

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 29 (1974)
Heft: 2

Artikel: Über ein sechsgliedriges räumliches Getriebe
Autor: Kunze, S.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-29891>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ELEMENTE DER MATHEMATIK

Revue de mathématiques élémentaires – Rivista di matematica elementare

*Zeitschrift zur Pflege der Mathematik
und zur Förderung des mathematisch-physikalischen Unterrichts*

Publiziert mit Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds
zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung

El. Math.

Band 29

Heft 2

Seiten 25–56

10. März 1974

Über ein sechsgliedriges räumliches Getriebe

Eine räumliche kinematische Kette mit sechs Gliedern $\Sigma_1, \dots, \Sigma_6$ sei gegeben; je zwei in zyklischer Reihe aufeinanderfolgende Glieder seien durch Drehgelenke miteinander verbunden; deren Achsen seien mit $a_{12}, a_{23}, \dots, a_{61}$ bezeichnet. Je zwei aufeinanderfolgende Drehachsen a_{i-1i} und a_{ii+1} sollen sich normal kreuzen und deren Gemeinlote l_i ein geschlossenes räumliches Sechseck mit den Eckpunkten $A_{12}, \dots, A_{61}$ bilden. Dessen Seitenlängen seien mit e_i bezeichnet (siehe Abb. 1).

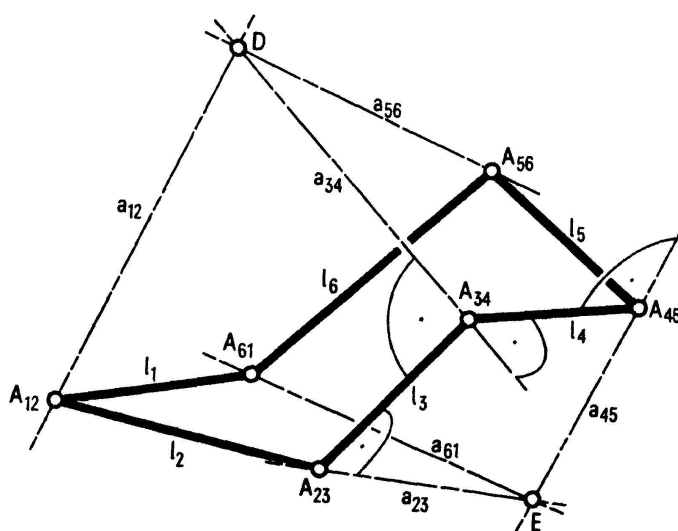


Abbildung 1

Der errechnete Freiheitsgrad einer solchen Sechsgelenkskette ist $F = 0$; R. Bricard [4] hat jedoch gezeigt, dass diese Kette genau dann einen Zwanglauf gestattet, wenn die Bedingung

$$e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 - e_4^2 + e_5^2 - e_6^2 = 0 \quad (1)$$

erfüllt ist. Der Beweis sei kurz angedeutet:

Die Gemeinlote l_2 und l_3 liegen in einer Ebene normal zu a_{23} . Wegen $a_{12} \perp a_{23} \perp a_{34}$ müssen a_{12} und a_{34} ebenfalls dieser Ebene angehören. Nach zyklischer Vertauschung folgt: Die Drehachsen a_{12}, a_{34}, a_{56} sind die Schnittgeraden der Verbindungsebenen $l_2 l_3, l_4 l_5, l_6 l_1$, gehen daher durch einen gemeinsamen Punkt D. Analog schneiden sich

a_{23}, a_{45}, a_{61} in einem Punkt E . Eine mehrmalige Anwendung des pythagoreischen Lehrsatzes auf die von den Seiten des Gemeinlotsechsecks und den Punkten D oder E gebildeten Dreiecke zeigt nach Bricard die Notwendigkeit der Bedingung (1). Auf die Beweglichkeit dieser Kette schliesst Bricard nach Abzählen der Parameter.

Die Beweglichkeit lässt sich aus folgendem Grund vermuten: Nach Bricard [4] besteht genau dann *infinitesimale Beweglichkeit* («Wackeligkeit» nach W. Wunderlich [7]) einer sechsgliedrigen Drehgelenkskette, wenn die sechs Drehachsen einem linearen Strahlkomplex angehören. Diese Bedingung ist im obigen Fall erfüllt, da die Drehachsen in zwei Strahlbündeln enthalten sind.

