Es ist zu erkennen, daß Bürgi die 5. Stelle nach dem Komma zur Sicherheit noch mitrechnet, wenn auch nicht ganz konsequent, und daß er auf alle Fälle die 4. Stelle nach dem Komma korrekt bekommt; sein Beispiel erweist sich als gut gewählt, weil die Produkte nur 0,015 ‰ voneinander abweichen. Endlich wußte Bürgi höhere Gleichungen mit der Regula falsi zu lösen.

Bei dieser tiefen Einsicht Bürgis wundert es uns nicht, daß er sich an das schwierige von Stifel und Jacob vorgezeichnete Problem wagte, deren Reihen vornahm, verdichtete und damit auf geradlinigem Wege die Logarithmen ins Leben rief.

Die «roten Zahlen»

	0	*500*
0	100 000 000	100 501 227
10	. . . . 10 000	. . . . 11 277
20	. . . . 20 001	. . . . 21 328
30	. . . . 30 003	. . . . 31 380
40	. . . . 40 006	. . . . 41 433
50	. . . . 50 010	. . . . 51 487
60	. . . . 60 015	. . . . 61 543
70	. . . . 70 021	. . . . 71 599
80	. . . . 80 028	. . . . 81 656
90	. . . . 90 036	. . . . 91 714
100	100 100 045	100 601 773
110	. . . . 10 055	. . . . 11 834

Hier *kursiv* gedruckte Zahlen sind im Original *rot*. Die dort recht klein und eng gedruckten schwarzen Ziffern sind hier des Überblickes halber in Gruppen zu je dreien zusammengefaßt.

So sieht der Anfang von Bürgis Logarithmen aus. Der steigenden arithmetischen Folge von der Differenz $d = 10$ ist eine ebenfalls steigende geometrische Folge vom Quotienten $q = 1{,}0001$ zugeordnet. (S. Beilage)

Die Anordnung zeigt zwei neue Kunstgriffe. Um das Bild übersichtlich zu halten hat Bürgi eine große Zahl sich wiederholender Ziffern unterdrückt und durch Punkte ersetzt; dazu hat die Tafel doppelten Eingang. Unser Schema gibt die linke obere Ecke wieder; nach rechts folgen Spalten, die mit *1000, 1500, 2000,* usw. bis *3500* überschrieben sind; nach unten sind es im ganzen 51 Zeilen, deren letzte die (rote) Zahl *500* trägt. Die letzte Zahl der ersten schwarzen Spalte ist gleich der ersten in der zweiten Spalte usw. Den doppelten Eingang haben die späteren Tafeln beibehalten; nur ist es seit *Newton* üblich geworden, die größeren Werte an den Seitenrand zu setzen und etwa die zugehörigen Einer an den obern Rand, wie wir es gewohnt sind.

Zunächst wundert uns die riesenhafte 10^8 als Anfangszahl der geometrischen Folge. Doch wissen wir aus Bürgis eigenen Worten, wenn auch viel später erst, daß sie als *Eins* zu lesen ist. Verblüffend einfach ist die Berechnung der geometrischen Folge. Unter jede, eben berechnete Zahl brauchte der Schreiber nur, verschiebend, ihren zehntausendsten Teil zu setzen, zu addieren, und die Hilfszahl wieder auszulöschen. So bekommt Bürgi mit Leichtigkeit die *Numeri;* er ordnet die Tafel nach den am Rande stehenden *Logarithmen,* die er in Unkenntnis dieses Wortes *rote Zahlen* nennt. Er hat also eigentlich die erste *Antilogarithmentafel* gebaut.

Nimmt man vorweg, daß die erste schwarze Zahl 1 und nicht 10^8 lautet, so kann man mit dem hier wiedergegebenen Stück bereits und so wie gewohnt 1,00 050 01 mit 1,00 060 015 multiplizieren: zu diesen schwarzen Zahlen gehören die roten 50 und 60, deren Summe 110 auf das Produkt 1,00 110 055 weist. Innerhalb seiner Tafel interpoliert Bürgi linear mittels Proportionen.

Nach dem Vorgang *Eulers* faßt man wissenschaftlich die Logarithmen als Potenzen einer festen Grundzahl auf. Wenn $b^y = x$ ist, so bedeutet $y = {}^b\log x$ den Logarithmus von x zur Basis b. Davon ist Bürgi natürlich noch weit entfernt, übrigens ebenso wie der schottische Logarithmenerfinder *John Napier.* Doch bei Bürgis Logarithmen kann man wenigstens eine solche Grundzahl, die Basis, finden. Im Dickicht sehr verworrener Meinungen über dieses *Basisproblem* einen klaren Pfad gebahnt zu haben, dieses Verdienst gebührt meinem Basler Kollegen *Otto Mautz* († 1945): er hat diesen ganzen Fragenkomplex endgültig bereinigt [21]). Bei Bürgi liegt der Fall verhältnismäßig einfach, weil er genau nach Archimedes der Zahl 1 der geometrischen Folge die Zahl 0 der arithmetischen Folge gegenübergestellt hat. In seinen Logarithmen braucht man nur die Zahl durch Interpolieren zu gewinnen, deren rote Zahl (der Logarithmus) gleich eins ist. Sie liegt im Intervall zwischen den roten Zahlen 0 und 10 am Ende des ersten Zehntels, wird also durch die zehnte Wurzel aus der schwarzen Zahl 1,0001 gewonnen. Unter der gemachten Voraussetzung ist die Basis

$$b = 1,0001^{0,1} \approx 1,000\,01\,;$$

Damit gab sich die Forschung nicht ganz zufrieden. Sie urteilte mit Recht, Bürgi habe kaum eine so grobmaschige Folge von roten Zahlen neben eine so dichte Folge von schwarzen setzen wollen, sondern es sei auch bei den roten Zahlen ein Komma einzufügen und zwar so, daß das Intervall ebenfalls ein Zehntausendstel betrage:

rote Zahlen:	*0*	*0,0001*	*0,0002*	*0,0003*	...	*0,0001n*
schwarze Zahlen:	1	$1,0001^1$	$1,0001^2$	$1,0001^3$	usf. ...	$1,0001^n$

