

# ENSEIGNEMENT ÉLÉMENTAIRE DE LA MÉCANIQUE

Autor(en): **Gouilly, Al.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **6 (1904)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-7560>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## ENSEIGNEMENT ÉLÉMENTAIRE DE LA MÉCANIQUE

---

L'ensemble des idées contenues dans l'article du 15 janvier sur *l'enseignement élémentaire de la mécanique* peut se résumer ainsi :

1° Parmi les principes généraux de la mécanique actuellement admis, il faut citer celui de l'activité de la matière sur la matière environnante, de manière à considérer la force comme appliquée à un point matériel et émanant d'un autre point matériel.

2° Les *hypothèses de démonstration* en cours ne sont pas conformes aux principes généraux; elles font naître des idées fausses ou incomplètes dans l'esprit des débutants. Telles sont les hypothèses de solide indéformable, de solidification, celles relatives au transport et à l'équivalence des forces.

3° Trois équations sont nécessaires et suffisantes pour représenter le mouvement d'un point matériel; de même trois équations sont nécessaires et suffisantes pour exprimer l'équilibre d'un point matériel.

4° Enfin, six équations générales sont nécessairement satisfaites par les forces extérieures appliquées à un système matériel en équilibre. Elles sont toujours insuffisantes; elles fournissent des solutions approximatives seulement des problèmes d'équilibre pour les systèmes à libre déformation, chaque fois que les déformations sont sans importance dans la question.

Le présent article a pour but de montrer, sur des exemples, que l'émission de ces idées ne constitue pas une simple substitution de mots, une critique, chose toujours déplaisante, stérile et qu'il faut dédaigner; mais qu'il s'agit d'une présence d'idées, chose dont l'examen s'impose à toute conscience.

### § I. — La mesure en mécanique, usage des vecteurs.

Une science, quelle qu'elle soit, se compose de principes et de méthodes d'investigation et d'utilisation. Les principes tiennent à l'observation et les méthodes sont expérimentales; mais l'application aux sciences des propriétés de l'étendue et de celles des nombres facilite le groupement des données numériques fournies par l'expérimentation; de plus elle fait naître des rapprochements dont on ne doit user qu'avec prudence quand il s'agit de principes et de lois. En effet, les propriétés de l'étendue, celles des nombres ont une généralité qui les rend applicables à tout; mais elles ne peuvent donner que des résultats en rapport avec ces propriétés, et si les mathématiques sont dans tout, tout n'est pas dans les mathématiques. Outre qu'elles ont une utilité prépondérante dans la mesure et l'interpolation des résultats de l'expérimentation, elles peuvent conduire à la découverte de lois; mais ce n'est qu'expérimentalement que se fait la démonstration de celles-ci.

Penser autrement, c'est s'exposer à des erreurs. Si dans une question on arrive à l'équation finale  $A + B = 0$  et si  $A$  et  $B$  sont des vecteurs, cette égalité exprime toujours l'équipollence des vecteurs  $A$  et  $-B$ ; mais si  $A$  et  $B$  sont des forces, l'égalité ne peut servir à exprimer que deux forces  $A$  et  $-B$  sont équivalentes, parce que cela n'est pas. Soit encore l'égalité  $A + B + C + D = 0$ ; si  $C = -D$ , l'égalité est indépendante des grandeurs  $C$  et  $D$ ; mais si  $A, B, C, D$  représentent des forces, les deux égalités n'expriment pas que deux forces égales et directement opposées se détruisent parmi d'autres, parce que cela n'est pas.

En mécanique le point matériel est employé à l'étude des principes généraux et à leur application dans tous les cas où les dimensions de l'étendue occupée par la masse n'ont point d'importance ou bien sont négligées — exemple : l'étude du mouvement de translation des planètes autour du soleil. — Dès que l'on envisage les systèmes matériels, il faut faire intervenir, pour les concevoir, non seulement la masse et la

force, mais tout d'abord les propriétés de l'étendue et plus tard les propriétés physiques de la matière.

