propos de l'article de M. R. Baron Philologues et Psychologues en face du problème des parallèles.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1903)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

l'éminent professeur de Mécanique rationnelle de la Faculté des sciences. Les cours auront lieu 3 fois par semaine pendant le semestre d'hiver.

Dans notre prochain numéro nous indiquerons les points principaux du programme de cet enseignement.

ILES-BRITANNIQUES

London. *King's College (University of London).* — Mathematics. Professor : W. H.-H. Hudson. Lecturers : J.-B. Dale ; R.-W.-K. Edwards.

Class I, five hours (preparing for the London University Matriculation Examination) Arithmetic, Algebra and Geometry.

Class II, four hours (preparing for the London University Intermediate Examination in Arts and Science), Geometry, Algebra, Solid Geometry Trigonometry and Plane Coordinate Geometry.

Class III, four hours (preparing for the B. A. Pass Examination of the University of London), Algebra, Trigonometry, Geometrical, Conics, and Plane Coordinate Geometry.

Class IV, special course B. A., and B. Sc. Honours. — Alg. Analysis, 1 h. — Analytical Geometry of Curves and Surfaces, 1 h. — Differential Equations, 1 h.

Class V, course for M. A. — Higher Analysis, 1 h. — Differential Equations of Mathematical Physics, 1 h.

Applied Mathematics. Professor : W. G. Adams. Demonstrator : F. White. Theoritical Mechanics, I Int. Arts class, two hours. — II. B. A. Class, tree hours ; Statics and Dynamics, Hydrostatics, Astronomy.

CORRESPONDANCE

A propos de l'article de M. R. Baron

Philologues et Psychologues en face du problème des parallèles.

L'article publié sous ce titre dans notre numéro de juillet (année 1903, p. 278-287) a, comme on devait s'y attendre, soulevé plusieurs critiques. M. Baron a certainement eu une pensée originale en voulant montrer qu'il y a des tournures d'esprit qui n'acceptent plus la science, quand elle cesse de donner des résultats tangibles ou qu'elle élargit le domaine de nos conceptions au delà de celui qui est accessible à nos sens. Mais il faut reconnaître qu'il s'appuie parfois sur des notions géométriques un peu fantaisistes. Telle est celle de l'*angle tronqué* (p. 287). Elle n'a aucun sens précis, l'auteur ayant négligé définir ce qu'était la mesure d'un angle tronqué. Introduire une notion d'aire dans la mesure d'un angle ne peut conduire qu'à des contradictions bizarres.

Nous reproduisons ci-dessous celle des critiques qui insiste précisément sur ce point; elle est extraite d'une intéressante lettre que nous adresse M. C. Popovici, professeur à Turno-Severin (Roumanie).

La Rédaction.

. . . .

Je crois nécessaire pour l'intelligence des choses de rappeler d'abord textuellement le passage dans lequel M. Baron expose sa notion d'angle tronqué.

« J'aimerais mieux, pour mon compte, démontrer d'emblée que la somme des trois angles d'un triangle ne peut être *inférieure* à deux droits (on sait que cette somme ne peut être *supérieure* à deux droits). Je me servirai, toujours à l'usage de gens qui ont ma psychologie, de la notion de l'Angle tronqué.

« L'angle tronqué est un espace non fermé et néanmoins délimité par 3 droites. Par le fait, c'est un angle-espace diminué d'un triangle plus ou moins grand. Que cet espace triangulaire soit négligeable ou non, il est évident que l'angle tronqué ne saurait être *plus grand* que l'angle non tronqué dont il dérive.

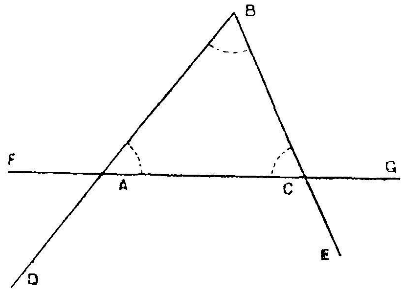

Fig. 1.

« Dans de telles conditions, la somme des espaces FAD + DACE + ECG ne saurait être supérieure à FAD + DBE + ECG, et il en résulte que la somme des angles A + B + C égale au moins deux angles droits (angles-espace).

« Telle est la tournure de mon propre esprit : je ne vois pas la faute logique que je puis commettre en ceci, savoir : Que la somme des *angles-espace* d'un triangle, n'étant ni inférieure ni supérieure à deux droits, elle est forcément égale à deux droits. Je suis évidemment un vulgaire euclidien, puisque cette preuve me suffit. — Mais il est probable que je ne serai pas le seul. »

Les raisonnements de M. Baron offrent vraiment une grande apparence de rigueur, puisqu'ils sont soutenus par des preuves évidentes à nos yeux. Mais je crois qu'il y a souvent une différence entre ce que nous voyons et ce qui existe.

En effet, reprenons ces raisonnements pour en tirer quelques conclusions.

Premièrement, la conclusion, ou, pour mieux dire, le premier fait observé est le suivant :

$$\text{FAD} + \text{DBE} + \text{ECG}, \text{ c'est-à-dire :}$$
$$\text{EA} + \text{B} + \text{C} = 2 \text{ angles-espace} + \text{ABC triangle-espace}.$$

et, d'autre part, puisque la somme $A + B + C$ ne peut être inférieure à deux angles droits et puisqu'il est déjà démontré qu'elle ne peut être supérieure, on a forcément la conclusion :

$$A + B + C = 2 \text{ angles droits-espace.}$$

Retranchons membre à membre :

$$O = ABC \text{ triangle-espace.}$$

Je crois que je ne serais pas trop prétentieux si je proposais à M. Baron de me démontrer que tous les triangles sont égaux. Je viendrai démontrer à mon tour que l'infini est nul.

