WEBSTER et CUNNINGHAM.
- TERRADAS, E. : On the motion of a chain.
- THOMSON, Sir J. J. : Multiply charged atoms (with experiments).
- TURNER, H. H. : On double lines in periodograms. — Remarques de MM. R. A. SAMPSON et Sir Jos. LARMOR.

Section III (b): Sciences économiques, Assurances, Statistique.

Présidence: MM. F. Y. EDGEWORTH (Oxford), W. F. SHEPPARD (Sulton, Surrey); F. A. F. STEFFENSEN (Copenhagen). *Secrétaire*: A. L. BOWLEY (Reading).

AMOROSO, L. : I caratteri matematici della scienza economica. — (Présenté par le président).

- ARANY, D. : Ein Beitrag zur Laplace-schen Theorie der erzeugenden Funktion. — Remarques de M. Steffensen.
- BRODIE, R. R. : Curves of certain functions relating to mortality and compound interest. — Le mémoire a été présenté par M. EDGEWORTH.
- EDGEWORTH, F. Y. : A method of representing frequency groups by analytic geometry. — Remarques de MM. STOTT et SHEPPARD.
- GÉRARDIN, A. : Statistique des vingt séries parues du Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques.
- LEHFELDT, R. A. : Equilibrium and disturbance in the distribution of wealth.
- PEEK, J. H. : Application of the Calculus of Probabilities in tariffing securities. — (Mémoire déposé par le président).
- QUIQUET, A. : Sur une méthode d'interpolation exposée par Henri Poincaré et sur une application possible aux fonctions de survie d'ordre n . — Remarques de MM. SÔS et GOLDZIEHER.
- SHEPPARD, W. F. : 1. Reduction of errors by means of negligible differences. — 2. The calculation of moments of an abrupt frequency distribution. Remarques de MM. BOWLEY et H. L. RIETZ.
- STEFFENSEN, J. F. A. F. : On the fitting of MAKEHAM'S curve to mortality tables. — Remarques MM. SHEPPARD, GOLDZIEHER, EDGEWORTH, BOWLEY et SÔS.

Section IV (a) : Philosophie et histoire des mathématiques.

Présidence : MM. B. A. M. RUSSELL (Cambridge), A. GUTZMER (Halle), A. PADOA (Gênes), F. RUDIO (Zurich); *secrétaires* : MM. E. V. HUNTINGTON et M. FRÉCHET.

- BURALI FORTI, E. : Sur les lois générales pour l'algorithme des symboles de fonction et d'opération. — En l'absence de l'auteur le mémoire est déposé par le président.
- BLUMBERG, H. : Ueber ein Axiomen-System für die Arithmetik. — Remarques de MM. PADOA, WHITEHEAD et ROBB.
- BOBERIL, R. du : Buffon on the Newtonian law of attraction. — Mémoire présenté par M. ROUSE BALL.
- DYCK, W. von : Ueber den Mechaniker u. Ingenieur Georg von REICHENBACH.
- GÉRARDIN, A. : Note historique sur la théorie des nombres.
- HARDING, P. J. : 1. The geometry of Thales. — 2. History et evolution of arithmetic division.
- HUNTINGTON, E. V. : A set of postulates for abstract geometry expressed in terms of the simple relation of inclusion. — Remarques de M. PEANO, FRÉCHET, PADOA, RUSSELL et WHITEHEAD.
- ITELSON, G. : 1. Bemerkungen über das Wesen der Mathematik.

