Translation rectiligne d'une figure plane. Composition DE DEUX TRANSLATIONS.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **9 (1907)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.09.2024**

deux à deux, soit de même sens, soit de sens contraires, ces angles sont égaux.

Si deux des côtés sont parallèles et de même sens et les deux autres parallèles de sens contraires, les deux angles sont supplémentaires.

Enfin, comme autre conséquence on démontre que :

Si deux angles ont leurs côtés perpendiculaires ils sont égaux s'ils sont de même nature, et ils sont supplémentaires quand ils sont de nature différente.

Translation rectiligne d'une figure plane. Composition de deux translations.

6. Parallélogramme. — Si on coupe un système de deux droites parallèles AB, A′B′, par deux sécantes parallèles AA′ et BB′, on forme un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles 2 à 2; un tel quadrilatère s'appelle un *parallélogramme.*

On démontre facilement qu'une diagonale AB′ par exemple la partage en deux triangles égaux. On a par suite : $AB = A'B'$ et $AA' = BB'$. Donc :

Dans un parallélogramme les côtés opposés sont égaux 2 à 2. On dit habituellement*:* Les portions de deux droites parallèles comprises entre parallèles sont égales.

On voit de même que dans un parallélogramme deux angles opposés sont égaux et que deux angles consécutifs sont supplémentaires. Enfin, signalons encore la propriété suivante :

Si dans un quadrilatère deux côtés sont à la fois égaux et parallèles la figure est un parallélogramme.

Cela posé, reportons-nous au début de la *première partie.* Par une translation rectiligne de direction Δ le triangle MAB a passé de sa première position a une 2^e M′A′B′. Si on considère les côtés AM et A′M′ on constate qu'ils forment avec la sécante Δ deux angles correspondants égaux $\widehat{A'} = \widehat{A}$. Donc AM et A′M′ sont deux droites parallèles. Il en est de même de BM et de B′M′. D'ailleurs, dans le déplacement considéré, le sommet M est resté constamment à la même distance MP de la droite Δ ; il a donc décrit un segment de droite MM′ parallèle à la droite Δ.

On voit par conséquent que le quadrilatère AA′M′M est un parallélogramme ainsi que le quadrilatère BB′MM′.

On a donc $AA' = MM'$ et de même $BB' = MM'$.

Un point quelconque de la figure mobile, non situé sur la directrice Δ forme avec le segment AB de cette droite un triangle invariable analogue au triangle MAB ; son déplacement s'effectue par conséquent dans les mêmes conditions que celui du point M. On peut donc énoncer le théorème suivant :

7. *Théorème.* — Dans la translation rectiligne d'une figure plane dans son plan :

1° Les divers points de la figure mobile décrivent des droites parallèles à la directrice Δ de la translation et par suite parallèles entre elles ;

2° Quand la figure a été amenée d'une première position à une deuxième ses divers points ont décrit des segments de droites de même longueur ;

3° D'une manière générale : Deux positions quelconques d'un segment de droite, non parallèle à la directrice Δ, sont deux côtés opposés d'un parallélogramme.

Corollaire. — Quand deux droites D et D′ sont parallèles on peut toujours amener l'une d'elles en coïncidence avec l'autre par une translation tout à fait arbitraire.

Démonstration. — En effet coupons le système des deux parallèles par deux sécantes parallèles quelconques AA′ et BB′ ; nous obtenons un parallélogramme AA′B′B. Faisons subir à la droite D une translation égale et parallèle à AA′ ; le segment AB se déplacera parallèlement à lui-même et comme $AA' = BB'$ les points A et B viendront simultanément coïncider, le premier avec A′ et le second avec B′ ; dès lors, la droite D coïncidera avec sa parallèle D′.

C. Q. F. D.

Certains auteurs invoquent cette propriété pour *définir* le parallélisme de deux droites ; ils utilisent en outre la composition de deux translations rectilignes, propriété par laquelle nous allons terminer cette étude.