On peut utiliser les conclusions citées, à savoir : $FAD + DBE + ECG = A + B + C = 2$ angles droits espace, c'est-à-dire l'espace illimité $FABCG = 2$ angles droits espace, et pour les appliquer à l'étude de la variation de la somme de deux angles droits ; on supposera que la droite AC se déplace parallèlement pour aller même au delà de B.

Il y aurait là une belle question ; je me borne à faire remarquer qu'on pourra la résoudre : 1) Par la géométrie euclidienne ; 2) Par la géométrie non-euclidienne.

Voici maintenant une autre question : soient deux angles égaux (angles-espace) A et A′. Supposons que l'on ait disposé les angles A et A′ de manière qu'ils aient un côté commun et qu'ils forment deux angles correspondants BAC, BA′ C′.

Alors nous voyons que la différence de ces angles est l'espace infini CAA′C′; mais les angles étant égaux leur différence est nulle, donc l'espace infini CAA′C′ est nul.

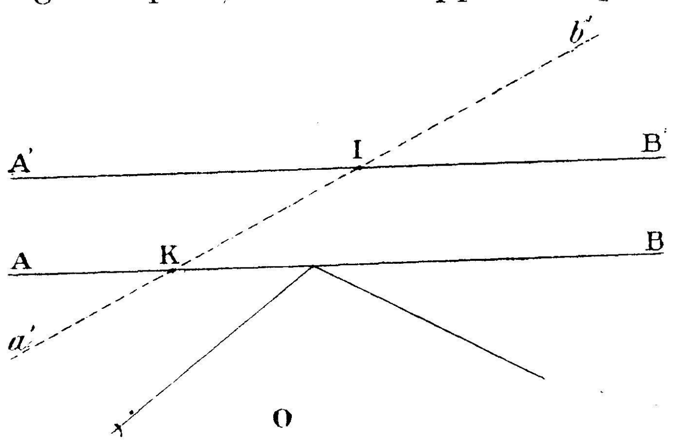

Fig. 2.

Passons à une autre question. La somme de tous les angles adjacents formés autour d'un point O et d'une même partie d'une droite est égale à deux angles droits. Donc tout l'espace ABO vaut deux angles droits, de même tout l'espace A′B′O fera deux angles droits.

Par conséquent la différence AB, A′B′ est égale à zéro.

Les lecteurs, et peut-être M. Baron aussi, liront avec intérêt ces quelques remarques et ils comprendront mes conclusions.

C'est le danger de l'introduction trop délicate de l'Angle-espace au lieu de l'angle biradial. Dans mes raisonnements je n'ai fait que suivre les conseils de M. Baron : « On ne doit confondre l'angle biradial avec l'angle-espace ». Particulièrement il nous faut remarquer que deux angles dont les côtés ont des directions qui font entre elles un angle nul ne sont pas nécessairement égaux ; dans tous les autres cas, lorsque les directions des côtés feront des angles égaux, les angles seront égaux, c'est-à-dire superposables (il faut remarquer que je parle en géométrie euclidienne).

Puis je tiens à signaler une erreur de logique. Quoique M. Baron déclare : qu'il sait que la somme des angles d'un triangle *ne peut être supérieure* à deux angles droits, il constate que cette somme *dépasse* deux angles droits précisément du triangle ABC, quantité négligeable ou non (si elle ne saurait être négligeable M. Baron, croyait — je pense — avoir mieux raison), puis il en conclut : donc cette somme ne peut être inférieure à deux angles droits, et d'après cette tournure il ne voit pas la faute logique s'il dit que cette somme est forcément égale à deux droits. C'est d'abord un fait psychologique, je m'imagine, constaté par nous tous, que lorsque nous avons des idées préconçues, notre psychologie nous emporte, par des fautes logiques, à forcer les raisonnements jusqu'à ce que notre but proposé soit atteint.

Une autre faute est qu'on opère avec des infiniment grands comme avec des quantités égales, et, ce qui est plus dangereux dans ces raisonnements, est qu'on exprime la différence entre des quantitées infinies $(A + B + C) - 2$ triangles-espace par des quantitées finies : triangle ABC négligeable ou non.

Il y a encore un raisonnement très curieux que je veux donner à propos de cette remarque. Une droite infinie partage le plan en deux demi-plans. Il n'y a pas de raison pour que ces deux demi-plans ne soient pas égaux, ou mieux : par raison de symétrie ces deux demi-plans sont égaux.

Supposons que cette droite infinie $a'b'$ tourne autour du point I et devienne $A'B'$; alors les demi-plans $a'b'$,G et $A'B'$,O sont égaux puisqu'on a retranché et ajouté deux angles (espace) opposées au sommet I. On a donc $A'B'O = a'b'o$. D'autre part si la droite avait tourné de même angle autour du point K on aurait pour la même raison $a'b'o = ABO$. Donc $A'B'O = ABO$. J'ai donc bien démontré rigoureusement que l'espace infini $ABA'B'$ est nul. Mais, si vous ne le voulez pas, alors il vous faudra admettre que lorsqu'une droite $a'b'$ tourne autour d'un de ses points les deux demi-plans séparés varient d'après la position du point de rotation, mais alors c'est contraire à l'hypothèse qu'une droite partage le plan en deux demi-plans égaux, dont nous sommes partis, ce qui est absurde ; de plus, je vous prie, précisez-moi de quelle partie doit se mouvoir le point I pour que le demi-plan $a'b'o$ croisse, et de quelle partie pour qu'il décroisse pendant la rotation, et cela pour quelle raison.

C. Popovici (Turno-Severin, Roumanie.)