- Remarques de MM. DICKSTEIN et RUSSELL. — 2. THOMAS SOLLY of Cambridge als Logistiker.
- JOURDAIN, P. E. B. : 1. Isoid relations and the modern theory of irrational numbers. — 2. Fourier's influence on pure mathematics. — 3. The ideas of the « fonctions analytiques » in LAGRANGE's early work. — En l'absence de l'auteur, ces mémoires sont déposés par le président.
- LORIA, G. : Intorno ai metodi usati dagli antichi greci per estrarre le radici quadrate. — (Id.).
- MUIRHEAD, R. F. : Superposition as a basis for geometry ; its logic and its relation to the doctrine of continuous quantity. — Remarques de M. HUNTINGTON.
- PADOA, A. : La valeur et les rôles du principe d'induction mathématique. — Discussion.
- PEANO, G. : Proposizioni esistenziale. — Discussion.
- RUDIO, F. : Mitteilungen über die Eulerausgabe. — Sur la proposition de M. le prof. A. GUTZMER, la section adopte une résolution destinée à la Société helvétique des Sciences naturelles (voir séances générales).
- VACCA, G. : 1. Sul valore della ideografia nella espressione del pensiero ; differenze caratteristiche tra ideographia e linguaggio ordinario. — 2. On some points in the history of the infinitesimal calculus ; relations between English and Italian mathematicians. — Déposés par le président.
- ZERMELO, E. : 1. Ueber die Grundlagen der Mengenlehre. — 2. Ueber eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels. — 3. Ueber axiomatische und genetische Methoden bei der Grundlegung mathematischer Disciplinen.

Section IV (b) : Enseignement mathématique.

La section a tenu cinq séances présidées successivement par MM. C. GODFREY (Osborne), D.-E. SMITH (New-York), E. CZUBER (Vienne), C. BOURLET (Paris), J.-W.-A. YOUNG (Chicago), Sir J.-J. THOMSON (Cambridge), R. FUJISAWA (Tokio). — *Secrétaires* : M. G.-A. GIBSON (Edinburgh), assisté de MM. FRANKLIN et PRICE (Osborne).

Trois séances furent réservées aux travaux de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique et furent organisées par son Comité central, tandis que les deux autres étaient destinées aux communications diverses. Nous donnerons un aperçu très sommaire de ces trois séances et nous le ferons suivre d'un résumé des communications spéciales. Les séances consacrées à la Commission feront l'objet d'un compte rendu détaillé conte-

nant le texte complet des trois rapports (Fehr, Smith et Runge) et un résumé des discussions auxquelles ils ont donné lieu.

I. Commission internationale. 1^{re} séance, vendredi 23 août, à 9 ¹/₂ h. du matin; Présidence de MM. C. GODFREY et D.-E. SMITH.

1. Discours d'ouverture de M. D.-E. SMITH, parlant au nom de M. F. KLEIN, président de la Commission, empêché d'assister à la réunion pour raison de santé. A la suite de ce discours, la Commission et la section IV décident de télégraphier à M. le Prof. Klein que l'assemblée regrette vivement son absence et qu'elle lui adresse ses meilleurs vœux pour le rétablissement de sa santé.

2. La Commission internationale de l'Enseignement mathématique de 1908 à 1912, Compte rendu sommaire présenté par M. H. FEHR, Secrétaire-général de la Commission.

3. Présentation des publications du Comité central et des Sous-commissions nationales. — Les délégués déposent plus de 280 rapports répartis sur plus de 150 fascicules formant un ensemble de plus de 9000 pages in-8°. On en trouvera la liste complète dans le rapport du secrétaire-général qui a été distribué à l'ouverture de la séance et que nous reproduirons dans notre prochain numéro.

Pour chaque pays un délégué a présenté un court rapport sur l'ensemble des travaux de la Sous-Commission nationale. Ont pris la parole :

Allemagne, M. A. GUTZMER. — *Autriche*, M. E. CZUBER. — *Belgique*, M. E. CLEVERS. — *Brésil*, M. E. de GABAGLIA. — *Danemark*, M. H. FEHR, au nom de M. P. HEEGAARD. — *Espagne*, M. TOLEDO. — *Etats-Unis*, M. J.-W.-A. YOUNG. — *France*, M. C. BOURLET. — *Grèce*, M. H. FEHR, au nom de M. STÉPHANOS. — *Hollande*, M. J. CARDINAAL. — *Hongrie*, M. E. BEKE. — *Iles Britanniques*, M. C. JACKSON. — *Italie*, M. G. CASTELNUOVO. — *Japon*, M. R. FUJISAWA. — *Norvège*, M. ALFSEN. — *Portugal*, M. G. TEIXEIRA. — *Roumanie*, M. G. TZITZEICA. — *Russie*, M. H. FEHR, au nom de M. V. SONIN. — *Serbie*, M. PETROVITCH. — *Suisse*, M. H. FEHR.

