

# III. — Situations mutuelles des droites et des circonférences d'un même plan ; situations des plans et d'une sphère.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

égalité  $CA > CB$ , nous tirons : angle  $B > \text{Angle } A$ ; et comme l'angle  $B$  est droit, l'angle  $A$  est bien aigu.

### III. — Situations mutuelles des droites et des circonférences d'un même plan; situations des plans et d'une sphère.

En raisonnant exactement comme pour la sphère on verra que dans un même plan :

1° Si une droite  $DD'$  (fig. 38) et une circonférence de centre  $O$  ont en commun un point  $M$ , distinct du pied  $H$  de la perpendiculaire abaissée de  $O$  sur la droite  $DD'$ , elles auront encore en commun, un autre point  $M'$ , mais nul autre point commun hors des deux précédents et de plus le point  $H$  sera le milieu du segment  $MM'$ .

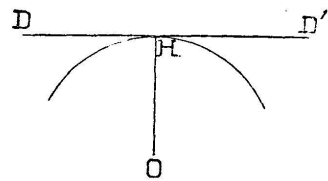
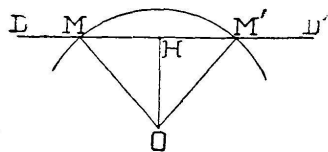


Fig. 38.

2° Si une droite  $DD'$  et une circonférence de centre  $O$  ont en commun un point  $H$  qui est le pied de la perpendiculaire abaissée de  $O$  sur la droite, elles n'ont aucun autre point commun. On dit alors que la droite est tangente à la circonférence.

*Remarque.* — Désignons par  $d$  la distance du centre  $O$  à la droite  $DD'$  c'est-à-dire la longueur de la perpendiculaire abaissée sur la droite et soit  $R$  la longueur du rayon de la circonférence. Trois cas sont à distinguer, suivant qu'auront lieu l'une ou l'autre des circonstances suivantes, qui s'excluent mutuellement :

1°  $d < R$ . 2°  $d = R$ . 3°  $d > R$ .

On voit de suite que le cas  $d > R$  empêche la droite et la circonférence de se couper; que le cas de  $d = R$  fait la droite et la circonférence mutuellement tangentes.

Il nous reste à établir que dans le cas de  $d < R$  la droite et la circonférence se coupent toujours.

Rappelons-nous à cet effet que les longueurs  $a, b, c$  de trois côtés d'un triangle sont assujetties aux inégalités :

$$a < b + c, \quad b < c + a, \quad c < a + b,$$

d'où on conclut aussi, si par exemple  $a > b, c > a - b$ .

Ainsi un côté d'un triangle est compris entre la somme et la différence de deux autres côtés; soit alors (fig. 39)  $H$  le pied de la perpendiculaire abaissée de  $O$  sur  $DD'$ . Portons sur  $DD'$  et à partir de  $H$  une longueur  $HK$  égale à  $2R$  et joignons  $O$  à  $K$  par une droite. Nous aurons  $OK > KH - HO$ , ou  $OK > R + (R - HO)$ , donc  $OK$  est  $> R$ .

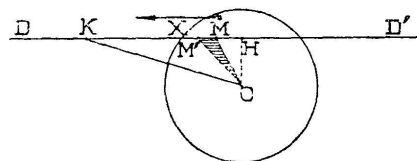


Fig. 39.

Imaginons alors un point  $M$ , mobile de  $H$  vers  $K$  d'une manière continue, soit  $M'$  une position du point voyageur, voisine de la position  $M$ .

Le triangle  $OM'M$  nous donne  $OM - MM' < OM' < OM + MM'$ ; si donc le chemin  $MM'$  est pris suffisamment petit; la variation de la longueur  $OM$  sera aussi petite qu'on le voudra; en d'autres termes la longueur  $OM$  est *une fonction continue* de la longueur  $MH$ ; or quand le point voyageur va de la position  $H$  à la position  $K$ , c'est-à-dire quand la longueur variable  $MH$  varie de zéro à  $HK$  la longueur variable  $OM$  a varié depuis la valeur  $OH$  moindre que  $R$  jusqu'à la valeur  $OK$  supérieure à  $R$ , d'ailleurs  $OM$  est allé toujours en augmentant, *donc la valeur variable de  $OM$  a passé une et une seule fois par la valeur fixe  $R$* , c'est-à-dire que le point voyageur a passé par une position  $X$  appartenant à la fois à la droite et à la circonférence.

Le principe que nous admettons ici est le suivant : Si une quantité  $y$  varie d'une *manière continue* en même temps qu'une quantité  $x$  dont la première dépend, et si, pour deux valeurs de  $x$  distinctes, (savoir pour  $x = a$  et pour  $x = b$ )  $y$  prend deux valeurs distinctes savoir  $c$  et  $d$ , il existera au moins une valeur de  $x$  comprise entre  $a$  et  $b$  pour laquelle la fonction  $y$  prendra une valeur  $m$  quelconque mais comprise entre  $c$  et  $d$ . La démonstration de ce principe appartient à l'enseignement de l'algèbre et nous ne la reproduirons pas ici.

*Remarque.* — Cette discussion peut être appliquée à la sphère; elle nous montre que tout plan dont la distance au centre de la sphère est moindre que le rayon de cette sphère coupera effectivement la sphère suivant une circonférence.

#### IV. — Situations mutuelles de deux circonférences d'un plan.

L'étude rigoureuse des situations mutuelles de deux circonférences deviendra très facile si nous nous reportons encore au principe de continuité, mais nous aurons quelques faits préliminaires à établir.

*Premier fait préliminaire.* Si (fig. 40), deux droites  $OA$  et  $OB$  sont obliques sur une même droite  $AB$  mais d'un même côté de la perpendiculaire  $OH$  tirée de  $O$  sur  $AB$ , la bissectrice  $OC$  de l'angle  $AOB$  partage le segment  $AB$  en deux portions inégales, la portion  $CB$  qui est la plus voisine du point  $H$  est la plus petite des deux portions. Le triangle  $ABO$  dont l'angle en  $B$

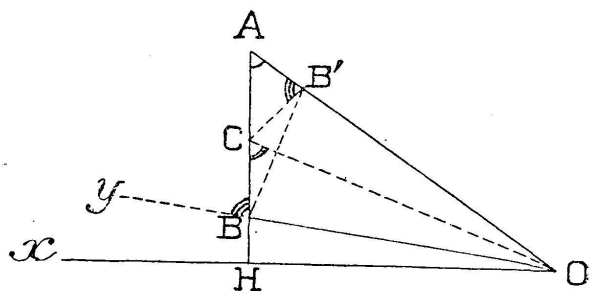


Fig. 40.