Dans l'enseignement élémentaire, après le point matériel, on étudiera des systèmes matériels solides, liquides ou gazeux, composés de points matériels s'attirant ou se repoussant en fonction des distances réciproques et on tiendra compte de l'étendue. Le mot surface en géométrie désigne une notion non définissable d'une manière générale et que l'on acquiert par l'étude de lieux de points géométriques jouissant de propriétés géométriques communes et bien définies. La surface d'un corps, *ce* qui sépare les masses qui en font partie de celles qui n'en font pas partie, ne peut être qu'approximativement considérée comme une enveloppe de plans. Le mot surface a d'ailleurs une seconde signification pour un système matériel : la surface est l'ensemble des particules qui sont à la limite de l'étendue occupée par le système; elle est capable de propriétés physiques : couleur, poli, par exemple. Elle n'est pas continue.

Le fait indéniable de la porosité suffit pour empêcher de considérer la matière d'un système comme répandue continuellement dans l'étendue qui la contient. Ce n'est que pour profiter des procédés de calculs continus qu'on y considère des éléments infinitésimaux correspondant aux systèmes de coordonnées auxquels on rapporte un système matériel. Ces éléments doivent être considérés comme contenant des particules isolées.

A ce moment apparaît très nettement la nécessité de remplacer les forces que nous ignorons par des *forces de définition*. — Une première fois d'ailleurs s'est présentée la nécessité d'une force de définition; c'est à propos du point matériel, lorsque l'accélération de son mouvement a été attribuée à la résultante des forces appliquées à ce point. — La *pression* sur un élément plan, considéré à l'intérieur d'un système matériel, est une force de définition tenant compte des forces exercées par les points matériels situés d'un côté du plan sur ceux qui sont situés de l'autre côté, lorsque les points séparés par le plan sont à des distances moindres que celle où se limite l'action moléculaire. Les vecteurs équi-

pollents aux forces exercées sur un même côté du plan ont une résultante de translation  $P$  au centre de gravité de l'aire plane  $\Omega$  et un couple correspondant  $M$ . On dit que  $\frac{P}{\Omega}$ ,  $\frac{M}{\Omega}$  sont respectivement la pression moyenne et le couple moyen sur l'élément plan. Si les dimensions de  $\Omega$  deviennent infiniment petites, on a ce que l'on nomme la pression unitaire et le couple unitaire en un point donné. Le couple est généralement d'un ordre de grandeur infinitésimale supérieur à celui de la pression. Un solide est défini en disant que la pression sur un élément plan est en général oblique à cet élément; un fluide est défini, dans une première étude, par l'hypothèse que la pression sur un élément plan est normale à cet élément, dans tous les cas, la pression équivaut à une compression dans un fluide.

D'une manière analogue, on définirait la résultante des forces extérieures, autres que les pressions, par unité de masse en un point d'un système matériel en équilibre, et la force accélératrice, ou par unité de masse, en un point d'un système matériel en mouvement.

La définition du *poids* d'un système matériel pesant est un exemple de l'usage des vecteurs pour la mesure. Soit  $mg$  un vecteur équipollent à l'attraction de la terre sur un point matériel de masse  $m$  et de même direction. Tous les vecteurs analogues pour les points d'un système matériel ont une résultante unique  $P = \Sigma mg$  passant, pour une position du système, par un point  $x_g, y_g$  défini par les équations  $Px_g = \Sigma mgx$ ,  $Py_g = \Sigma mgy$ . En supposant que les déformations du système sont négligeables, lorsque l'on change son orientation dans le champ de la pesanteur, la résultante des vecteurs représentatifs de l'attraction passe par un point  $x_g, y_g, z_g$  défini par trois équations analogues aux précédentes. Enfin, si les dimensions du système sont assez petites pour que  $g$  soit constant, on a, en désignant par  $M$  la somme des masses du système,

$$P = Mg, \quad x_g = \frac{\Sigma mx}{M}, \quad y_g = \frac{\Sigma my}{M}, \quad z_g = \frac{\Sigma mz}{M};$$

et le centre de gravité est le centre des masses. Le poids total et le centre de gravité d'un système n'ont pas d'objecti-

tivité mécanique en dehors de la mesure. Aussi, par extension, dit-on centre de gravité d'une ligne, d'une aire, d'un volume pour désigner les points obtenus en remplaçant les masses par des longueurs, des aires, des volumes dans les équations précédentes.

