A. – ALGÈBRE ET ANALYSE

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **7 (1905)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

beaux travaux de M. WALLNER sur l'origine du Calcul infinitésimal. Ces mémoires ont paru dans la *Bibliotheca mathematica* de M. G. ENESTRÖM, et ils ont été présentés, en partie, dans les conférences de mon Séminaire. A. v. BRAUNMÜHL.

FRANCE

LA RÉFORME DES PROGRAMMES D'ADMISSION AUX GRANDES ÉCOLES [1]

II. Programme de la classe de mathématiques spéciales [2].

Le ministre de l'instruction publique et des beaux-arts,

Sur la proposition de la commission interministérielle instituée par arrêté du 3 août 1903,

Arrête ainsi qu'il suit le programme de la classe de mathématiques spéciales :

Mathématiques.

A. — ALGÈBRE ET ANALYSE

Nombres incommensurables. — Notion de coupure.

Division des polynômes entiers. — Plus grand commun diviseur de deux polynômes. — La condition nécessaire et suffisante pour que deux polynômes $f(x)$ et $g(x)$ de degrés respectifs p et q aient un diviseur commun de degré n est qu'il existe deux polynômes A et B de degrés respectifs $p-n$ et $q-n$ tels que l'on ait :

$$A\,g(x) + B\,f(x) = 0.$$

Arrangements, permutations, combinaisons sans répétition.

Formule du binôme dans le cas de l'exposant entier et positif.

Calcul des valeurs arithmétiques des radicaux. — Exposants fractionnaires et négatifs. (On réservera pour la définition de a^x le cas de l'exposant incommensurable.)

Déterminants. — Définition, développement suivant les éléments d'une même ligne. — Echange des lignes avec les colonnes. — Permutation de deux colonnes ou de deux lignes. — Addition de lignes ou de colonnes. — Produit de deux déterminants. — Résolution d'un système d'équations linéaires [3].

---

[1] La *Première Partie,* consacré au *Rapport de M. Appell,* a été publiée dans *L'Ens. math.* du 15 novembre 1904, p. 485 et suivantes.

[2] Extrait du *Journal officiel* du 27 juillet 1904.

En s'inspirant de ce nouveau programme la *Revue de Mathématiques spéciales* (Rédacteur en chef : M. E. HUMBERT, Paris) a élaboré un programme, qu'elle publie dans son numéro de décembre 1904, et qui diffère en plusieurs points du nouveau programme. Tout en tenant compte des applications, elle donne plus de détails dans les développements théoriques de quelques chapitres. Nous reproduirons ce projet dans un prochain numéro.

[3] Les élèves devront être exercés à la résolution des équations numériques sans employer les déterminants.

Formes linéaires et homogènes à deux, trois ou quatre variables. — Conditions d'indépendance.

Nombres complexes. — Formule de Moivre.

Séries. — Séries à termes positifs : caractères de convergence ou de divergence tirés de l'étude des expressions $\frac{u_u + 1}{u_n}$, $\sqrt[n]{u_n}$, $n^p\ u_n$. — Séries absolument convergentes. — Convergence des séries à termes alternativement positifs et négatifs dont le terme général décroît constamment en valeur absolue et tend vers zéro.

Exemples numériques.

Fonctions. — Fonctions d'une variable réelle, représentation graphique, continuité. — Définition et continuité de la fonction exponentielle et de la fonction logarithmique. Limite de

$$\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$$

quand m grandit indéfiniment en valeur absolue. — Dérivée d'une fonction : pente de la courbe représentative. — Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance entière, d'une fonction de fonction. — Dérivées des fonctions circulaires directes et inverses. — Dérivées de a^x et de $\log x$ (logarithmes vulgaires et logarithmes népériens). — Usage des tables de logarithmes et de la règle à calcul.

Théorème de Rolle, formule des accroissements finis, représentation graphique.

Fonctions de plusieurs variables indépendantes, dérivées partielles, formule des accroissements finis. — Dérivée d'une fonction composée. — Dérivée d'une fonction implicite. (On admettra sans démonstration l'existence de cette fonction et de sa dérivée.)

Emploi de la dérivée pour l'étude de la variation d'une fonction : maxima et minima.

Fonctions primitives d'une fonction donnée, leur représentation par l'aire d'une courbe.

Fonction définie par une série entière en x *à coefficients réels.* — Intervalle de convergence. — Addition et multiplication. — A l'intérieur de l'intervalle de convergence, on obtient la dérivée ou les fonctions primitives de la fonction en prenant la série des dérivées ou des fonctions primitives. (On ne s'occupera pas de ce qui se passe aux extrémités de l'intervalle.)

Exemples : développements en série de

$$\frac{1}{1-x}\,;\ \frac{1}{1+x^2}\,;\ \text{arc tang}\ x\,;\ \mathrm{L}\,(1-x)\,;\ \mathrm{L}\,\frac{1-x}{1+x}\,.$$

Série exponentielle, série du binôme ; les équations

$$y' = y \text{ et } y'\,(1+x) = m\,y$$

permettent de déterminer les sommes de ces deux séries. — Développements en série de a^x ; arc sin x.