In der vorliegenden Note soll nun jener *Sonderfall* eingehend behandelt werden, bei welchem alle Seitenlängen e_i gleich sind; es gelte

$$e_i = 1 \quad \text{für} \quad i = 1, \dots, 6. \quad (2)$$

Hier ist zunächst ein *Ausnahmefall* zu beachten: Fallen die Sechseckseiten l_6 und l_1 zusammen, so decken sich die Drehachsen a_{56} und $a_{12} \cdot l_2$ und l_3 müssen mit a_{12} und a_{34} in einer Ebene liegen, ebenso l_5 und l_4 mit a_{56} und a_{34} . Diese Ebenen sind wegen $a_{12} = a_{56}$ identisch; es fallen somit auch l_2 mit l_5 sowie l_3 mit l_4 zusammen. In dieser Lage hat die Kette den *Freiheitsgrad* $F = 2^1$). Dieser Ausnahmefall sei im folgenden ausgeschlossen durch die Voraussetzung

(V) *Es sollen keine zwei benachbarten Seiten des Gemeinlotsechsecks zusammenfallen.*

Damit ist noch ein Zwangslauf möglich und es gilt

Satz 1: *In jeder Bewegungslage schneiden sich die gegenüberliegenden Drehachsen. Ihre Verbindungsebene ist jeweils eine Symmetrieebene der Gelenkskette.*

Beweis: Die gegenüberliegenden Achsen a_{12} mit A_{12} und a_{45} mit A_{45} seien herausgegriffen und vorübergehend festgehalten. Relativ zu a_{12} sind A_{23} und A_{61} auf einem Kreis k_{12} mit der Achse a_{12} und dem Mittelpunkt A_{12} beweglich; a_{23} bzw. a_{61} sind Tangenten dieses Kreises in A_{23} bzw. A_{61} . Relativ zu a_{45} sind A_{23} und A_{61} auf einem Torus Φ_{45} – wegen (2) ein Dorntorus – mit der Achse a_{45} und Mittelpunkt A_{45} beweglich; a_{23} bzw. a_{61} sind Meridiantangenten des Torus Φ_{45} in A_{23} bzw. A_{61} (siehe Abb. 2).

In den Punkten A_{23} und A_{61} – wegen (V) gilt $A_{23} \neq A_{61}$ – muss somit *der Kreis* k_{12} *den Torus* Φ_{45} *berühren*; die gemeinsamen Tangenten a_{23}, a_{61} schneiden sich im Punkt E auf a_{45} . Die Berührungspunkte A_{23} und A_{61} dürfen wegen (V) nicht mit dem singulären Punkt A_{45} des Dorntorus zusammenfallen, liegen daher auf demselben Parallelkreis. Die Symmetrieebene ε zu A_{23} und A_{61} enthält die Torusachse a_{45} , aber auch die Achse a_{12} des Kreises k_{12} . Bei Spiegelung an ε geht das ganze Gemeinlotsechseck in sich über.

Die Symmetrieebene ε enthält die Punkte $D \in a_{12}$ und $E \in a_{45}$. Analog gibt es zwei weitere Symmetrieebenen der Sechsgelenkskette durch die Gerade $s = DE$. *Das Gemeinlotsechseck mit den sechs Drehachsen geht somit auch bei Drehungen durch 120° um die Achse s in sich über.* Als Folge dieser Symmetrieeigenschaften gilt

¹⁾ Es ist dies ein Ausartungsfall der von G. T. Bennet [1] gefundenen *sechsgliedrigen Drehgelenkskette mit Freiheitsgrad* $F = 2$.