2^{me} séance; lundi 26 août, à 3 h. de l'après-midi; présidence de Sir J.-J. THOMSON.

The mathematical Training of the Physicist in the University (la préparation mathématique des physiciens à l'université), rapport de la Sous-commission B, présenté par M. C. RUNGE (Göttingue). — Le rapport avait été distribué le jour précédent; il a donné lieu à une intéressante discussion à laquelle ont pris part MM. P. STÄCKEL, C. BOURLET, F. ENRIQUES, Sir G. GREENHILL, A.-G. WEBSTER, E. BOREL, Sir J. LARMOR, C. BIOCHE, A.-E.-H. LOVE,

E.-W. HOBSON, G.-A. GIBSON, Sir J.-J. THOMSON et C. RUNGE. En outre, des remarques ont nous encore été adressées après la séance dans une lettre de M. LANCHESTER.

3^{me} séance; mardi 27 août, à 9 h. $\frac{1}{2}$ du matin; présidence de MM. R. FUJISAWA et C. GODFREY.

1. GOLDZIEHER, C. : *Bemerkungen über eine Bibliographie des mathematischen Unterrichts*. — M. D.-E. SMITH résume et complète cette communication. Il s'agit d'une publication fournissant la bibliographie concernant l'enseignement mathématique, à partir de 1900. M. Goldzieher espère que la Commission voudra bien lui donner son appui. La publication serait faite sous les auspices du « Bureau of Education » de Washington. Sur la proposition de M. Smith la section IV adopte à l'unanimité une résolution par laquelle elle exprime sa reconnaissance au Bureau of Education pour l'intérêt qu'elle témoigne à cette publication.

2. *Intuition and experiment in mathematical Teaching in the Secondary Schools* (l'intuition et l'expérience dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes), rapport de la Sous-commission A, présenté par M. D.-E. SMITH (New-York). — La conférence ayant été imprimée à l'avance par les soins du Comité central, M. Smith peut se borner à exposer les principaux points, afin de laisser le plus de temps possible à la discussion. — Ont pris part à la discussion MM. LAISANT, THÆR, DINTZL, SIDDONS, BIOCHE, LIETZMANN, v. DYCK, CARSON et GOLDZIEHER.

3. *Résolution*. Sur la proposition de Sir G. Greenhill, vice-président de la Commission, l'assemblée adopte une proposition tendant à prolonger le mandat de la Commission; elle sera soumise au Congrès dans sa séance de clôture (voir p. 376).

4. M. H. FEHR parle ensuite des travaux que le Comité central compte pouvoir entreprendre pendant la nouvelle période. Le Comité tiendra compte dans la mesure du possible des vœux qui lui seront transmis. A ce sujet MM. GARSTANG et CARSON signalent quelques sujets spéciaux sur lesquels il paraît utile de faire une enquête.

II. **Communications spéciales.** 1^{re} séance; samedi 24 août, à 9 h. $\frac{1}{2}$ du matin; présidence de M. A. GUTZMER.

La première partie de la séance était commune aux sections IV, a, (Philosophie et Histoire) et IV, b, (Enseignement). Elle était consacrée aux communications de MM. Whitehead et Suppant-schitsch.

1. WHITEHEAD, A. N. (Cambridge) : *The principles of mathematics in relation to elementary teaching*. Le conférencier examine dans quelle mesure on peut tenir compte dans l'enseignement

des mathématiques, élémentaire, des principes de mathématiques envisagés au point de vue logique. Nous aurons sans doute l'occasion de revenir sur cette étude.

