

Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **46 (1991)**

Heft 1

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Man zeige:

1. Es gilt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (U_n - U) = 2 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (U - u_n) = \frac{2}{3} \pi^3 r.$$

2. Unter allen Folgen (T_n) mit $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n = U$ hat jene mit

$$T_n = \frac{2}{3} u_n + \frac{1}{3} U_n$$

die grösste Konvergenzordnung, und zwar gilt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^4 (T_n - U) = \frac{1}{10} \pi^5 r.$$

W. Moldenhauer, Erfurt, DDR

Aufgabe 1044.

Die n Karten eines Stapels S_0 seien von oben nach unten von 1 bis n numeriert. Wir bilden zwei neue Stapel L_1 und R_1 , indem wir aus S_0 von oben beginnend abwechselnd eine Karte nach links und $s-1 \geq 1$ Karten nach rechts legen, bis S_0 abgebaut ist. Wir legen R_1 weg und verfahren mit $S_1 = L_1$ wie mit S_0 . Der Abbau wird solange wiederholt, bis $S_t = L_t$ genau eine Karte enthält; ihre Nummer sei $f(n)$.

Für welche Werte von n wird $f(n) = 1$?

J. Binz, Bolligen

Aufgabe 1045. $p \geq 7$ sei eine Primzahl $\equiv 3 \pmod{4}$. Für Elemente x, y des Primkörpers $\mathbb{Z}/(p)$ der Charakteristik p gelte $R(x, y)$ genau dann, wenn $x - y$ quadratischer Rest in $\mathbb{Z}/(p)$ ist, d. h. wenn es $u \in \mathbb{Z}/(p)$ mit $x - y = u^2 \neq 0$ gibt.

Man zeige, dass zu je zwei verschiedenen $x, y \in \mathbb{Z}/(p)$ genau n verschiedene $z_1, \dots, z_n \in \mathbb{Z}/(p)$ mit $R(x, z_i)$ und $R(y, z_i)$ ($i = 1, \dots, n$) existieren.

K. Schütte, München, BRD

Literaturüberschau

B. Huppert: Angewandte Lineare Algebra. VIII und 646 Seiten, DM 198,-. de Gruyter, Berlin, New York 1990. Lineare Algebra wird im ersten Studienjahr unterrichtet, doch erscheint sie, zum Teil in weiterentwickelter Form, in zahlreichen Gebieten der höheren Mathematik. Das vorliegende Buch setzt, nach einer kurzen Zusammenfassung der Grundbegriffe und einer ausführlichen Darstellung der Jordanschen Normalform und ihres Umfeldes in Kapitel I, dort ein, wo eine Anfängervorlesung üblicherweise aufhört. In vier grossen Kapiteln, die weitgehend unabhängig voneinander gelesen werden können, stellt der Autor vier Sachgebiete vor, in denen wesentliche Resultate der linearen Algebra Anwendung finden, und die ihrerseits auch ausserhalb der Mathematik von Bedeutung sind.

Kapitel II handelt von endlichdimensionalen normierten Vektorräumen (speziell Hilberträumen) über dem reellen oder komplexen Zahlkörper. Einige allgemeine Abschnitte führen bis zum Ergodensatz für stochastische Matrizen. Das Hauptstück des Kapitels bildet die Theorie der normalen, hermiteschen und unitären Endomorphismen von Hilberträumen, insbesondere deren Spektraltheorie. Vieles ist so angelegt, dass es sich auf den Fall unendlicher Dimension übertragen lässt. Hier aber wird dem Leser das algebraische Gerüst der Funktionalanalysis vor Augen geführt.

In Kapitel III wird die Theorie der linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten behandelt und auf Schwingungsprobleme angewendet. Zahlreiche physikalische Beispiele werden ausführlich diskutiert.

Das folgende Kapitel stellt die Sätze von Perron und Frobenius für nicht-negative Matrizen vor und bringt vielfältige Anwendungen dieser Sätze in der Wahrscheinlichkeitstheorie, der Spieltheorie und der mathematischen Ökonomie.

Das letzte Kapitel handelt von der Theorie der Sesquilinearformen. Es werden zunächst die „klassischen Vektorräume“ über beliebigen Körpern untersucht (deren Automorphismengruppen die klassischen Gruppen sind), dann spezialisiert sich das Kapitel auf die Geometrie des Minkowski-Raumes und der Lorentz-Gruppe und endet schliesslich mit einer kurzen mathematischen Behandlung der speziellen Relativitätstheorie.