Le rôle des vecteurs dans la mesure ne peut apparaître mieux que dans la résolution des équations de l'équilibre. Les conditions générales de l'équilibre ont été formulées comme il suit dans le premier article, § III :

Pour qu'un système matériel soit en équilibre, il est *nécessaire* que la somme des projections des forces *extérieures* appliquées au système soit nulle sur chacun de trois axes de coordonnées et que la somme des moments de ces forces soit nulle pour chacun de ces axes.

Cela donne lieu à six équations entre les forces extérieures : trois de projections, trois de moments. Elles sont obtenues par l'application des principes généraux de la mécanique ; leur résolution est une opération algébrique ou géométrique, dans laquelle les notations qui représentent les forces perdent leur signification première et ne représentent plus que des grandeurs algébriques ou des grandeurs géométriques, dans ce cas, des vecteurs. D'où l'énoncé suivant :

Pour qu'un système matériel soit en équilibre, il est nécessaire que les vecteurs substitués aux forces extérieures appliquées au système aient une résultante générale nulle et un moment résultant nul par rapport à un point quelconque.

S'exprimer ainsi, c'est dire que les forces extérieures satisfont aux équations de l'équilibre. Toutes les combinaisons que l'on fait de ces équations, toutes les opérations géométriques que l'on en déduit n'expriment pas l'équivalence de systèmes de forces, mais bien l'équivalence de systèmes de vecteurs.

Si, après avoir fait une théorie des vecteurs, il importe de s'en servir systématiquement, il ne faut pas cependant torturer le langage par une superposition de mots qui n'ajouteraient rien à la clarté. De même qu'en géométrie on dit une *droite* au lieu de dire une *ligne droite*, une *courbe* au lieu de dire une *ligne courbe*, de même en mécanique on s'exprime

avec une précision suffisante en disant une *pression*, un *poids* pour désigner la résultante des vecteurs qui représentent les éléments d'une pression ou d'un poids. Le mot *vecteur-force* représente bien un vecteur équipollent à une force et de même direction.

## § II. — Hypothèses à rejeter.

Les hypothèses de démonstration en cours sont à rejeter : 1° Parce qu'elles sont inutiles pour les hommes qui ont réfléchi à la mécanique et que toutefois elles peuvent être des causes d'erreurs ; car on multiplie les chances de se tromper en faisant des raisonnements inutiles, comme on les multiplie en compliquant inutilement les calculs ; 2° elles n'ont aucune réalité et sont accompagnées de restrictions et de correctifs que les débutants peuvent ne pas saisir ou qu'ils peuvent oublier et qui sont cependant indispensablement le fond de la mécanique ; 3° elles donnent lieu à des énoncés qui, appliqués avec une certaine logique, conduisent (les débutants toujours) à des conséquences qu'il faut rejeter.

*L'hypothèse du solide indéformable est à rejeter.* D'abord elle est inutile pour obtenir les conditions générales de l'équilibre ; en outre, dans cette hypothèse, les phénomènes les plus simples de la mécanique n'offrent aucun sens.