2. SUPPANTSCHITSCH, R. (Vienne) : *Le raisonnement logique dans l'enseignement universitaire et secondaire*. — M. Suppantschitsch rappelle d'abord la différence entre les méthodes soi-disant logiques antérieures à la réforme française de 1902 et les méthodes actuelles. Mais il croit qu'on a dépassé dans certains pays les justes limites dans le désir de suivre le chemin tracé par la France et de délivrer l'enseignement de toute abstraction. Il admet que la logique nécessaire aujourd'hui pour bien comprendre une démonstration vraiment correcte n'est pas à la portée de tous les jeunes gens ; cependant il exige le maintien de la logique des méthodes. Son raisonnement par des difficultés grandissantes de la vie qui ne peuvent être vaincues que par une formation solide d'esprit par l'assimilation de méthodes générales. Il fait allusion, ensuite, à la vivacité de l'esprit chez les jeunes gens qui ne trouveront nullement amusantes ces récréations mathématiques en vigueur aujourd'hui. Ce sont surtout les expériences mathématiques, destinées à mettre en évidence des théorèmes extrêmement simples, qui, selon lui, ne feront qu'ennuyer les élèves. Après en avoir cité un exemple, M. Suppantschitsch insiste sur la nécessité de quelques démonstrations rigoureuses bien choisies pour la formation d'esprit. Il explique ensuite son opinion sur l'enseignement universitaire à donner aux futurs professeurs de lycées. Malgré la large place qu'y prendront les applications techniques il sera toujours nécessaire de développer, chez les étudiants, le goût de la rigueur. Il voit dans l'intérêt grandissant attribué aux études des principes une garantie pour l'enseignement universitaire que menacent encore des idées pédagogiques mal conçues. M. Suppantschitsch finit sa communication en citant les difficultés particulières de l'enseignement mathématique dans les établissements techniques.

Suit une discussion à laquelle prennent part MM. BOURLET et PADOA.

La deuxième partie de la séance comprend les communications de MM. HILL et HATZIDAKIS.

3. HILL, M. J. M. (Londres) : *The teaching of the theory of proportion*. — Dans cette conférence sur l'enseignement de la théorie des proportions, M. Hill, professeur à l'Université de Londres, s'est proposé (voir *The Mathem. Gazette*, juillet 1912) :

1° D'expliquer d'une façon simple et directe la théorie des proportions lorsque les grandeurs considérées n'ont pas de commune mesure.

2° De discuter la place du sujet dans les plans d'étude.

L'espace restreint dont nous disposons ne nous permet pas de

reproduire ici les propositions de l'auteur ; disons simplement que, selon M. HILL, les procédés employés permettent d'exposer le sujet à quiconque possède une connaissance suffisante de l'algèbre élémentaire, et rendent ainsi l'élève capable de comprendre la théorie des figures semblables lorsqu'il en commence l'étude pour la première fois ; on voit donc la place qu'il faut attribuer à ce sujet dans les programmes lorsqu'on s'adresse à des élèves de force moyenne.

En même temps, l'auteur pense que l'on devrait définir et utiliser de bonne heure les rapports commensurables dans le programme de géométrie, par exemple dès qu'on aura démontré que des triangles ayant mêmes bases et mêmes hauteurs sont équivalents, ou que dans des cercles égaux des angles au centre égaux comprennent des arcs égaux.

Les démonstrations dont se sert l'auteur dans sa méthode font souvent usage de l'axiome d'Archimède et de la théorie de la « Schnitt » ou « section » dans le système des nombres irrationnels ; elles constituent donc une excellente préparation à la théorie des nombres irrationnels et au calcul infinitésimal.

Cet exposé donne lieu à une *discussion* dans laquelle on fait valoir des points de vue différents quant à la méthode ; ont pris la parole MM. GODFREY, CARSON, GARSTANG et BELL.

4. HATZIDAKIS, N. (Athènes) : *Systematische Recreations-Mathematik in mittleren Schulen* (Introduction systématique des mathématiques récréatives dans les écoles moyennes). — L'auteur estime que tout en développant le côté purement scientifique des mathématiques dans les écoles moyennes, nous devons nous intéresser davantage à l'âme de l'enfant. Il y a lieu d'étudier d'une façon plus complète la puissance d'adaptation. Dans ce but il est désirable d'introduire les mathématiques récréatives d'une manière systématique partout où cela est possible. Ce serait un excellent moyen d'éveiller sans peine l'intérêt des élèves. — Remarques de M. C. BOURLET.

