Introduction.

QUEL NOMBRE CONVIENDRAIT LE MIEUX COMME BASE DU SYSTÈME DE NUMÉRATION ?

Sommaire :

Introduction.

L'art de calculer étant d'une grande importance pour toutes les classes de la population, il est d'un haut intérêt de donner une réponse aussi complète que possible à la question : *quel nombre conviendrait-il le mieux de choisir comme base du système de numération ?* Cette question a surtout une importance pratique, car pour le mathématicien, l'art de calculer consiste plutôt à éviter les calculs.

Il n'est pas étonnant que cette question de la meilleure base du système de numération ait été discutée très souvent, qu'elle ait provoqué de nombreux travaux sur ce sujet. Ce n'est pas notre but d'en donner une analyse ; cela nous mènerait trop loin. Nous ne nous attacherons pas non plus à l'ordre chronologique, d'autant moins que le résultat auquel nous arriverons, diffère de la réponse que la grande majorité des auteurs donne à la question. Il nous paraît surtout que la plupart ne tiennent pas du tout ou pas suffisamment compte des essais pratiques qui ont été faits dans ce domaine, et ce sont ces expériences qui nous paraissent justement avoir une importance capitale.

Commençons par rappeler brièvement la définition connue d'un « système de numération à base b » ; il y a lieu de distinguer d'une part *la numération parlée,* d'autre part *la numération écrite.* Dans la *numération parlée,* il faut : 1° un nom particulier pour chaque unité simple, c'est-à-dire pour les nombres

$$1, 2, 3, \ldots.. b-1 \ :$$

2° un nom particulier pour chacune des unités d'ordre supérieur, c'est-à-dire pour les nombres

$$b, b^2, b^3, b^4, \ldots..$$

3° au moyen de ces éléments fixes, choisis une fois pour toutes, on compose *le nom* de n'importe quel autre nombre d'après un schéma invariable et qui peut se représenter par l'expression

$$a_0 + a_1 \cdot b + a_2 \cdot b^2 + a_3 \cdot b^3 + a_4 \cdot b^4 + \ldots + a_n \cdot b^n \tag{1}$$

ordonnée suivant les puissances entières et positives de la base b, et où les coefficients

$$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots.., a_n$$

sont tous des nombres entiers non négatifs et plus petits que la base

$$0 \leqq a_i < b \qquad (i = 1, 2, 3, 4. \ldots..) \tag{2}$$

Dans la *numération écrite*, nous ferons exclusivement usage du « principe de position » qu'appliquent actuellement les peuples civilisés pour écrire les nombres. Le symbole

$$a_n a_{n-1} \ldots.. a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 \ , \tag{3}$$

en vertu de ce principe de position, n'est qu'une abréviation de l'expression (1) avec les inégalités (2).

Ceci étant posé, nous examinerons quelle base b serait la plus avantageuse. La question doit être envisagée à plusieurs points de vue. Certaines réflexions s'imposent de suite, même à qui se borne à un examen superficiel ; il en est d'autres, et précisément les plus importantes, qui ont échappé à la plupart des auteurs traitant cette question, ou du moins n'ont pas été appréciées à leur juste valeur. Nous nous placerons successivement à six points de vue différents, afin d'élucider la question sous toutes ses faces.

I. — Point de vue de la divisibilité.

C'est lui qui se présente en premier lieu, aussi s'est-il imposé à tous ceux qui ont étudié notre question.

a).— *Les règles de la divisibilité* des nombres entiers dérivent et dépendent de la divisibilité du nombre b choisi comme base et de ses autres propriétés arithmétiques. Ces règles changent avec la base. Un grief bien connu contre le système décimal est par exemple le fait que la règle de divisibilité par 7 est trop compliquée pour donner des avantages bien grands dans son application pratique. A ce point de vue, *les nombres possédant beaucoup de diviseurs seraient à préférer*, donc les multiples de 6, spécialement le nombre 6 lui-même, car il donne des règles de divisibilité très simples pour 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, etc.

Remarquons cependant que telle règle de divisibilité simple dans le système décimal deviendra peut-être compliquée dans un système à base quelconque, par exemple la divisibilité par 5 dans le système duo-décimal, ou la divisibilité par 11 dans le système à base 18. Aucune base ne saurait satisfaire ici à toutes les exigences. Nous dirons donc que dans ce domaine, *les avantages et les désavantages se compensent à peu près*. Nous dirons en plus que *ni les uns, ni les autres n'ont une grande importance* et ne tirent à conséquence. Preuve : l'avantage que la divisibilité et les restes de la division par 2 et par 5 ressortent clairement des chiffres romains, est loin d'être assez considérable pour compenser les grands défauts de cette numération. Tout ce que l'on a su tirer des règles de divisibilité se réduit, jusqu'ici, à quelques avantages de calcul et à des preuves. Chaque base ayant ses règles de divisibilité données, entraîne ses avantages particuliers, ses preuves particulières.

b). — *La division doit donner autant que possible des développements finis.* C'est même l'un des grands griefs contre le système décimal ; la division par 3 y donne des fractions infinies, et l'on a relativement souvent affaire à des tiers ou à des fractions dont le dénominateur contient 3 comme facteur premier ; on est alors obligé, lorsqu'on veut employer des fractions « systématiques », (c'est-à-dire dans notre système de numération des fractions « décimales »), de se contenter de résultats plus ou moins approximatifs, d'évaluer l'ordre de grandeur des erreurs commises.