Ainsi la pression réciproque de deux solides indéformables devrait être toujours appliquée au même point de la surface de contact, car l'invariabilité supprime toute influence du monde extérieur, comme toute mécanique d'ailleurs. Où serait ce point ? Or supposons deux solides indéformables A et B en contact par une surface plane C ; soit F une force unique appliquée au solide A, normalement à C, et tendant à l'appuyer sur le solide B. Le vecteur résultant des pressions élémentaires de B sur A doit avoir la direction et le sens contraire de F pour que A soit en équilibre. Ce vecteur doit donc rencontrer la surface C au même point que la direction de F. Si on déplace la force F, on déplace en même temps ce point ; mais il ne devrait pas se déplacer en raison de l'in-

variabilité. Il y a donc contradiction, et l'idée de pression entre deux solides indéformables est imprécise.

Cette hypothèse est incompatible avec toute explication du frottement; soit qu'on le considère comme une usure ayant pour conséquence un dégagement de chaleur, soit que l'on s'en tienne à la définition abstraite, où le frottement est considéré comme produisant une force opposée à la direction du mouvement relatif d'un solide par rapport à un autre, force variable depuis zéro jusqu'à la valeur qu'elle prend quand le mouvement se produit. Comment expliquer cette variabilité avec l'hypothèse de l'indéformabilité de la matière.

Enfin, si on peut très souvent négliger les déformations d'un système, on ne peut jamais supposer qu'il n'y en a pas. Ainsi un point matériel pesant glissant sans frottement sur un fil tendu horizontalement ne peut trouver sa position d'équilibre qu'au milieu du fil; on peut dire que l'on négligera l'allongement de celui-ci, mais on ne peut le supposer inextensible, car ce serait dire que le point matériel pesant peut être en équilibre en un point quelconque du fil, ce qui n'est pas.

*L'hypothèse de la solidification est à rejeter.* D'abord elle est inutile puisque les conditions générales de l'équilibre s'appliquent aussi bien à tous les systèmes matériels. De plus, elle n'est pas compréhensible. En quoi peut bien consister la solidification? Les points matériels sont à des distances invariables, dit-on; mais avant de synthétiser et de représenter des liaisons par des équations entre les coordonnées de points matériels, n'est-il pas nécessaire de se rendre compte du fait matériel et de définir les forces de liaison?

On s'est surtout servi de la solidification pour appliquer au parallépipède fluide les conditions de l'équilibre déduites de considérations sur l'invariabilité. Or, on peut obtenir les équations de l'équilibre des fluides en écrivant que les forces exercées par les masses à distance finies sur les points matériels contenus dans le parallépipède et les pressions, rapportées aux faces du parallépipède, satisfont aux équations de l'équilibre.



*L'hypothèse de l'équivalence de systèmes de forces doit être rejetée.* D'abord elle est inutile; on établit et on applique les équations de l'équilibre sans se servir de considérations d'équivalence. Cette prétendue équivalence des forces est établie d'ailleurs en traitant celles-ci comme des vecteurs. Or, le point d'application entre dans la définition d'une force et on ne saurait concevoir qu'une force, appliquée en un point matériel, soit équivalente à une force appliquée en un autre point matériel. On ne peut donc transporter une force, parce que c'est la séparer du point matériel sur lequel elle agit. Si donc on remplaçait un système de forces par un autre, il ne saurait y avoir équivalence mécanique, l'effet d'un système serait nécessairement différent de celui de l'autre.

Une poutre horizontale A B, réduite à sa dimension de longueur, repose en A et B sur des appuis sans frottement ou dont le frottement est rendu négligeable par l'emploi de rouleaux. Elle supporte un poids P concentré en son milieu. D'après le langage ordinaire P peut être décomposé en deux forces parallèles à P, égales chacune à  $\frac{P}{2}$ , et appliquées l'une en A et l'autre en B respectivement. Le système des deux forces  $\frac{P}{2}$  est dit équivalent à la force P. Il est évident qu'un homme habitué à se servir de la mécanique ne tirera pas de conclusions fausses de cette équivalence parce qu'il saura réformer à temps un faux jugement. Il en est ainsi parce qu'il a étudié les forces élastiques développées en une poutre par les charges qu'elle supporte; il sait qu'elles sont nulles dans le cas où P est remplacé par les forces  $\frac{P}{2}$  appliquées en A et B. Mais le débutant prendra avec son sens le mot équivalent appliqué aux forces. Faut-il attendre, pour qu'il ait une idée juste, qu'il ait étudié l'élasticité ou la résistance des matériaux? Pour les esprits non prévenus les mots ont une valeur, désirée du moins; par paresse ou par l'effet d'une foi naïve, ils conçoivent des idées fausses avec des mots imprécis; c'est ce qu'il faut éviter.

