

CORRESPONDANCE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **4 (1902)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

CORRESPONDANCE

Sur les heptagones et les enneagones réguliers.

L'intéressant article publié sous ce titre par M. J. JOFFROY (1902, p. 32-34), me paraît appeler quelques remarques.

Le théorème I exprimé par l'identité

$$2 \sin \frac{4\pi}{9} = 2 \sin \frac{2\pi}{9} + 2 \sin \frac{\pi}{9}$$

traduit immédiatement une propriété connue du triangle équilatéral inscrit (et en général d'un polygone régulier inscrit) d'avoir le centre du cercle pour centre des moyennes distances. Il suffit de le rapporter à un diamètre et de prendre pour sommets, sur la circonférence divisée en angles de 20° , les points correspondant aux angles 80° , $80^\circ + 120^\circ = 200^\circ$ et $200^\circ + 320^\circ$. On a alors

$$\sin \frac{4\pi}{9} = \sin \frac{\pi}{9} + \sin \frac{2\pi}{9}.$$

Le théorème II est énoncé dans *Mathesis* (quest. 669), 1889, p. 280 et démontré, *Ibid.*, 1890, p. 47.

Il se rattache à une identité signalée par M. SAINT-LOUP (*Nouv. Annales de Math.*, 1873, p. 116).

Le théorème III est, comme l'a indiqué M. J..., un corollaire du théorème II.

Note. — Ces remarques ne tranchent pas la question de priorité, mais elles montrent que ces propriétés ont été rencontrées et signalées par ailleurs, ce que demandait aussi M. J...

Quant à la mesure approchée 0,8677 du côté de l'heptagone régulier inscrit, sa comparaison avec le double du module des logarithmes 0,8685, ne peut être aisément réalisée par un segment linéaire, tandis qu'on obtient un résultat très satisfaisant au point de vue graphique, en disant simplement que le côté de l'heptagone, $2 \sin \frac{\pi}{7} = 0,867767$, se confond très sensiblement avec le demi-côté du triangle équilatéral inscrit, $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866025$, remarque déjà ancienne, indiquée par exemple dans le *Cours élém. de dessin* de J.-B. HENRY, des Vosges (Paris, Fournaut, 1854).

H. BROCARD.

Quelques remarques sur la recherche du nombre des racines positives d'un polynome.

Au sujet de cet article de M. P. ZERVOS, publié au volume de 1901 (423-428), il ne sera pas sans intérêt de rappeler que des théorèmes tout à fait analogues à ceux qu'il renferme, ont été énoncés et démontrés, il y a plus de trente ans, par M. A.-G. COLOMBIER. Voir en effet *Nouv. Annales de Math.*, 1868; *Mémoire sur les symptômes d'imaginarité des racines des équations algébriques* (308-318 et 501-517, p. 517, on a annoncé une suite qui n'a jamais paru).

Les deux propositions fondamentales de ce Mémoire sont ainsi formulées :

Soient $f(x) = 0$ une équation algébrique rationnelle et entière ; $a_1, a_2, \dots, a_q$ des nombres positifs.

I. $2K_1$ le nombre des variations perdues lorsqu'on passe de $f(x)$ au produit $(x + a_1) f(x)$; $2K_2$ le nombre analogue lorsqu'on passe de $(x + a_1) f(x)$ à $(x + a_1)(x + a_2) f(x)$;

II. $2K_1 + 1$ le nombre des variations gagnées lorsqu'on passe de $f(x)$ à $(x - a_1) f(x)$; $2K_2 + 1$ le nombre analogue lorsqu'on passe de $(x - a_1) f(x)$ à $(x - a_1)(x - a_2) f(x)$...

Cela posé l'équation donnée à au moins $2(K_1 + K_2 + \dots + K_q)$ racines imaginaires (ce nombre peut être nul).

Pour une étude de même genre (il s'agit de la multiplication d'une équation algébrique par $x + 3$, $x + 4$, $x + 5$), voir au *Journal des Savants* (2 et 9 avril 1685) :

Extrait d'une lettre de M. OZANAM, Mathématicien, à M. de la ROCHE, Conseiller au Parlement de Grenoble, écrite le 26 décembre 1684 et communiquée à l'Auteur du Journal (134-135).

Démonstration de ce qui a été proposé dans le Journal précédent touchant les Racines fausses imaginaires, Par M. OZANAM (140-141).

Voir aussi : *Lettre du R. P. FIACRE, P. Cap., écrite de Meudon à l'auteur du Journal, touchant un système de racines imaginaires et la solution du problème proposé dans le 17^e journal de cette année* (1686, p. 204 ; 1686, p. 314-316).

H. BROCARD.

Au sujet d'un article de M. Bolt.

