

# Aufgaben

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **30 (1975)**

Heft 1

PDF erstellt am: **24.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

exceeds  $m$ . By Bertrand's theorem [2, p. 343]  $m < p < 2m$ . Therefore, if  $m > 3$ ,  $\varphi(p) = 2[(p-1)/2] |m|$ , so that Euler's theorem gives  $(m!)^{m!} \equiv 1 \pmod{p}$ . It is easy to see that this congruence also holds for  $m = 2, 3$ . Since  $p \mid (2m)!$  the proof of the lemma is complete.

*Proof of the theorem.* For  $i = 1, \dots, n$ , the exponent  $e_i$  of the highest power of  $q_i$  which divides  $d!$ , is

$$e_i = \sum_{j=1}^{\infty} \left[ \frac{d}{q_i^j} \right] < \sum_{j=1}^{\infty} \frac{d}{q_i^j} < d$$

[2, p. 342]. Since for  $1 \leq i \leq n-1$

$$\left[ \frac{d}{q_{i+1}} \right] = \frac{d}{q_{i+1}} < \frac{d}{q_i} = \left[ \frac{d}{q_i} \right],$$

$$\left[ \frac{d}{q_{i+1}^j} \right] \leq \left[ \frac{d}{q_i^j} \right] \quad (j = 2, 3, \dots),$$

we have  $d > e_1 > e_2 > \dots > e_n$ . Hence  $t = q_1^{\alpha(1)} q_2^{\alpha(2)} \dots q_n^{\alpha(n)}$ , where  $0 < \alpha(1) < \alpha(2) < \dots < \alpha(n)$ . This completes the proof.

Reijo Ernvall, University of Turku, Finland

#### REFERENCES

- [1] C. V. EYNDEN, *A Proof of Gandhi's Formula for the  $n$ th Prime*, Amer. Math. Monthly 79, 625 (1972).
- [2] G. H. HARDY and E. M. WRIGHT, *An Introduction to the Theory of Numbers*, 4th ed. (Oxford University Press, Oxford 1960).
- [3] W. SIERPIŃSKI, *Sur une Formulae Donnant tous les Nombres Premiers*, C. R. Acad. Sci (Paris) 235, 1078–1079 (1952).

## Aufgaben

**Aufgabe 709.** It is well known (cf. e.g. H. Hadwiger, H. Debrunner, V. Klee, *Combinatorial Geometry in the Plane*, New York 1964, p. 4, Problem 5) that no three distinct points of a square lattice can be the vertices of an equilateral triangle. Show that no four distinct points of an equilateral triangular lattice can be the vertices of a square.

M. S. Klamkin, Dearborn, Michigan, USA

*Erste Lösung:* Wir beweisen allgemeiner den folgenden Satz:

Ein rechtwinkliges Dreieck kann genau dann in ein reguläres Dreiecksgitter eingelagert werden (d.h., die Ecken sind Gitterpunkte), wenn das Verhältnis seiner Katheten die Form  $r\sqrt{3}$  mit einer positiven rationalen Zahl  $r$  hat.

Daraus folgt unmittelbar die Behauptung der Aufgabe 709, aber z.B. auch der Satz: Kein pythagoräisches Dreieck kann in ein reguläres Dreiecksgitter eingelagert werden.

*Beweis:* I.  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  seien zwei Einheitsvektoren, die das Gitter aufspannen,  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1/2$ .  $A$ ,  $B$  und  $C$  seien drei verschiedene Gitterpunkte, die ein bei  $C$  rechtwinkliges Dreieck bilden. Ist dann etwa  $\mathbf{BC} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{CA} = u\mathbf{a} + v\mathbf{b}$  mit ganzen Zahlen  $x, y, u, v$ , so ist  $\mathbf{BC} \cdot \mathbf{CA} = 0$ , folglich  $x(2u+v) + y(u+2v) = 0$ . Es gibt also

eine rationale Zahl  $t$  mit  $x = t(u + 2v)$ ,  $y = -t(2u + v)$ . Damit wird  $BC^2 = x^2 + xy + y^2 = t^2[(u + 2v)^2 - (u + 2v)(2u + v) + (2u + v)^2] = 3t^2(u^2 + uv + v^2) = 3t^2 \cdot CA^2$ , woraus folgt  $\overline{BC}/\overline{CA} = |t|\sqrt{3}$ .