2^{me} séance ; lundi 26 août, à 9 h. $\frac{1}{2}$ du matin ; présidence de MM. C. BOURLET et J.-W.-A. YOUNG.

5. GÉRARDIN, A. (Nancy) : *Sur quelques nouvelles machines algébriques*. — Il s'agit d'un procédé élémentaire et rapide destiné à montrer aux jeunes gens à décomposer les nombres en regardant seulement un tableau formé de cases noires et blanches. La solution est donnée par une ligne entièrement blanche. — Remarques de M. CUNNINGHAM, L¹-col.

6. CARSON, G. St. L. (Tonbridge) : *The place of deduction in elementary mechanics*. — Une science consiste en une ou plusieurs classes d'entités, en un ou plusieurs groupes de postulats

relatifs à ces entités, et en un système de déductions basées sur ces postulats. Durant la période de formation d'une science, les postulats sont généralement surabondants ; ce n'est que lorsque leur relation réciproque a été étudiée et qu'on en a déterminé le nombre minimum, que cette science peut être qualifiée de complète. L'étude de la mécanique nous fournit une illustration de ce processus.

On a coutume de commencer l'étude de la mécanique par un système surabondant de postulats, basés sur l'évidence expérimentale. On devrait insister dès le début sur le fait que cette évidence n'est pas illimitée et que bien des facteurs (variations de la température, du corps considéré, du type de force, etc.) ont été ignorés. Il faudrait ensuite justifier l'admission provisoire de ces faits, malgré leur manque d'évidence ; cette justification nous est fournie par l'histoire, spécialement par la vérification de Faraday des lois de Coulomb sur l'attraction électrostatique. On passerait enfin aux déductions sans perdre de vue le peu de solidité des bases. Trois de ces bases sont généralement constituées par le triangle de force, le principe du levier et le principe des moments pour des forces ayant des lignes d'action concourantes. Chacun de ces principes expérimentaux peut être vrai ou faux ; il existe donc huit possibilités parmi lesquelles la vérité doit se trouver. Mais on peut montrer que deux quelconques de ces principes sont une conséquence logique du troisième ; par suite ces huit possibilités se réduisent à deux. Ainsi des procédés déductifs sont venus renforcer l'évidence. On pourrait traiter d'une façon analogue d'autres groupes de principes, de sorte que la mécanique ainsi considérée consisterait en un corps logique, s'appuyant sur certaines bases, chacune de ces bases étant formée d'hypothèses liées les unes aux autres d'une façon analogue à celle qui a été décrite.

Un cours de ce genre différerait essentiellement des deux méthodes actuellement en usage. L'une de ces méthodes consiste à admettre trois postulats sur le mouvement, sans évidence ou investigation, puis à en déduire le sujet. Dans l'autre on établit tout d'abord un système surabondant de postulats de nature expérimentale et on les applique à des problèmes variés, sans se préoccuper beaucoup de leur dépendance logique. La première méthode est un exercice de déduction appliquée, la seconde, un exercice de calcul appliqué. La méthode proposée, où l'on recherche la dépendance mutuelle des postulats, pourrait être envisagée comme un exercice de mathématiques appliquées, car elle rend possible l'application des méthodes mathématiques à une branche des sciences physiques.

7. NUNN, T. P. (Londres) ; *The proper scope and method of instruction in the calculus in schools* (Le calcul différentiel et intégral

