

# Kleine Mitteilungen

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **34 (1979)**

Heft 4

PDF erstellt am: **25.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

gleichzeitig eine Existenzaussage für die Lösung der diophantischen Gleichung, und dies auch im Falle von Primzahlen  $\equiv 1$  oder  $9 \pmod{20}$  (siehe oben Satz 3). Die Überlegungen sollen an anderer Stelle publiziert werden. Peter Wilker, Bern

#### LITERATURVERZEICHNIS

- 1 L. Carlitz: A characterization of algebraic number fields with class number 2. Proc. Am. Math. Soc. 11, 391–392 (1960).
- 2 P.G.L. Dirichlet und R. Dedekind: Vorlesungen über Zahlentheorie.
- 3 H.M. Edwards: The background of Kummer's proof of Fermat's Last Theorem for regular primes. Arch. Hist. Exact Sci. 14, 219–236 (1974/75).
- 4 G.H. Hardy und E.M. Wright: An introduction to the theory of numbers. Oxford University Press, 1954.
- 5 L.J. Mordell: Diophantine equations. Academic Press, 1969.
- 6 J. Niven und H.S. Zuckerman: An introduction to the theory of numbers. Wiley, 1960.
- 7 P. Ribenboim: Algebraic numbers. Wiley, 1972.
- 8 H.M. Stark: On complex quadratic fields with class number two. Math. Comput. 29, 289–302 (1975).

## Kleine Mitteilungen

### Some equations involving the sum of divisors

Pomerance [2] considered the sets  $S_k(a) = \{n: \sigma(n) = kn + a\}$  ( $a, k \in \mathbf{Z}$ ). He observed that the sets  $S_{\sigma(m)/m}(\sigma(m))$  if  $m | \sigma(m)$  and  $S_2(-1)$  are infinite and wrote: "We know of no other example." Below we give other examples of infinite  $S_k(a)$ .

**Proposition 1.** *If  $m$  is a positive integer not divisible by a prime number  $p$  and such that  $\sigma(m) = (p-1)m$  then  $p^k m \in S_p(-m)$  for natural  $k$ .*

Proof:  $\sigma(p^k m) = \sigma(m)(p^{k+1} - 1)/(p - 1) = (p^{k+1} - 1)m = p \cdot p^k m - m$ .

For instance we have  $3^k \cdot P \in S_3(-P)$ , where  $P$  is a perfect number not divisible by 3, e.g.  $P = 28$  or  $2^{19936}(2^{19937} - 1)$ . Similarly,  $5^k \cdot Q \in S_5(-Q)$ , where  $\sigma(Q) = 4Q$  and  $5 \nmid Q$ , e.g.  $Q = 2^9 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 31$  or  $2^{13} \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 43 \cdot 127$  (R. Descartes).

Eleven numbers of the set  $S_2(2)$  were listed in the paper [1]. We generalize the result stated there (case  $b = 1$ ).

**Proposition 2.** *If  $2^a - 2b - 1$  is a prime number ( $b \in \mathbf{Z}$ ) then  $2^a - 2b - 1 \in S_2(2b)$ .*

Proof:  $\sigma(2^{a-1}(2^a - 2b - 1)) = (2^a - 1)(2^a - 2b) = 2^{2a} - 2^{a+1}b - 2^a + 2b$   
 $= 2 \cdot 2^{a-1}(2^a - 2b - 1) + 2b$ .

Andrzej Makowski, Institute of Mathematics, University of Warsaw

#### REFERENCES

- 1 A. Makowski: Remarques sur les fonctions  $\theta(n)$ ,  $\varphi(n)$  et  $\sigma(n)$ . Mathesis 69, 302–303 (1960).
- 2 C. Pomerance: On the congruences  $\sigma(n) \equiv a \pmod{n}$  and  $n \equiv a \pmod{\varphi(n)}$ . Acta Arith. 26, 265–272 (1975).