Für die Basis wird $0,0001\,n = 1$, damit $n = 10^4$ und die zugehörige schwarze Zahl

$$b = \left(1 + \frac{1}{10^4}\right)^{10^4} \approx 2,718\,145\,9\ldots$$

Das ist aber ein Näherungswert, und zwar ein recht guter, für

$$e = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2,718\,2818\ldots,$$

die Basis der sogenannten natürlichen Logarithmen. Er liegt nur 0,05 ‰ darunter! Damit also Bürgi bewußt oder unbewußt die Erfindung des wissenschaftlich wichtigsten Logarithmensystems gestreift. Durch sein konsequentes Vorgehen ist er auf dem geraden Wege geblieben, der von Archimedes zu Euler führt [22]).

Mit seiner Arbeit an den Logarithmen soll Bürgi sehr früh begonnen haben. Das bezeugen nicht allein Kepler und Benjamin Bramer, wenn auch ohne genaue Daten: früher als Napiers Veröffentlichung, sagen sie. Genaueres steht in einer Schrift des Astronomen *Reimarus Ursus Dithmarsus,* 1588: Bürgi besitze ein Mittel, sich seine Rechnungen außerordentlich zu erleichtern[23]). Das können nach dem Stande unseres Wissens nur die Logarithmen gewesen sein. Das Jahr 1588 fällt in Bürgis beste Zeit!

Doch seine Arbeit rückte langsam voran; er entschuldigt das einmal mit Zeitmangel. Er hatte, ganz abgesehen von seinem Beruf, noch andere Eisen im Feuer. In einer Abhandlung von Bramer, Marburg 1624, findet sich in der Vorrede, S. 8/9, «daß zu seiner Zeit dess Burgi *Cossa* an den Tag gegeben wirdt». Solches kann bedeuten, daß der sonst so bescheidene Bürgi, der seine Werke nur mit den Initialen J. B. zu bezeichnen pflegte, den heimlichen Ehrgeiz mit sich herumtrug, ein umfassendes algebraisches Lehrbuch zu schreiben.

Die Progreß-Tabulen

«Der zaudernde Geheimniskrämer ließ sein neugeborenes Kind im Stich, anstatt es zum allgemeinen Nutzen großzuziehen.» Unmutig schreibt das Kepler: der sonst so feine Stilist verdirbt ein sprachliches Bild: «Im Stiche lassen» paßt nicht zum Geheimniskrämer; dieser, der «secretorum suorum custos», verheimlicht und verbirgt![24])

In der Tat hatte Kepler längst, bevor Napiers Logarithmen 1614 herauskamen, genaue Kenntnis von Bürgis heimlichem Rechenmittel, und er hat ihn lange genug gedrängt, seine Entdeckung zu veröffentlichen. Durch die Übersetzung des *Benjamin Ursinus* wurden Napiers Logarithmen spätestens 1618 in Deutschland bekannt, vielleicht aber vorher schon, weil der Schotte etwas von Reklame verstand. Das mag schließlich Bürgi doch bewogen haben, seine roten Zahlen herauszugeben.

Der Titel (siehe Beilage) würde in neuerem Deutsch heißen: *Tafeln arithmetischer und geometrischer Zahlenfolgen mit einer gründlichen Erläuterung, wie sie zu verstehen sind und gebraucht werden können.* Wie wir sehen werden, enthält dieser Titel ein uneingelöstes Versprechen. Auf die Überschrift folgt anstelle des üblichen Kupferstiches ein sehr hübscher Auszug aus der Tafel in der Form eines Kreisringes. Außen herum laufen, links beginnend, im Uhrzeigersinn die roten Zahlen von 5000 bis 230000 in Intervallen von 5000. Innen begleiten sie die zugehörigen schwarzen Zahlen; die letzte heißt 997 303 557. Auf diese folgt aber noch die runde Zahl 10^9, geheißen die *ganze Schwartze Zahl* mit ihrer zugehörigen ganzen roten Zahl *230 270;* diese ist im Kreisinnern nochmals wiedergegeben in der Form *230 27$\overset{\circ}{0}$022;* das Ringlein bezeichnet die Einer; es ist also zu lesen 230 270,022; d. h. die außen nur rund wiedergegebene Zahl wird durch Anhängen des Dezimalbruches 0,022 vervollständigt.

Dem Prager Drucker ist jedoch ein Mißgeschick zugestoßen: er hat außen bei der ganzen schwarzen Zahl 10^9 eine Null zu wenig gedruckt und zudem hat er die darüber stehende schwarze Zahl verdruckt: anstelle der beiden unterstrichenen Ziffern 40 muß stehen: 84; Dr. O. Mautz hat das mittels der Quadratwurzel aus 110 516 539 bestätigt; abgesehen vom Komma heißt sie wirklich 105 126 847[25]). Im abgebildeten Exemplar hat eine fremde Hand diese Fehler im Innern des Kreisrings verbessert, was leicht zu