L'article de M. Bolt sur *Les différents modes de mesure des angles*, renferme une assertion qui me paraît le fait d'une erreur de copie ou d'impression. Il y est dit (p. 128) que Tycho Brahe, avec son quart de cercle, de dimension beaucoup plus grande que celle des instruments

aujourd'hui employés dans les observations, n'arrivait guère qu'au demi-degré.

Comment des mesures astronomiques de si peu de précision auraient-elles suffi aux vérifications de Kepler, quand on se rappelle que c'est justement la précision exceptionnelle des observations de Tycho Brahe, qui donna enfin à Kepler le moyen de dégager les lois fondamentales du mouvement de Mars et des autres planètes du système solaire ?

Comment admettre que Tycho ne pouvait obtenir que le demi-degré, alors que Ptolémée a donné toutes les positions géographiques par multiples de cinq minutes d'arc ?

Le demi-degré est parfaitement visible sur un simple rapporteur à dessin, dont le rayon est à peine de 7 centimètres.

Au surplus, l'alidade à pinnules, employée en arpentage, donne certainement, non pas seulement le demi-degré, mais une approximation de deux minutes, c'est-à-dire une division quinze fois moindre.

Ces remarques très simples me donnent à croire qu'une erreur s'est glissée dans le paragraphe ci-dessus rapporté.

H. BROCARD.

Remarque sur le nombre e et le calcul des intérêts composés.

A-t-on déjà remarqué ou plutôt utilisé dans l'enseignement cette remarque que la génération du nombre e pouvait être interprétée très simplement au moyen d'une comparaison fournie par la théorie des intérêts composés ?

Soit pour simplifier une somme de 1 franc qui, placée à intérêts *simples*, serait doublée au bout d'un temps bien déterminé dépendant du taux adopté. A cinq pour cent, ce serait vingt ans.

Tout en laissant la somme placée pendant ce même temps, on imagine maintenant d'augmenter le revenu en divisant ce temps en n périodes telles qu'au bout de chacune les intérêts se capitalisent. A l'expiration de la n ième et dernière, on possèdera

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

On voit que l'avoir total n'augmente pas indéfiniment lorsqu'on rapproche indéfiniment les périodes de capitalisation d'intérêts en augmentant indéfiniment leur nombre. La limite est précisément e . Ainsi la somme de 1 franc qui, à intérêts *simples*, au taux de 5 p. 100, est doublée en vingt ans, donne une somme évidemment supérieure si l'on adopte un placement à intérêts composés mais si l'on cherche à l'augmenter sans cesse en capitalisant les intérêts au bout de périodes équidistantes de plus en plus courtes, le résultat admet pour limite 2 francs 718...

Il y a là une image simpliste et même un peu naïve du nombre e , mais elle peut aider des élèves à qui on en parle pour la première fois à mieux se le représenter.

Le calcul de cette limite et d'autres de la même nature pourrait même se rencontrer dans un problème tel que le suivant, qui n'est pas absolument dépourvu de caractère pratique.

Un usurier prête 1 franc pendant n années au taux de 100 r pour cent. Pour une raison ou pour une autre, l'homme n'a pu être, dans le choix de ce taux, aussi malhonnête qu'il le désirait et il espère se rattraper en prétendant qu'il ne peut prêter audit taux que si on lui capitalise sans cesse les intérêts.

Quelle est la limite assignable à une pareille prétention ?

Soit d'abord k le nombre de périodes de capitalisation dans une année. Il y a kn périodes en tout.

L'intérêt de 1 franc pendant une période est $\frac{r}{k}$ et il vient, pour la somme limite cherchée :

$$\left(1 + \frac{r}{k}\right)_{k=\infty}^{kn} = e^{nr}.$$

A. B.

Sur le système de vente dit « Boule de Neige ».

Les Tribunaux allemands viennent récemment d'interdire en Allemagne un système de réclame fort ingénieux en apparence et grandement susceptible d'intéresser les mathématiciens. C'est un exemple d'une chose mathématiquement honnête et qui, pourtant, au point de vue moral, est absolument inacceptable. Comme le dit M. Berdellé, dans ce même recueil, en analysant, dans le précédent numéro, une curieuse anecdote de de Hebel, on ne saurait méconnaître que des arguments purement théoriques conduisent parfois à des conséquences morales déplorables, et c'est faire œuvre grandement utile que de signaler la possibilité de pareilles contradictions.

Expliquons maintenant en quoi consiste le fameux et extrêmement intéressant système de réclame si justement condamné par les lois d'un pays voisin. Nous prendrons dans cet exposé les chiffres réellement employés par l'entrepreneur.

Moyennant une somme de 6 francs, une personne A se rend acquéreur d'un bon portant cinq coupons à détacher. Elle doit vendre ces coupons à cinq personnes quelconques moyennant 1 franc chacun. Elle recueille ainsi 5 francs qui lui restent en toute propriété, si bien qu'elle n'a déboursé en réalité qu'un franc seulement.