II. Ist umgekehrt  $ABC$  ein bei  $C$  rechtwinkliges Dreieck mit  $\overline{BC}/\overline{CA} = (p/q)\sqrt{3}$  ( $p, q \in \mathbb{N}$ ), so ist  $\overline{BC}/2p = (1/2)(\overline{CA}/q)\sqrt{3}$ . Also ist  $\overline{BC}/2p$  Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit einer Ecke in  $C$  und der Gegenseite parallel zu  $AC$ , bei dem die Seitenlänge  $\overline{CA}/q$  beträgt. Offenbar ist  $ABC$  in das von diesem regulären Dreieck erzeugte Gitter eingelagert. E. Teuffel, Korntal, BRD

*Zweite Lösung:* Identifiziert man die Ebene des regulären Dreiecksgitters mit der komplexen Zahlenebene, so darf für die Menge  $G$  der Gitterpunkte folgende Darstellung vorausgesetzt werden:

$$G = \{z \mid z = m + n\varepsilon; \quad m, n \in \mathbb{Z}; \quad \varepsilon = e^{\pi i/3}\}.$$

Angenommen es gäbe ein von den vier Gitterpunkten

$$z_k = m_k + n_k \varepsilon \quad (k = 0, 1, 2, 3)$$

gebildetes Quadrat. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit darf vorausgesetzt werden, dass  $z_0 = 0$  ist und dass die übrigen Ecken so numeriert sind, dass  $z_3 = iz_1$  ist. Aus  $m_3 + n_3\varepsilon = i(m_1 + n_1\varepsilon)$  folgt, dass  $i$  in dem Zahlkörper  $\mathbb{Q}(\varepsilon)$  liegen müsste, der durch Adjunktion von  $\varepsilon$  zum Körper  $\mathbb{Q}$  der rationalen Zahlen entsteht. Dies trifft bekanntlich nicht zu, so dass die oben gemachte Annahme zum Widerspruch führt. (Wäre nämlich  $i = a + b\varepsilon$  mit  $a, b \in \mathbb{Q}$ , dann müsste  $b \neq 0$  sein wegen  $i \notin \mathbb{Q}$ , ferner wäre  $i = a + b/2 + i\sqrt{3}b/2$ , also  $\sqrt{3} = 2/b$  im Widerspruch zur Irrationalität von  $\sqrt{3}$ ).

*Verallgemeinerung:* Es gilt folgender Satz: Wenn sämtliche Ecken eines  $N$ -Ecks ( $N > 2$ ) Gitterpunkte des regulären Dreiecksgitters sind, so ist  $N = 3$  oder  $N = 6$ .

*Beweis:* Die Ecken des regulären  $N$ -Ecks seien  $z_0, z_1, \dots, z_{N-1}$ , wobei nach Voraussetzung gilt:  $z_k = m_k + n_k\varepsilon$  ( $k = 0, 1, \dots, N-1$ ). Wie oben darf  $z_0 = 0$  und  $z_{N-1} = e^{i\alpha}z_1$  vorausgesetzt werden, wo  $\alpha$  der Innenwinkel des regelmässigen  $N$ -Ecks ist. Wegen  $\alpha = \pi(1 - 2/N)$  ist dann  $m_{N-1} + n_{N-1}\varepsilon = -e^{-2\pi i/N}(m_1 + n_1\varepsilon)$ . Also gehört die primitive Einheitswurzel  $e^{-2\pi i/N}$  dem quadratischen Zahlkörper  $\mathbb{Q}(\varepsilon)$  an. Da der Grad einer primitiven  $N$ -ten Einheitswurzel gleich  $\varphi(N)$  (Eulerfunktion!) ist und  $\varphi(N) > 1$  ist wegen  $N > 2$ , muss  $\varphi(N) = 2$  sein. Dies trifft genau dann zu, wenn  $N \in \{3, 4, 6\}$  ist. Da der Fall  $N = 4$  oben ausgeschlossen wurde, bleiben nur die Fälle  $N = 3$  und  $N = 6$  übrig, die trivialerweise realisierbar sind.

O. Buggisch, Darmstadt, BRD

Weitere Lösungen sandten A. Bager (Hjørring, Dänemark), C. Bindschedler (Küsnacht ZH), J. Binz (Bolligen BE), P. Bundschuh (Köln, BRD), H. Harborth (Braunschweig, BRD), H. Kappus (Rodorsdorf SO), O. P. Lossers (Eindhoven, Niederlande), I. Paasche (München, BRD), J. Schopp (Budapest, Ungarn), K. Stoop (Bern), E. Teuffel (Korntal, BRD; zweite Lösung) und H. Warncke (Pôrto Alegre, Brasilien).