Si la poutre porte le poids P uniformément réparti sur sa longueur l, les forces élastiques développées dans la section

faite au milieu de la poutre sont proportionnelles à  $\frac{Pl}{8}$ ; si le poids  $P$  est concentré au milieu les forces élastiques sont proportionnelles à  $\frac{Pl}{4}$ . Il pourrait donc arriver qu'une poutre résistant à un poids  $P$  uniformément réparti, se brisât sous cette même charge concentrée en son milieu.

Cet exemple fait valoir cette vérité que les forces de définition, par lesquelles nous remplaçons les forces réelles, ne sont pas déplaçables, et que, dans une application à la mécanique, la considération de l'équivalence des vecteurs n'a d'utilité que pour ceux qui entrent dans un système d'équations bien défini. La force unitaire sur la poutre portant un poids  $P$  uniformément réparti est  $\frac{P}{l}$ . Sur un élément de la longueur  $dx$  la charge est  $\frac{P}{l} dx$ . Le vecteur  $P$ , au milieu de la poutre, est le résultant des vecteurs  $\frac{P}{l} dx$ , mais il n'est utile de considérer cette équivalence géométrique que si l'on considère l'équilibre de toute la poutre.

### § III. — Application à deux exemples.

Ce paragraphe est destiné à montrer sur deux exemples très simples que les énoncés à réformer, parce qu'ils sont incomplets ou erronés, conduisent à des conséquences sans valeur, que l'on évite par l'emploi d'énoncés corrects.

A des variantes près, sans importance, on énonce les conditions de l'équilibre de la manière suivante: Pour qu'un système de forces, appliquées à un solide indéformable, soit en équilibre, il faut et il suffit 1° qu'en projetant ces forces sur trois axes rectangulaires passant par le même point, la somme algébrique des projections soit nulle pour chacun des axes; 2° que la somme algébrique des moments de ces forces par rapport aux trois axes soit nulle pour chacun d'eux.

Les différences essentielles entre cet énoncé et celui du § 1 p. 224 sont tellement visibles qu'il est inutile d'y insister.

Une des conséquences que l'on déduit de l'énoncé précédent est celle-ci: Pour qu'un corps solide (indéformable) qui a un point fixe soit en équilibre, il faut et il suffit que

les forces qui lui sont appliquées se réduisent à une force passant par le point fixe. On suppose ici bien entendu et justement que la résistance de la matière est suffisante ; le mot indéformable d'ailleurs est là pour le sous-entendre. Cet énoncé n'est pas d'un bon enseignement, parce qu'il faut se préoccuper de la nature de la liaison qui fixe le point. Il serait mieux de dire : En négligeant le frottement et en supposant une résistance suffisante, pour qu'un solide appuyé sur un point soit en équilibre, il faut que les vecteurs substitués aux forces extérieures se réduisent à un vecteur unique *normal* à la surface de contact avec le point d'appui. Ou bien : Si un solide a un axe fixe en direction, il faut que la résultante des vecteurs rencontre l'axe normalement. Cet axe est comme celui d'un boulon dont on néglige le diamètre. Enfin, si l'axe est fixé en direction et en position sur sa direction, on dira : Il faut que la résultante rencontre cet axe. Cet axe est comme celui d'un boulon à épaulements. Ce dernier cas d'ailleurs n'est pas confondu dans l'enseignement avec les précédents ; l'indétermination est soulevée par la considération des déformations de la matière.