Les cinq personnes ayant acheté les coupons doivent en avertir

l'entrepreneur qui envoie à chacune un bon semblable à celui primitivement possédé par A, moyennant un remboursement de 5 francs, mais, comme ces secondes personnes peuvent vendre les coupons de ce nouveau bon, elles rentrent dans les 5 francs donnés en second lieu et ne dépensent, au fond, qu'un franc aussi.

Ces secondes personnes ayant, par hypothèse, vendu leur bon à des troisièmes personnes, ces dernières agissent de même, et ainsi de suite.

Or, quand A a vendu ses coupons et que ses acheteurs ont redemandé chacun un bon nouveau, moyennant 5 francs, A a droit à 30 francs de marchandises tout en n'ayant déboursé qu'un franc.

Il en sera de même pour les acheteurs de ses coupons.

La chose, on le voit, ne manque pas d'intérêt.

L'entrepreneur prétend, avec raison, que personne ne perd son argent. Si une personne ne peut vendre tous ses coupons, l'entrepreneur lui offre autant de fois 6 francs de marchandise qu'elle a trouvé d'acquéreurs ayant consenti ensuite à envoyer 5 francs. Si une personne ne pouvait placer aucun coupon, son bon resté intact lui donnerait droit à 6 francs de marchandise, et si cette dernière clause était respectée, l'entrepreneur serait certainement d'une honnêteté scrupuleuse et parfois bien désavantageuse pour lui. Supposons en effet que les cinq personnes ayant acheté les coupons de A se soient procuré de nouveaux bons dont le placement des coupons leur soit impossible. De guerre lasse, elles finiraient chacune par exiger 6 francs de marchandise et l'entrepreneur, qui aurait reçu $6 + 5.5 = 31$ francs, serait dans l'obligation d'en fournir pour $30 + 5.6 = 60$ francs. Il y a à craindre qu'il ne prévienne des cas semblables en donnant de la marchandise dont le prix de revient est inférieur à ses dires d'une somme plus élevée que celle qui pourrait représenter un bénéfice honnête.

On ne peut reprocher, il nous semble, à l'entrepreneur de ce système de vente de spéculer sur la cupidité humaine pour réaliser des bénéfices énormes ; il n'en peut rien être, car, chez un peuple qui admettrait l'emploi de ces bons, le nombre de coupons que chacun pourrait vendre tendrait asymptotiquement vers un d'une façon rapide. Cela reviendrait pour lui à peu près au même que s'il recevait directement des demandes de 6 francs de marchandise.

En résumé, il y a là une chose curieuse qui ne serait pas déplacée dans un ouvrage de récréations mathématiques.

Le regretté savant que fut Edouard Lucas a, d'ailleurs, à ce sujet, considéré des choses à peu près analogues.

Seulement, quelle idée se faire d'un peuple ou seulement des habitants d'une ville où un pareil système serait en usage. Chacun voulant vendre ses coupons serait porté à perdre un temps qui pourrait être beaucoup mieux employé ; on aurait vite épuisé le cycle de ses connaissances, on s'aborderait entre inconnus, on irait déranger des gens chez eux ; tout cela serait insupportable et nous croyons bien que tous

les mathématiciens qui réfléchiront un peu à la question, approuveront les juges allemands qui ont interdit la chose. L'entrepreneur a tenté de faire observer qu'elle était tolérée dans d'autres pays, en France notamment. Nous croyons bien que si les lois françaises ne s'en sont pas occupées jusqu'ici, c'est parce qu'elle n'a jamais existé dans le pays d'une façon sérieuse, et nous sommes convaincus que s'il devait en être ainsi, les magistrats français ne pourraient que suivre l'exemple de leurs collègues d'Allemagne.

Sur les comptes rendus du Congrès de Paris, de 1900.

3 mai 1902.

Monsieur le Rédacteur,

Ne pourrais-je, par votre entremise, obtenir quelques renseignements sur la date probable d'apparition des *Comptes rendus du Congrès International des Mathématiciens de 1900* ? Un délai de près de deux ans est véritablement inacceptable ; je suis loin d'en rendre responsable M. Duporcq, le secrétaire du Congrès, mais il lui appartient de faire connaître qui est responsable. Il faut surtout connaître les causes qui ont produit ce résultat afin d'en éviter le renouvellement dans les futurs Congrès. Autrement on risquerait de voir disparaître une institution qui peut rendre de grands services et à laquelle a applaudi la grande majorité des mathématiciens. J'espère que désormais le service ne sera plus trop long, car il m'a été affirmé que des tirages à part de mémoires isolés avaient été distribués par leurs auteurs.

Cette lettre n'ayant pour cause aucune pensée de polémique, je vous demande avec instance de ne pas la faire suivre de ma signature et je m'en rapporte à votre discrétion.

Veillez, etc.

UN MEMBRE DU CONGRÈS.