Formules de Mac Laurin et de Taylor :

$$f(a+x) = f(a) + \frac{x}{1} f'(a) + \frac{x^2}{1.2} f''(a) + \dots + \frac{x^n}{1.2\dots n} f^{(n)}(a + \theta x).$$

Développements en série de sin x et de cos x.

Application de la formule de Taylor à l'étude du quotient de deux fonctions de x dans le voisinage d'une valeur donnée de x; cas où les deux fonctions de x s'annulent pour cette valeur. — Diverses formes d'indétermination.

Croissances de e^x et Lx comparées à celle de x^m. Application à la recherche de la limite de $\frac{e^x}{x^m}$ pour x infini et de $x^m \mathrm{L}x$ pour $x = 0$.

Fonctions e^z, cos z, sin z pour z complexe. — Egalités :

$$e^z \times e^{z'} = e^{z+z'}, \quad e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y).$$

Sinus et cosinus hyperboliques, leurs relations avec le sinus et le cosinus ordinaires.

Propriétés générales des équations algébriques. — Nombre des racines d'une équation. — Relations entre les coefficients et les racines. — Toute fonction rationnelle et symétrique des racines s'exprime rationnellement en fonction des coefficients. — Elimination d'une inconnue entre deux équations au moyen des fonctions symétriques.

Propriétés spéciales des équations à coefficients réels. — Racines imaginaires conjuguées. — Indications que fournissent les signes des résultats de la substitution de deux nombres réels.

Conditions pour qu'une équation ait des racines égales. — Recherche des racines commensurables.

Théorème de Descartes.

Infiniment petits. — Infiniment petits équivalents. — Ordre relatif de deux infiniment petits. — Valeur principale. — Exemples.

Différentielle première d'une fonction d'une variable.

Différentielle totale d'une fonction $f(x, y, \dots)$ définie par la formule :

$$df = f'_x \, dx + f'_y \, dy + \dots.$$

Transformation de cette expression lorsqu'on remplace x, y,..... par des fonctions d'autres variables.

Intégrales. — L'aire d'un segment de courbe est la limite de la somme des rectangles inscrits ; emploi des symboles :

$$\int f(x)\, dx \; ; \quad \int_a^b f(x)\, dx.$$

Valeur moyenne d'une fonction dans un intervalle. — Changement de la variable. — Intégration par parties.

Décomposition des fractions rationnelles en éléments simples. — Intégration des différentielles rationnelles en x et de celles qui s'y ramènent.

Application des quadratures à la rectification des courbes, au calcul d'un volume décomposé en tranches par des plans parallèles, à l'évaluation de l'aire d'une surface de révolution et au calcul des moments d'inertie du cylindre de révolution, de la sphère, et du parallélipipède par rapport à leurs axes de symétrie. — Aires et volumes des solides de la géométrie élémentaire.

Intégration des équations différentielles du premier ordre :

1° Dans le cas où les variables se séparent immédiatement ;

2° Dans le cas où l'équation est linéaire.

Intégration de l'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants sans second membre; cas où le second membre est un polynôme ou une somme d'exponentielles de la forme $A e^{ax}$.

Résolution numérique des équations algébriques ou transcendantes. — Méthode d'approximation de Newton et méthode des parties proportionnelles établies par des considérations géométriques. — Extension de la méthode de Newton à la résolution numérique de deux équations simultanées qu'on remplacera par deux équations linéaires approchées.

Calcul approché d'une intégrale définie par la méthode des trapèzes.

II. — TRIGONOMÉTRIE

Fonctions circulaires. — Angles correspondant à une fonction circulaire.

Théorème des projections.

Relations entre les fonctions circulaires d'un même angle. — Formules relatives à l'addition, à la soustraction, à la multiplication et à la division des angles.

Divisions sexagésimale et centésimale de la circonférence. (On fera usage de tables trigonométriques centésimales à cinq décimales.)

Résolution des triangles rectilignes.

Résolution trigonométrique de l'équation binôme.

Formule fondamentale de la trigonométrie sphérique :

$$\mathrm{Cos}\, a = \mathrm{Cos}\, b\, \mathrm{Cos}\, c + \mathrm{Sin}\, b\, \mathrm{Sin}\, c\, \mathrm{Cos}\, A.$$

III. — GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

1° Géométrie plane.

Constructions d'expressions algébriques. — Homogénéité.

Coordonnées rectilignes. — Représentation d'une ligne par une équation. — Formules de transformation des coordonnées rectilignes. Ordre d'une courbe algébrique. Distance de deux points.

Ligne droite. — Equation de la ligne droite. Problèmes simples relatifs à sa détermination. — Formules donnant la distance d'un point à une droite et la tangente de l'angle de deux droites, en supposant les axes rectangulaires. Applications. — Notions succinctes sur les points à l'infini au moyen des coordonnées homogènes et sur les éléments imaginaires. — Relation homographique; relation involutive; rapport anharmonique de quatre nombres. Application au rapport anharmonique de quatre points en ligne droite et de quatre droites appartenant à un même faisceau linéaire.

Cercle.

Lieux géométriques.

Courbes dont l'équation est résolue ou résoluble par rapport à l'une des coordonnées. Tracé. — Equation de la tangente en un point; sous-tangente. — Normale; sous-normale. — Concavité; convexité; points d'inflexion. —