Soient  $F_A$ ,  $F_B$  des forces appliquées à un levier aux points A et B respectivement, R la résistance de l'appui simple O du levier. Si le levier est en équilibre les trois forces  $F_A$ ,  $F_B$ , R sont dans le plan A O B (§ III de l'article du 15 janvier) et leurs directions se rencontrent en un point D ; donc la résultante des vecteurs menés par D équipollents à  $F_A$  et  $F_B$  respectivement passe au point O. Elle doit de plus, si on néglige le frottement, être normale au levier au point O. Cette dernière condition se modifie comme l'on sait, si on considère le frottement ; elle est inutile si le point fixe est sur un boulon, dont l'axe est nécessairement perpendiculaire au plan A O B, s'il n'y a pas de frottement.

Enfin traitons la question suivante :

Deux barres articulées en A à une hauteur H au-dessus d'un plan horizontal poli, sur lequel posent leurs pieds B et C, sont maintenues dans un plan vertical où elles sont figurées par les lignes droites  $BA = l$ ,  $CA = l'$ . Elles sont réunies

par un fil horizontal à une hauteur  $h$  au-dessus du plan horizontal ; la barre  $BA$  porte un poids  $P$  attaché en un point  $D$  tel que  $BD = \mu BA$ . — Déterminer la tension du fil et les réactions de l'articulation, en négligeant le poids des barres et du fil ainsi que toutes les déformations.

Il serait difficile de faire connaître toutes les fautes commises et enregistrées à propos de cet exercice ; voici quelques-unes des plus répétées. Il en est qui tiennent à une compréhension insuffisante des questions de la mécanique : « il n'est pas question dans l'énoncé de réactions du plan, n'en mettons pas » ; « un système matériel libre est celui qui n'est soumis qu'à son poids » ; « le solide est déformable (il y a un fil), appliquons le principe de la solidification » ; « le solide est indéformable, c'est-à-dire composé de pièces résistantes ». — Il en est d'autres qui paraissent résulter, avec une certaine logique, des énoncés courants : « le système n'est pas indéformable (il y a un fil), les conditions de l'équilibre n'y sont pas applicables » ; « si un système est en équilibre les forces qui y sont appliquées se détruisent » ; « le système est en équilibre sous l'action de la tension du fil et de la réaction en  $A$  ». Il est évident, à propos de cette dernière affirmation, que si on coupe le fil les barres tomberont ; mais cette conséquence ne doit pas conduire à placer les forces intérieures et les forces extérieures dans les équations d'équilibre de l'ensemble.

*Solution.* Appliquons à l'ensemble du système les équations générales de l'équilibre rappelées au § 1. Les forces extérieures sont le poids  $P$  et les réactions  $Q_B$ ,  $Q_C$  du plan sur les pieds  $B$  et  $C$  des barres respectivement. Ces réactions sont normales au plan puisque l'on néglige le frottement. Les trois forces  $P$ ,  $Q_B$ ,  $Q_C$  sont nécessairement dans le plan  $BAC$ . Prenons pour axes l'horizontale  $BC$  et la verticale de bas en haut passant par  $B$ .

Equation des projections sur la verticale :

$$[1] \quad Q_B + Q_C - P = 0,$$

Equation des moments autour de  $B$  :

$$[2] \quad P\mu\sqrt{l^2 - H^2} - Q_C(\sqrt{l^2 - H^2} + \sqrt{l^2 - H^2}) = 0.$$

Les quatre autres équations générales sont identiquement satisfaites.

Ecrivons que la barre CA est en équilibre. Coupons le fil près de CA et remplaçons la partie supprimée à gauche par une force T représentant la tension du fil (nous verrons par son signe qu'elle est dirigée de droite à gauche). Soit R l'action de la barre BA sur la barre CA. Les forces T et R sont avec  $Q_c$  les forces extérieures qui maintiennent la barre CA en équilibre.