**Aufgabe 710.** Man beweise, dass an der Stelle  $x = 0$  sämtliche Ableitungswerte der Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gemäss  $f(x) = 2x/(1 + e^x)$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) ganzzahlig sind.

R. Weissauer, Ludwigshafen, BRD

*Lösung:* Die Mittag-Lefflersche Partialbruchzerlegung der meromorphen Funktion  $2x/(1+e^x)$  der komplexen Variablen  $x$  ergibt sich zu

$$2x/(1+e^x) = x - 4x^2 \sum_{k=1}^{\infty} (x^2 + \pi^2(2k-1)^2)^{-1};$$

dabei ist  $-x^2(\dots)^{-1} = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j (x/\pi)^{2j} (2k-1)^{-2j}$  in  $|x| < \pi$ . Da die Doppelreihe

$\sum_k \sum_j \dots$  in  $|x| < \pi$  absolut konvergiert, ist dort  $2x/(1+e^x) = x + 4 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j (x/\pi)^{2j}$

$\sum_{k=1}^{\infty} (2k-1)^{-2j} = x + 4 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j (x/\pi)^{2j} \zeta(2j) (1-2^{-2j})$ , wobei  $\zeta(\cdot)$  die Riemannsche Zetafunktion bedeutet. Die Bernoullischen Zahlen  $B_1, B_2, \dots$  sind definiert durch

$$x/(e^x - 1) = 1 - x/2 + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} B_j x^{2j}/(2j)! \quad (|x| < 2\pi),$$

und es ist wohlbekannt, dass  $2^{2j-1} \pi^{2j} B_j = (-1)^{j+1} (2j)! \zeta(2j)$  für  $j = 1, 2, \dots$  gilt; also ist in  $|x| < \pi$

$$f(x) = 2x/(1+e^x) = x - 2 \sum_{j=1}^{\infty} x^{2j} (2^{2j} - 1) B_j / (2j)!,$$

und wir brauchen nur festzustellen, dass  $2(2^{2j} - 1) B_j$  für  $j = 1, 2, \dots$  ganzrational ist: Nach dem vom Staudtschen Satz ist aber

$$(-1)^j B_j = c_j + 1/2 + \sum_{\substack{p > 2 \\ (p-1) | 2j}} 1/p \quad \text{mit ganzrationalen } c_j.$$

Ist  $p$  eine Primzahl  $> 2$ , so ist nach dem kleinen Fermatschen Satz  $2^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ ; also gilt für jede Primzahl  $p > 2$  mit  $(p-1) | 2j$ , dass  $p | (2^{2j} - 1)$ , und somit ist  $2(2^{2j} - 1) B_j$  für jedes  $j \geq 1$  ganzrational. P. Bundschuh, Köln, BRD

Weitere Lösungen sandten G. Bach (Braunschweig, BRD), O. Buggisch (Darmstadt, BRD), H. Harborth (Braunschweig, BRD), H. Kappus (Rodorsdorf SO), O. P. Lossers (Eindhoven, Niederlande), I. Paasche (München, BRD; zwei Lösungen), E. Teuffel (Korntal, BRD; zwei Lösungen), M. Vowe (Therwil BL) und R. Wyss (Flumenthal SO).

*Anmerkung der Redaktion:* Verschiedene Einsender machen darauf aufmerksam, dass die nichtverschwindenden Ableitungswerte bei Null ungerade sind (vgl. etwa L. Saalschütz, Vorlesungen über die Bernoullischen Zahlen, Springer Berlin 1893, p. 117–118).

O. P. Lossers und E. Teuffel führen den Beweis unter Rückgriff auf die Identität  $f(x) - x = -x(e^x - 1)/(e^x + 1)$  induktiv nach der Ableitungsordnung ohne Verwendung der Bernoullischen Zahlen.

**Aufgabe 711.** Aus  $n$  paarweise verschiedenen reellen Zahlen bilde man alle möglichen Summen mit  $k$  verschiedenen Summanden ( $1 \leq k \leq n$ ). Wieviele verschiedene Werte nehmen diese Summen mindestens an?

