

# Questions et remarques diverses.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1901)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Questions et remarques diverses.

5. — Des *lignes* trigonométriques. — Les auteurs allemands désignent les rapports sinus, cosinus, etc., sous le nom de *fonctions* de l'angle, et cette désignation même paraît seule acceptable. En effet le sinus d'un angle ou d'un arc est un *nombre* et non une *ligne* droite, ce qui est clair pour tout maître. L'expression de *ligne* peut donner lieu, chez l'élève, à une fausse représentation des fonctions trigonométriques ; elle n'est nullement justifiée par l'emploi de la circonférence de rayon *un* ; le sinus, par exemple, est simplement le nombre qui mesure la perpendiculaire, l'unité de mesure étant le rayon.

Pourquoi ne fait-on pas usage de la dénomination de fonction trigonométrique<sup>1</sup> ?

6. — Dans l'enseignement élémentaire les fonctions trigonométriques doivent être définies d'abord pour l'angle aigu à l'aide du triangle rectangle<sup>2</sup>. De cette manière seule il est possible de rattacher la Trigonométrie d'une façon logique à la Géométrie en ayant recours à la similitude des triangles rectangles ayant un angle aigu égal. Ce n'est que plus tard qu'on fera l'extension aux angles quelconques en faisant usage du cercle de rayon *un* ; c'est à ce moment-là que l'on justifiera les dénominations adoptées pour les six fonctions.

7. — L'*introduction à l'étude des logarithmes* ne doit pas être basée sur la notion de progression, ainsi que cela se voit encore dans les anciens manuels. L'opération logarithmique doit être présentée comme une deuxième inversion de la puissance ; elle doit faire suite à l'étude des puissances et des racines ou, tout au moins, être définie à ce moment-là.

8. — Autrefois nous n'avions pas, au Chili, de dénomination spéciale pour l'égalité (la congruence) des figures en Géométrie. On employait simplement le mot *égalité* (igualdad). J'ignore quelle est la dénomination usitée à ce sujet par les auteurs français. Pourtant j'ai vu récemment, dans le *Programme des conditions d'admission à l'Ecole d'Archi-*

(<sup>1</sup>) Nous avons déjà fait cette remarque à l'occasion d'un compte rendu bibliographique (*L'Ens. math.*, 2<sup>e</sup> année, p. 221). Nous sommes heureux de la voir reprendre et présentée d'une façon plus explicite par M. Tafelmacher.

Certains auteurs parlent même de lignes trigonométriques *naturelles* ! (v. *Tables Dupuis*, à 5 décim.)

Si l'on craint, dans l'exposé des premiers éléments, de faire usage du mot de *fonction*, il est facile de se borner à la dénomination de *rapport* trigonométrique. H. Fehr.

(<sup>2</sup>) Voir à ce sujet la note *Sur l'enseignement des éléments de Trigonometrie*, *L'Ens. math.*, 1<sup>re</sup> année, p. 45-49. — H. F.

lecture, le mot « égalité » employé dans ce sens. L'introduction dans la terminologie espagnole, du mot *congruente* m'a coûté beaucoup d'efforts. (Voir à cet effet mes *Elementos de Matematicas*, t. I, p. 6, note 3.)

9. — En *Trigonométrie sphérique* la résolution des cas où l'on donne les trois angles  $\alpha, \beta, \gamma$  peut être effectuée de la manière suivante : si l'on désigne par  $\sigma$  la demi-somme  $\frac{\alpha + \beta + \gamma}{2}$  et si l'on pose

$$\cot r = \sqrt{\frac{\cos(\sigma - \alpha) \cos(\sigma - \beta) \cos(\sigma - \gamma)}{-\cos \sigma}},$$

les côtés  $a, b, c$ , seront donnés par les expressions

$$\cot \frac{a}{2} = \frac{\cot r}{\cos(\sigma - \alpha)}, \quad \cot \frac{b}{2} = \frac{\cot r}{\cos(\sigma - \beta)}, \quad \cot \frac{c}{2} = \frac{\cot r}{\cos(\sigma - \gamma)},$$

et l'on montre facilement que  $r$  est le rayon sphérique de la circonférence circonscrite.

De cette manière on trouve des formules qui sont analogues à celles que l'on obtient lorsqu'on connaît les trois côtés, à savoir

$$\text{tang } \rho = \sqrt{\frac{\sin(s - a) \sin(s - b) \sin(s - c)}{\sin s}},$$

$$\text{et } \text{tang } \frac{\alpha}{2} = \frac{\text{tang } \rho}{\sin(s - a)}, \text{ etc.,}$$

$s$  étant la demi-somme  $\frac{a + b + c}{2}$ , et  $\rho$  désignant le rayon du cercle inscrit.

On peut obtenir l'expression de  $\cot \frac{a}{2}$  à l'aide de  $\text{tang } \frac{\alpha}{2}$  en ayant recours au triangle polaire. Si l'on représente par  $a'b' \dots \gamma'$  les éléments du triangle polaire, on a

$$\text{tang } \frac{\alpha'}{2} = \frac{1}{\sin(s' - a')} \sqrt{\frac{\sin(s' - a') \sin(s' - b') \sin(s' - c')}{\sin s'}}$$

pour

$$\frac{\alpha'}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}, \quad s' = 270^\circ - \sigma, \quad s' - a' = 90^\circ - (\sigma - \alpha), \quad \text{etc.,}$$

on a

$$\cot \frac{a}{2} = \frac{1}{\cos(\sigma - \alpha)} \sqrt{\frac{\cos(\sigma - \alpha) \cos(\sigma - \beta) \cos(\sigma - \gamma)}{-\cos \sigma}}.$$

Cette dernière méthode est analogue à celle que l'on suit pour déduire le 2<sup>e</sup> théorème des cosinus ( $\cos \alpha = -\cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos \alpha$ ) du premier ( $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$ ). Il me semble qu'elle doit être préférée à celle que l'on rencontre ordinairement dans les manuels. Elle permet d'ailleurs de reconnaître facilement que le radical de  $\cot \frac{a}{2}$  est positif, puisque, dans l'hypothèse qu'aucun des éléments du triangle sphérique n'est supérieur à  $180^\circ$ , on a

$$-\cos \sigma = \sin s' > 0, \quad \cos(\sigma - \alpha) = \sin(s' - \alpha') > 0, \quad \text{etc...}$$

En outre on a

$$\text{tang } \rho' = \cot r \quad \text{et} \quad \cot r' = \text{tang } \rho;$$

ces rayons étant inférieurs à  $90^\circ$ , puisque l'on a

$$\frac{a}{2} < 90^\circ, \quad \frac{\alpha}{2} < 90^\circ, \quad \cos(\sigma - \alpha) = \sin(s' - \alpha') > 0,$$

on peut donc énoncer le théorème :

*Le rayon de la circonférence circonscrite à un triangle sphérique est le complément du rayon de la circonférence inscrite dans son triangle polaire, et réciproquement.*

Aug. TAFELMACHER (Santiago, Chili).

10. — A quelle époque l'Académie des sciences de Paris a-t-elle introduit dans le règlement de ses comptes rendus l'article suivant :

« Un membre de l'Académie ne peut donner aux comptes rendus plus de cinquante pages par année ? »

Est-il vrai que cet article visait Cauchy que l'on trouvait trop productif et qui n'était pas encore apprécié ?

A. RAGOT.