Das Buch besticht durch eine klare Gliederung und eine ebenso klare Darstellung der Gedankengänge. Es verrät die Handschrift des Algebraikers, indem – wenn immer möglich – der algebraische Kern eines Phänomens herausgeschält wird. Die Stoffauswahl ist originell und durchaus persönlich. Der Leser stösst auf manche unerwartete Perle (z. B. die Behandlung des Helmholtz'schen Raumproblems), die der Titel nicht vermuten lässt. Zahlreiche Aufgaben (ohne Lösungen) regen an zu weiterer Beschäftigung mit dem gebotenen Stoff. H. C. Im Hof

B. A. Rosenfeld: *A History of Non-Euclidean Geometry; Evolution of the Concept of a Geometric Space*. Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences, Vol. 12. XI and 471 Seiten, 114 Abbildungen, DM 184,-. Springer, New York, Berlin, Heidelberg 1988.

Die russische Originalausgabe des Buches von Rosenfeld erschien 150 Jahre nachdem Lobačevskii seine neue „nicht-euklidische“ Geometrie vorgestellt hatte. Es wäre aber ein Irrtum, zu glauben, das vorliegende Buch enthalte nur die Geschichte der hyperbolischen Geometrie; sein Thema ist weitaus umfassender.

Die erste nicht-euklidische Geometrie war die sphärische. Sie war bereits im Altertum bekannt und konnte im Rahmen der dreidimensionalen euklidischen verstanden werden. Ihr ist das erste Kapitel gewidmet.

Die Parallelentheorie war 2000 Jahre lang ein Stein des Anstosses, die Beschäftigung mit ihr führte schliesslich zur hyperbolischen Geometrie. Rosenfeld beschreibt (in Kapitel 2) die langen und vergeblichen Bemühungen um das Parallelenpostulat und später (in Kapitel 6) die Entdeckungs- und Rezeptionsgeschichte der hyperbolischen Geometrie im 19. Jh.

Dazwischen liegen je ein Kapitel über die Entstehung des Begriffs der Bewegung und der geometrischen Abbildung, über das Rechnen mit Potenzen und die Idee der mehrdimensionalen Grössen, und über die philosophischen Vorstellungen vom Raum. Stets führt uns der Verfasser, anhand einer bestimmten Frage, durch 2000 Jahre Kulturgeschichte. Die Informationsdichte ist immens, zwangsläufig werden viele Autoren nur kurz erwähnt und durch Zitate belegt (stets mit Quellenangabe).

Die zweite Hälfte des Buches handelt von der Entwicklung mathematischer Raumtheorien im 19. und 20. Jh. Es wird zunächst die Entstehung der n -dimensionalen euklidischen Geometrie vorgestellt, danach werden die grundlegenden Ideen der riemannschen, der differenzierbaren und der topologischen Mannigfaltigkeiten eingeführt. In den letzten beiden Kapiteln zeigt sich die besondere Vorliebe des Verfassers für das Zusammenspiel von Geometrie und Gruppentheorie. Hier wird der Leser von der Entstehung des Gruppenbegriffs über die Theorie der Lie-Gruppen zu verschiedenen Klassen von homogenen Räumen geführt. Schlussendlich dient ein Kapitel über Quaternionen, Oktaven etc. der Darstellung der Arbeiten des Verfassers sowie anderer Autoren zur geometrischen Deutung der exzeptionellen Lie-Gruppen.

Das Buch ist kein Lehrbuch, zu vieles wird nur skizzenhaft behandelt. Seine Stärke liegt darin, dass es dem Leser eine gute Übersicht ermöglicht und ihn zu weiterer Lektüre verführt. Das Literaturverzeichnis enthält 681 Titel, darunter zahlreiche Quellen, die dem westlichen Leser wenig bekannt sein dürften, etwa

- die Arbeiten der russischen Schule über die Geometrie spezieller homogener Räume
- die russischen Übersetzungen und Kommentare zu arabischen mathematischen Texten.

Zu beiden Gebieten hat Rosenfeld wesentliche Beiträge geliefert.

Die Auswahl der Themen ist, besonders was das 20. Jh. betrifft, subjektiv. Das vorliegende Buch ergänzt und muss ergänzt werden durch andere, nicht minder subjektive Geschichten der algebraischen Geometrie, der Differentialgeometrie und der Topologie unseres Jahrhunderts. H. C. Im Hof

Mitteilung der Redaktion

Die Redaktion beklagt den Tod von Prof. Georges de Rham, Mitglied des Patronates unserer Zeitschrift. Er ist am 8. Oktober im Alter von 87 Jahren in Lausanne verstorben.