H. Harborth, Braunschweig, BRD

*Lösung:* Sind  $a_1 < a_2 < \dots < a_n$  die gegebenen  $n$  Zahlen, so ist die kleinste  $k$ -gliedrige Summe  $m = a_1 + \dots + a_k$  und die grösste  $M = a_{n-k+1} + \dots + a_n$ . Der Übergang von der ersteren zur letzteren kann so vollzogen werden, dass zuerst der Index des  $k$ -ten Summanden von  $k$  bis  $n$ , dann der Index des  $(k-1)$ -ten Summanden von  $k-1$  bis  $n-1$  je in Einerschritten wächst usw. Da es  $k(n-k)$  solche Schritte gibt und da die Summe jedesmal zunimmt, treten hierbei  $k(n-k) + 1$  verschiedene Summenwerte auf. Bei anderer Wahl der Einzelschritte können im allgemeinen noch andere Summenwerte auftreten. Bilden aber die  $a_i$  eine arithmetische Folge erster Ordnung, so erschöpfen jene  $k(n-k) + 1$  Summenwerte alle Möglichkeiten zwischen  $m$  und  $M$  (Grenzen inbegriffen).  $k(n-k) + 1$  ist also die gesuchte Minimalzahl.

C. Bindschedler, Küsnacht ZH

Weitere Lösungen sandten R. Acampora (Zürich), O. P. Lossers (Eindhoven, Niederlande), K. Spindelböck (Graz, Österreich), K. Stoop (Bern) und M. Vowe (Therwil BL).

**Aufgabe 712.**  $A(\alpha, 0), B(\beta, 0), C(\gamma, 0), D(\delta, 0)$  désignant les points d'intersection des droites  $a_1, a_2, a_3, a_4$  – formant un quadrilatère complet – avec la droite de Simson du quadrilatère, le rayon  $R_M$  du cercle de Miquel (cercle passant par les centres des cercles circonscrits aux quatre triangles et par le point de Miquel [point commun aux quatre cercles circonscrits]  $M(0, \mu)$ ) est donné par

$$R_M = \frac{R_\alpha R_\beta R_\gamma R_\delta}{4\mu^3} \quad (R_\alpha = MA, R_\beta = MB, \text{ etc.}) .$$

J. Quoniam, St-Etienne, France

*Lösung:* Es seien  $a_i$  die Seiten und  $P_{ij} = a_i a_j$  die Ecken des gegebenen vollständigen Vierseits. Das Dreieck  $a_j a_k a_l (= \text{Dreieck } P_{kl} P_{jl} P_{jk})$  habe den Umkreis  $c_i$  mit dem Mittelpunkt  $C_i$  und dem Radius  $r_i$  ( $i, j, k, l = 1, 2, 3, 4$ ). Die vier Kreise  $c_i$  gehen durch den Miquel-Punkt  $M$ . Der Fusspunkt des von  $M$  auf  $a_i$  gefällten Lotes sei  $A_i$  und seine Länge  $R_i = MA_i$ . Die vier Punkte  $A_i$  liegen auf der Simson-Geraden  $s$ . Der durch  $M$  und die vier Punkte  $C_i$  gehende Miquel-Kreis  $c_M$  habe den Mittelpunkt  $C_M$  und den Radius  $R_M$ . Die Kreise  $c_M$  und  $c_i$  schneiden einander in  $M$  und  $N_i$ .

Da der Kreis  $c_M$  durch die Punkte  $M$  und  $N_4$  des Kreises  $c_4$  und durch dessen Mittelpunkt  $C_4$  geht, sind die Bogen  $MC_4$  und  $C_4 N_4$  von  $c_M$  gleich lang und somit die Peripheriewinkel  $MC_3 C_4$  und  $C_4 C_3 N_4$  von  $c_M$  gleich gross.  $C_3 C_4$  ist also Symmetrale des Winkels  $MC_3 N_4$ . Die Schnittpunkte  $M$  und  $P_{12}$  der Kreise  $c_3$  und  $c_4$  liegen zu  $C_3 C_4$  spiegelbildlich. Daher ist  $C_3 C_4$  auch Symmetrale des Winkels  $MC_3 P_{12}$  und somit liegen  $P_{12}, C_3$  und  $N_4$  auf einer Geraden. Der Winkel  $MN_4 P_{12}$  ist daher zugleich ein zum Bogen  $MC_3$  von  $c_M$  und ein zum Bogen  $MP_{12}$  von  $c_4$  gehöriger Peripheriewinkel, und folglich sind auch die zugehörigen Zentriwinkel  $MC_M C_3$  und  $MC_4 P_{12}$  gleich gross. Analoge Beziehungen gelten für die ebenfalls auf dem Kreis  $c_4$  liegenden Punkte  $P_{23}$  und  $P_{13}$ , und die korrespondierenden Punkte  $C_1$  bzw.  $C_2$  von  $c_M$ . Demnach sind die Sehnenvierecke  $MC_1 C_2 C_3$  und  $MP_{23} P_{13} P_{12}$  gleichsinnig ähnlich. Die Spiegelbilder  $P_{14}, P_{24}, P_{34}$  von  $M$  bezüglich der Seiten des Dreiecks  $C_1 C_2 C_3$  liegen auf  $a_4$ . Daher liegen die Fusspunkte der Lote aus  $M$  auf die Seiten des Dreiecks  $C_1 C_2 C_3$  auf der zu  $a_4$  parallelen Geraden  $s_4$ , die von  $M$  den Abstand  $R_4/2$  hat.  $s_4$  ist die Simson-Gerade des Dreiecks  $C_1 C_2 C_3$  bezüglich des auf seinem Umkreis

