P. Bachmann. — Niedere Zahlentheorie, Erster Teil. 8.-G. Teubner's Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der Malhematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen. Band X, 1. —Un vol. relié, gr. in-8°, 402 p. ; prix : M. 14 — ; B.-G. Teubner...

Autor(en): Mirimanoff, D.

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1903)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

peut conseiller à tous ceux qui veulent acquérir une haute idée de la science et de l'art mathématiques, d'entrer dans ce magnifique monument élevé à la mécanique rationnelle.

A. Buhl (Paris).

P. Bachmann. — **Niedere Zahlentheorie,** Erster Teil. *B.-G. Teubner's Sammlung* von Lehrbüchern auf dem Gebiete der Mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen. Band X, 1. — Un vol. relié, gr. in-8°, 402 p. ; prix : M. 14. — ; B.-G. Teubner, Leipzig, 1902.

A côté de l'Encyclopédie des Sciences mathématiques, qui a déjà rendu de si grands services aux géomètres, la librairie Teubner a entrepris la publication d'une collection de traités séparés consacrés aux parties les plus importantes de la science mathématique. On ne saurait contester l'utilité d'une telle publication. En effet, les articles de l'Encyclopédie ne contiennent que des résumés et des aperçus dans lesquels les résultats acquis à la science sont systématiquement classés et enregistrés. C'est un guide précieux, mais ce n'est qu'un guide. Pour les développements, démonstrations, etc., on doit recourir aux sources : monographies, notes, mémoires disséminés dans les comptes rendus et les revues périodiques. Bien rares sont encore les traités spéciaux, assez complets pour pouvoir donner une idée exacte de l'état actuel de nos connaissances mathématiques, assez intelligibles en même temps pour servir de livres d'initiation.

A en juger par le premier volume qui vient de paraître, l'ouvrage de M. Bachmann remplit admirablement le but que vise la *Collection Teubner*.

Après une courte introduction historique, l'auteur examine et précise la notion du nombre entier positif et négatif en se plaçant au point de vue de M. Dedekind, mais il simplifie et complète sur quelques points l'analyse du célèbre géomètre allemand. Le second chapitre est consacré à la théorie de la divisibilité. Les lois fondamentales de cette théorie sont établies en partant de la notion moderne des modules que l'on doit à Kronecker et à M. Dedekind. M. Bachmann établit ensuite un certain nombre de propositions se rattachant à la théorie précédente, en particulier la formule d'Euler donnant la somme des diviseurs d'un nombre et quelques propriétés très curieuses de la factorielle dues à Weill, Catalan et autres.

Le troisième chapitre expose les principes de la théorie des congruences : systèmes de restes, nombre maximum de racines, etc. Parmi les applications de cette théorie on remarquera les propriétés générales de la fonction $\varphi(n)$ et celles des fonctions plus générales de Lucas et de Schemmel.

L'auteur reprend ensuite au 4e chapitre la théorie de la divisibilité. Mais cette fois-ci il en établit le théorème fondamental au moyen de l'algorithme d'Euclide (procédé de Poinsot) ce qui le conduit naturellement aux fractions continues et à la théorie des séries de Farey, théorie à laquelle se rattachent les recherches relativement récentes de M. Hurwitz et de M. Vahlen.

Le 5e chapitre traite des théorèmes de Fermat et de Wilson.

Un long chapitre est consacré à la théorie des résidus quadratiques. C'est incontestablement le plus curieux. On y remarquera une table chronologique des différentes démonstrations de la fameuse loi de réciprocité de Legendre. Ces démonstrations, dont on connaît environ une cinquantaine, sont divisées en catégories et celles d'entre elles qui appartiennent aux éléments de la théorie des nombres sont analysées avec soin.

Le dernier chapitre contient la théorie générale des congruences d'un degré quelconque. A côté des résultats dus à Schönemann, Dedekind et J.-A. Serret on y trouve la belle théorie des imaginaires de Galois et enfin la 7e démonstration que Gauss a donnée de la loi de réciprocité, démonstration qui est précisément basée sur la théorie des congruences.

En résumé, le premier volume de l'ouvrage de M. Bachmann apprend beaucoup. Il peut servir de complément et de commentaire aux six premiers paragraphes (et au 8e) de l'article correspondant de l'encyclopédie, dû aussi à la plume de M. Bachmann, et il s'adresse aussi bien à ceux qui veulent approfondir la science des nombres qu'à ceux qui désireraient s'y initier.

D. Mirimanoff (Genève).

E. Estanave. — **Essai sur la sommation de quelques séries trigonométriques**; gr. in-8°, 112 p.; prix: 6 fr.; Paris, A. Hermann, 1903,

Les séries qu'étudie l'auteur sont d'une haute importance au point de vue des applications mécaniques ou physiques. Il s'est proposé surtout d'atteindre un but pratique, c'est-à-dire d'effectuer la sommation, plutôt que de se livrer à une étude purement théorique. Il a cependant donné, dans un grand nombre de cas, la solution du problème inverse de la formule de Fourier, ce qui peut s'énoncer ainsi : faire correspondre à une série trigonométrique donnée une fonction dont cette série est le développement. Sa méthode consiste essentiellement à profiter de l'identité qu'il établit entre une série simple et une série à double entrée contenant une fonction arbitraire, en disposant de l'indétermination qui en résulte. Les calculs auxquels cette méthode conduit exigent souvent la résolution de certaines questions auxiliaires. On peut citer parmi ces questions la détermination d'intégrales définies, ou celle d'intégrales particulières d'équations différentielles. Le résultat est obtenu par une méthode intuitive, qui revient au fond à celle des coefficients indéterminés, mais qui est beaucoup plus rapide, et ramène tout à une formule unique. En somme, il parvient à deviner la loi, et en démontre ensuite la généralité.

A signaler aussi les aperçus que M. Estanave est amené à présenter sur les nombres d'Euler, de Bernoulli, de Genocchi. En résumé, son livre, qui a dû lui coûter beaucoup de travail et de peine, est une œuvre à la fois utile et intéressante.

C. A. L.

G. Holzmüller.— **Elemente der Stereometrie :** Vierter Teil. Fortsetzung der schwierigeren Untersuchungen : Berechnung und stereometrische Darstellung von statischen, Trägheits-und Centrifugal-Momenten homogener Raumgebilde. Simpsonsche Regel, verallgemeinerte Schichtenformel, gewisse Zuordnungen und konforme Abbildungen im Dienste solcher Bestimmungen. Nachtrag über das Katenoïd, seine Krümmungsverhältnisse und sphärische Abbildung und über seinen Zusammenhang mit der Gaussschen Pseudosphäre und der Minimalschraubenregelfläche, 1 vol. in-8°. de 311 p.; prix: br. M. 9; relié M. 9.50; G. J. Goeschen, Leipzig, 1902.

Dans ce volume, M. Holzmüller continue à montrer qu'il existe, à côté de la grande route du calcul différentiel et intégral, un sentier permettant d'ar-