comme sujet d'enseignement scolaire). — Les principales difficultés que l'on rencontre dans l'enseignement du calcul infinitésimal à l'école, sont relatives à la notion de limite et à l'usage de la notation $\frac{dy}{dx}$. Ces difficultés n'en forment en réalité qu'une, car la notation $\frac{dy}{dx}$ maintient les erreurs de la doctrine de Leibniz sur les infiniment petits, doctrine incompatible avec la théorie moderne des limites. Il est donc nécessaire d'abandonner l'usage de cette notation pour les commençants. Au fait le mieux serait de ne se servir d'aucune notation au début et de suivre les méthodes simples de Wallis (*Arithmetica Infinitorum*, 1655). Celles-ci conduisent en effet à l'idée que lorsque les ordonnées d'une courbe suivent une loi déterminée (ordonnée-fonction), l'aire limitée par la courbe suit une autre loi déterminée (aire-fonction). Par cette façon de procéder, l'idée d'intégration précède celle de différentiation. Cette dernière idée ne s'introduira que dans la seconde période, une fois que la logique du premier point de vue aura été amélioré et généralisé à l'aide de la notion de limite. On pourra alors introduire les symboles $df(x) = \varphi(x)$, $df^2(x) = \Psi(x)$, etc., pour indiquer la relation entre une fonction et ses différentielles, et $d^{-1}\varphi(x) = f(x)$, $d^{-2}\Psi(x) = f(x)$, etc., pour exprimer la relation inverse d'intégration. Ces recommandations peuvent être résumées en disant que le calcul infinitésimal ne devraient pas, généralement, être enseigné dans les écoles comme sujet séparé, mais simplement comme un chapitre spécial d'algèbre.

EXPOSITION

Sur l'initiative de la *Mathematical Association* un Comité spécial, dirigé par Mr. C. S. JACKSON (Woolwich) et Mr. P. ABBOTT (Londres), avait organisé une exposition de livres, de dessins et d'instruments mathématiques. Une place spécialement importante avait été accordée à l'enseignement des mathématiques dans les écoles anglaises.

L'exposition comprenait les sections suivantes :

A. — Modèles et appareils exécutés par les maîtres ou les élèves destinés à l'enseignement des mathématiques et de la mécanique. (17 exposants.)

B. — Manuels, cahiers d'élèves, épreuves d'examens, etc., destinés à donner une idée de l'enseignement mathématique dans les écoles anglaises, élémentaires et secondaires. (20 écoles des différents types.)

C. — Machines à calculer et appareils divers. (40 n^{os}.)

D. — I. Livres et II. Appareils destinés à l'enseignement des mathématiques, de la mécanique et de la physique.

I. La section de librairie avait un caractère international. A côté des éditeurs anglais les principaux éditeurs allemands, américains et français avaient envoyé une série complète de leurs dernières publications. (Total : 15 exposants.)

II. La section des instruments et appareils comptait 7 exposants anglais.

L'exposition organisée par la « Mathematical Association » a été très fréquentée et on ne saurait trop féliciter et remercier le Comité d'organisation de son initiative et du soin qu'il a apporté à son organisation. Il faut espérer que dans les prochains congrès des expositions du même genre pourront être organisées. Toutefois la tâche du Comité serait plus facile s'il était rattaché, comme sous-commission, au Comité même du Congrès, c'est-à-dire si l'organisation était patronnée par le Congrès lui-même, comme cela avait été le cas au Congrès de Heidelberg (1904).

H. FEHR.

CHRONIQUE

Henri Poincaré.

Nous n'apprendrons rien à personne en signalant ici la mort de Henri Poincaré. Ce deuil immense pour la France et pour la Science a été immédiatement connu dans le monde entier. Il y a causé la surprise la plus terriblement douloureuse qui se puisse imaginer, cette perte étant imprévue pour chacun, sauf peut-être pour l'illustre défunt qui semble l'avoir pressentie et avoir laissé transparaître, dans ses derniers travaux, le regret de ne pouvoir les achever. Car Henri Poincaré a travaillé jusqu'à la dernière minute; il doit même rester, si nous ne nous trompons, des mémoires actuellement confiés à différents recueils mathématiques et qui ne sont point encore sortis des presses. Il y a quatre ans, au Congrès de Rome où il était parti plein d'entrain, sa santé donna brusquement une vive inquiétude à son entourage. Il se releva vaillamment mais garda sans doute quelque trace d'un mal qui devait s'aggraver, nécessiter une opération dont l'issue apparaissait heureuse,