liegenden Punktes  $M$ . Da somit in den durch  $MC_1C_2C_3$  und  $MP_{23}P_{13}P_{12}$  festgelegten ähnlichen Feldern die Simson-Geraden  $s_4$  und  $s$  einander entsprechen, so verhalten sich entsprechende Längen wie die Abstände des Punktes  $M$  von  $s_4$  und  $s$ , also wie  $R_4:2\mu$ , oder wie die Umkreisradien  $R_M:r_4$ , woraus  $R_M = r_4 R_4/2\mu$  folgt.

Sind  $M$  und  $M_4$  Gegenpunkte auf  $c_4$ , so sind die Winkel  $MP_{12}A_2$  und  $MM_4P_{23}$  als Peripheriewinkel über dem Bogen  $MP_{23}$  von  $c_4$  gleich gross. Demnach sind die rechtwinkligen Dreiecke  $MP_{12}A_2$  und  $MM_4P_{23}$  ähnlich, und es ist  $r_4 = MP_{12} \cdot MP_{23}/2R_2$ . Die Winkel  $MP_{12}A_2$  und  $MA_1O$  sind als Peripheriewinkel über dem Bogen  $MA_2$  des Kreises mit dem Durchmesser  $MP_{12}$  gleich gross. Somit sind die rechtwinkligen Dreiecke  $MP_{12}A_2$  und  $MA_1O$  ähnlich, und es ist  $MP_{12} = R_1R_2/\mu$  und analog  $MP_{23} = R_2R_3/\mu$ . Aus den obigen Formeln erhält man zunächst  $r_4 = R_1R_2R_3/2\mu^2$  und schliesslich  $R_M = R_1R_2R_3R_4/4\mu^3$ .

K. Grün, Linz (Donau), Österreich

Eine weitere Lösung sandte G. Bercea (München, BRD).

## Neue Aufgaben

Die Lösungen sind getrennt nach den einzelnen Aufgaben in Maschinschrift erbeten bis **10. August 1975**. Dagegen ist die Einsendung von Lösungen zu den mit **Problem ... A, B** bezeichneten Aufgaben an keinen Termin gebunden.

Bei Redaktionsschluss dieses Heftes sind noch ungelöst: Problem 601 A (Band 25, p. 67), Problem 625 B (Band 25, p. 68), Problem 645 A (Band 26, p. 46), Problem 672 A (Band 27, p. 68), Aufgabe 680 (Band 27, p. 116), Problem 724 A (Band 29, p. 99).

**Aufgabe 733.** Let  $n$  be a positive integer  $\geq 2$ . Let  $L$  be a line which intersects the  $(n-1)$ -dimensional hyperplanes containing the  $(n-1)$ -dimensional faces of a given  $n$ -dimensional simplex of vertices  $A_i$  ( $i=1, \dots, n+1$ ) in the uniquely determined points  $B_i$ . Prove that the  $n$ -dimensional volume of the convex hull of the midpoints of  $\overline{A_iB_i}$  is zero. This extends the known results for  $n=2, 3$  for which the midpoints are collinear and coplanar, respectively.

M. S. Klamkin, Dearborn, Michigan, USA

**Aufgabe 734.** In einem ebenen Dreieck mit den Seiten  $a_i$  sei  $R$  der Umkreisradius und  $r$  der Inkreisradius. Man zeige, dass

$$\frac{9R}{r} - \frac{4r}{R} - \frac{2(a_1^3 + a_2^3 + a_3^3)}{a_1 a_2 a_3} \geq 10$$

mit Gleichheit genau für das gleichseitige Dreieck.