Equation des projections sur BC : [3]  $R_x + T = 0$ ,

» » » » la verticale : [4]  $R_y + Q_c = 0$ ,

Equation des moments autour de C : [5]  $R_x H + R_y \sqrt{l'^2 - H^2} + Th = 0$ .

Les trois autres équations sont identiquement satisfaites.

L'équation [2] donne  $Q_c = \frac{P \mu \sqrt{l'^2 - H^2}}{\sqrt{l'^2 - H^2} + \sqrt{l'^2 - H^2}}$ ,

» [3] »  $R_x = -T$ ,

» [4] »  $R_y = -Q_c$ ,

» [5] »  $-T(H - h) - Q_c \sqrt{l'^2 - H^2} = 0$ ,

ou  $T = -Q_c \frac{\sqrt{l'^2 - H^2}}{H - h}$ .

Les solutions géométriques ne sont pas en général celles que les débutants doivent chercher; mais ici les conditions d'équilibre d'un système soumis à trois seules forces fournissent une solution géométrique très simple.

L'ensemble du système est soumis aux forces extérieures  $Q_B$ ,  $Q_C$ ,  $P$ ; puisqu'il est en équilibre, le vecteur  $P$  est la résultante des vecteurs  $Q_A$  et  $Q_C$ , d'où les équations [1] et [2].

La barre CA est soumise aux trois forces  $Q_C$  et  $T$ ,  $R$  qui sont extérieures par rapport à cette barre. Les directions de ces trois forces doivent concourir en un point E, situé sur la direction du fil; de plus des vecteurs équipollents à ces forces forment un triangle. Soit F le point de rencontre de AE et de BC. Le triangle CEF est semblable au triangle des vecteurs. On a donc, en tenant compte du sens dans lequel on parcourt les côtés,

$$CF = -kT = kR_x,$$

$$CE = kQ_c = -kR_y.$$

De plus, les propriétés géométriques de la figure donnent

$$\frac{CF}{CE} = \frac{\sqrt{l^2 - H^2}}{H - h} = - \frac{T}{Q_c},$$

d'où  $T$ ,  $R_x$ ,  $R_y$ .

**Conclusion.** — Si quelque professeur désirait tirer parti dans son enseignement des réflexions contenues dans cet article et le précédent, il n'aurait évidemment à les présenter à ses élèves, ni toutes, ni dans le même ordre. Pour placer ceux-ci dans un bon courant d'idées, il pourrait, avant de commencer la mécanique, faire complètement la *théorie des vecteurs*, des centres de moyennes distances, des *centres de gravité* des figures géométriques. Ensuite il exposerait les *principes généraux* de la mécanique en traitant le mouvement et l'équilibre du *point matériel*, sans *frottement* et avec *frottement*. Puis il ferait la distinction des *forces intérieures* et des *forces extérieures* à propos de *systèmes matériels* considérés comme étant composés de points matériels, et ferait comprendre ce que c'est qu'un système à *déformation libre*. Des équations de l'équilibre du point matériel il déduirait les *conditions générales de l'équilibre* des systèmes matériels, et il insisterait sur les cas où elles sont *approximativement suffisantes*. Alors viendraient la définition d'une *pression*, celle d'un *poids*, celle d'une *force accélératrice*.

L'étude des *liaisons*, celle des *machines simples* fournissent des applications des conditions générales de l'équilibre et de la théorie des vecteurs. Dans les exercices sur la statique, il faut surtout au début employer les équations de l'équilibre, parce que l'usage de l'algèbre en général est plus commode que celui de la géométrie pour exprimer simplement et rapidement les conditions d'un problème.

Si l'on joint à cela les théorèmes généraux des quantités de mouvement et des forces vives, on aura un cadre pour un programme quelconque de mécanique élémentaire.

Al. GOULLY (Neuilly-s.-Seine.)

Ingénieur des arts et manufactures.