

# SUR LES PROJECTIONS DES DROITES PERPENDICULAIRES

Autor(en): **Majcen, G.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **9 (1907)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-10163>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$(r^x)^h \equiv r^{(p-1)y+\theta} \equiv r^\theta \equiv R^{g\theta}.$$

$x$  est évidemment premier avec  $p - 1$ , donc le reste de  $r^x$  prend toutes les valeurs  $1, 2, 3, \dots, p - 1$ , et on peut mettre  $r$  au lieu de  $r^x$ . On peut donc dire que  $r^h$  a les mêmes valeurs que  $R^{g\theta}$ .

En particulier, si  $h$  est premier avec  $p - 1$ , il y a  $p - 1$  restes différents. Si  $h = 2$ , il y en a  $\frac{p-1}{2} = m$ , qui sont les résidus quadratiques. En général, le nombre des résidus de puissances  $h^{\text{èmes}}$  est  $\frac{p-1}{h}$ .

A. AUBRY (Beaugency, Loiret).

## SUR LES PROJECTIONS DES DROITES PERPENDICULAIRES

(A propos d'un récent article de M. *Lehr*<sup>1</sup>).

Dans divers ouvrages sur la géométrie descriptive on ne fait presque aucune mention des projections de deux droites perpendiculaires. Même dans les récentes *Leçons sur la Géométrie descriptive* de M. LORIA, qui contiennent un grand nombre de particularités très intéressantes, on ne trouve que quelques indications sur cette question. Je me propose de développer ici une démonstration simplifiée de la condition donnée par M. LEHR pour les projections de deux droites perpendiculaires (théorème III<sup>me</sup> de l'article cité).

Les projections orthogonales  $g'g''$ ,  $h'h''$  de deux droites  $g$  et  $h$  étant données, menons par le point commun des projections horizontales et par l'intersection des projections verticales deux droites  $m$  et  $n$  perpendiculairement à la direction de la ligne de terre. Nous obtiendrons ainsi deux triangles que l'on peut considérer comme deux projections d'un tétraèdre  $ABCD$ . Les arêtes  $AB$  et  $CD$  sont toujours per-

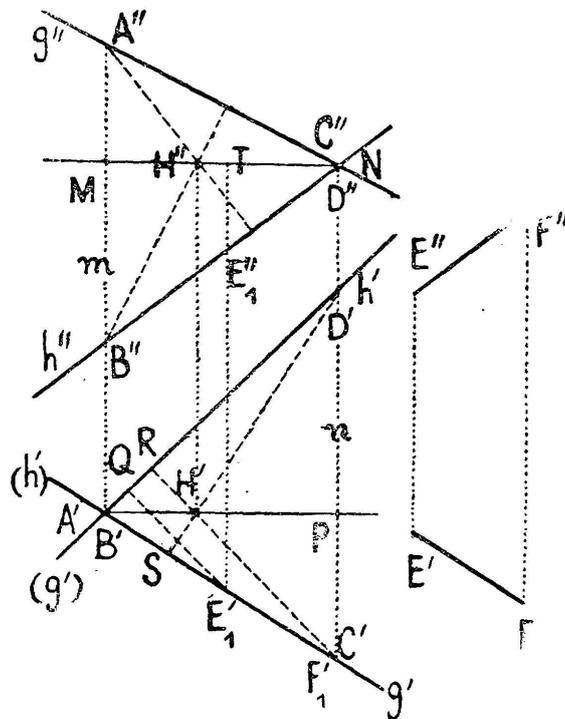
<sup>1</sup> L'Enseign. math., IX<sup>e</sup> année, p. 119; 1907.

pendiculaires; s'il en est de même pour deux autres arêtes opposées, par exemple  $g = AC$  et  $h = BD$ , les arêtes  $AD$  et  $BC$  seront aussi perpendiculaires et, d'après un théorème connu de stéréométrie, le tétraèdre sera *orthocentrique*, c'est-à-dire, les quatre hauteurs auront un *point commun H*.

Les projections verticales des hauteurs du tétraèdre passant par les sommets  $A$  et  $B$ , sont deux hauteurs du triangle  $A''C''B''$ , et les projections horizontales sont sur la hauteur  $A'P$  du triangle  $C'A'D'$ . Les hauteurs du tétraèdre passant par les sommets  $C$  et  $D$  ont leurs projections horizontales sur les hauteurs correspondantes du triangle  $C'A'D'$ , et leurs projections verticales sont unies sur la hauteur  $MN$  du triangle  $A''C''B''$ .

Si donc les droites  $g$  et  $h$  sont perpendiculaires, les orthocentres  $H''$  et  $H'$  des triangles  $A''C''B''$  et  $C'A'D'$  seront sur la *même droite perpendiculaire à la ligne de terre*, c'est-à-dire, le tétraèdre  $ABCD$  sera orthocentrique. Or, les projections  $g'$  et  $h'$  pourront être changées entre elles.

On voit immédiatement que la condition donnée pour  $H'$  et  $H''$  est nécessaire; elle est suffisante parce qu'un tétraèdre



orthocentrique (dont deux arêtes perpendiculaires sont  $\overline{AB}$  et  $\overline{CD}$ ) doit avoir trois couples des arêtes opposées perpendiculaires.

En considérant la figure, nous aurons les égalités

$$- A''M \cdot B''M = A'R \cdot A'D' = MH'' \cdot MN,$$

ce qui est précisément la condition donnée par M. *Lehr*. On peut écrire aussi

$$- A''M \cdot B''M = A'S \cdot A'C'.$$

Si deux longueurs  $\overline{AD}$  et  $\overline{EF}$  sont données, on démontre aisément que la condition de perpendicularité reste vraie.

Par une translation on peut faire coïncider le point  $F''$  avec le point  $C''$ , et on peut faire passer le prolongement de la projection horizontale ( $\overline{E'_1F'_1}$ ) par  $A'$ ; le point extrême  $E'E''$  vient alors en  $E'_1E''_1$ .

Soit  $QR$  la projection de la longueur  $E'_1F'_1$  sur  $A'D'$ . De ce qu'on aura

$$TE''_1 : QR = MB'' : A'R,$$

il résultera la même condition comme auparavant :

$$- A''M \cdot E''_1T = A'D' \cdot QR.$$

Dans l'enseignement, la démonstration exposée peut être admise avant de l'étude des transformations et les moyens qui se trouvent appliqués appartiennent plus à la géométrie descriptive qu'au calcul.

G. MAJČEN (Agram).