E. Braune, Linz, Donau, Österreich

**Aufgabe 735.**  $\mathcal{C}$  bezeichne die Menge der komplexen Zahlen. Es sei  $d \in \mathcal{C}$  beliebig und  $\varphi$  die durch  $\varphi(z) := (d-z)^{-1}$  erklärte Abbildung von  $\mathcal{C} \cup \{\infty\}$  in sich, wobei  $\varphi(\infty) = 0$  und  $\varphi(d) = \infty$  gelte. Man finde notwendige und hinreichende Bedingungen für die Konvergenz der durch

$$b_1 \in \mathcal{C} \cup \{\infty\} \text{ beliebig; } b_{n+1} = \varphi(b_n) \quad (n \geq 1)$$

erklärten Folge von Elementen von  $\mathcal{C} \cup \{\infty\}$  und bestimme im Falle der Existenz  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ .

J. Binz, Bern

**Aufgabe 736.** Man beweise, dass für jedes nichtkonstante Polynom  $f$  mit ganzzahligen Koeffizienten die Reihensumme

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{[f(n), \dots, f(1)]}$$

existiert und irrational ist, wobei bei der Bildung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen  $[f(n), \dots, f(1)]$  eventuelle Werte Null von  $f$  zu ignorieren sind.

P. Erdős, Budapest, Ungarn

## Bericht

### VIII. Österreichischer Mathematikerkongress

Wien, 17.–21. September 1973

Der Einladung zum VIII. Österreichischen Mathematikerkongress folgten diesmal rund 700 Mathematiker aus 28 Ländern; auch ein kleines Schweizerkontingent war vertreten. Der Kongress tagte in den Neubauten der Technischen Hochschule in Wien.

Die feierliche Eröffnung vollzog sich mit echt wienerischem Charme im Auditorium Maximum der Hochschule am Getreidemarkt: Den Damen wurde beim Betreten des Raumes eine Riesennelke überreicht, und zwischen den üblichen Begrüßungsansprachen spielte ein kleines Kammerorchester mit Schubertschen Tänzen auf. Schwerpunkt der Eröffnungsfeier war ein Vortrag des Vorsitzenden der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, Prof. Dr. H. Stetter (TH Wien), über das Thema «Mathematik in der Gesellschaft von heute». In recht humorvollen und gewandten Worten versuchte Stetter eine Gegenüberstellung der Denkweisen in Bereichen der Mathematik und der Soziologie. Bei der Zunft der Soziologen – Stetter bezeichnete sie als die modernen Sittenrichter – zählt die Mathematik mit ihren harten Methoden bekanntlich zum schaurigen Instrumentarium der reaktionären Unterdrückung. Der Mathematikunterricht macht jedem Schüler vor, dass eine Aussage oder ein Ergebnis entweder richtig oder falsch ist. Aber wo käme man in den Augen der Soziologen hin, wenn solche Kriterien zum Maßstab erhoben würden? Beweist nicht jeder Politiker, dass es nur auf den Standpunkt ankommt, ob eine Aussage grandios oder verwerflich ist. Wo käme man hin, wenn man seine Formulierungen so sorgfältig und präzise wählen müsste, dass es nicht möglich wäre, am nächsten Tag zu behaupten, man habe genau das Gegenteil sagen wollen, man sei nur falsch verstanden worden. Prof. Stetter konnte auch noch eine weitere Forderung der Mathematik aufzeigen, die sich im modernen Getriebe recht altmodisch ausnimmt: Die Tatsache, dass eine Aussage auch bewiesen werden muss. Wo bliebe die dialektische Schulung, wo die rhetorische Überzeugungskraft, wenn die Angesprochenen nicht nur eindrucksvolle Worte, sondern stichhaltige Begründungen verlangten? Immer wieder muss man erleben, dass unbewiesene Behauptungen glaubhaft werden, wenn sie nur oft genug wiederholt werden. Der Mathematiker muss sich schliesslich auch noch die Frage gefallen lassen, ob die Gepflogenheiten in seinem Fach nicht in unmittelbarem Widerspruch zum demokratischen Grundprinzip der Gültigkeit von Mehrheitsentscheidungen stehen. Durch keine Abstimmung kann doch  $\pi$  zu einer rationalen Zahl erklärt werden. Das Verdammungsurteil der