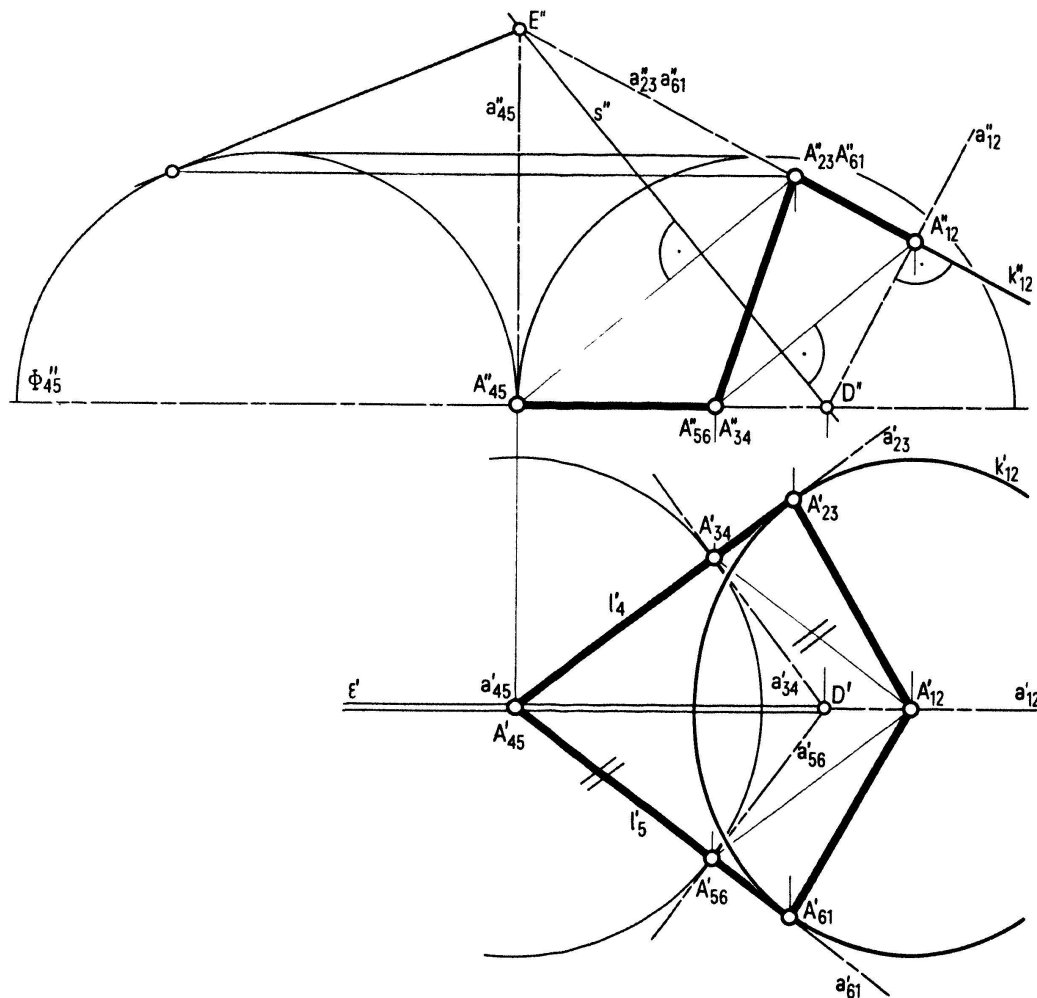


Abbildung 2

Satz 2: In einem Normalriss in Richtung der Drehachse a_{45} sind die Bilder der Punkte A_{34} , A_{45} , A_{56} und A_{12} die Eckpunkte eines Rhombus mit der Seitenlänge 1.

Beweis: a_{23} und a_{56} liegen in einer Symmetrieebene. Bei Spiegelung an dieser Ebene vertauschen sich A_{12} und A_{34} sowie A_{45} und A_{61} ; die Verbindungsgeraden $A_{12}A_{34}$ und $A_{45}A_{61}$ sind daher zueinander parallel. In einem Normalriss in Richtung a_{45} (siehe Grundriss in Abb. 2) liegen die Bilder von A_{45} , A_{56} , A_{61} auf derselben Geraden; die durch A_{45} gehende Symmetrieebene ϵ ist projizierend und die Sechseckseiten l_4 und l_5 erscheinen in wahrer Grösse. Damit entsteht der angegebene Rhombus.

Beim Nachweis der Beweglichkeit der Kette zeigt sich zugleich die überraschende Eigenschaft

Satz 3:²⁾ Je zwei Gegenecken des Gemeinlotsechsecks haben den konstanten Abstand $d = \sqrt{3}$.

Beweis: l_1 mit a_{61} und a_{12} werde festgehalten (siehe Abb. 3). a_{56} hüllt einen Kreis k_{61} ein, a_{23} einen Kreis k_{12} . Diese Kreise liegen in zueinander normalen Ebenen und

²⁾ Dieses Ergebnis dürfte als erster P. SCHATZ aus Basel gefunden haben; es ist nämlich in der von ihm entwickelten «Turbula» Schüttelmaschine der Schweizer Firma W. A. Bachofen berücksichtigt (vgl. [3]). Eine diesbezügliche Veröffentlichung von P. SCHATZ ist den Verfassern jedoch nicht bekannt.

jeder enthält den Mittelpunkt des anderen. Da sich die gegenüberliegenden Achsen a_{23} und a_{56} in einem Punkt S schneiden müssen, ist ihre Verbindungsebene ε eine Ebene der *Verbindungstorse* Ψ der Kreise k_{12} und k_{61} . ε ist nach Satz 1 eine Symmetrieebene der Kette. Wegen der freien Wahl von S auf l_1 gestattet die Kette einen Zwanglauf.

Führt man kartesische Koordinaten ein mit A_{61} als Ursprung, l_1 als x -Achse, a_{61} als z -Achse, und setzt man für S die Koordinaten $(\xi, 0, 0)$ an, so erhält man für

$$A_{56}: \left(\frac{1}{\xi}, \pm \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi}, 0 \right), \quad \text{für} \quad A_{23}: \left(\frac{\xi}{\xi - 1}, 0, \pm \frac{\sqrt{\xi(\xi - 2)}}{\xi - 1} \right).$$

Reelle Koordinaten sind dabei nur bei

$$\xi \leq -1 \quad \text{oder} \quad \xi \geq 2 \quad (3)$$

möglich. Für den Abstand $d = \overline{A_{56} A_{23}}$ errechnet man daraus den *konstanten* Wert $d = \sqrt{3}$.

Jede Symmetrieebene ε des Gemeinlotsechsecks enthält ein Paar gegenüberliegender Ecken, also einen Durchmesser. Da ε auch D und E enthält, *schneiden sich alle drei Durchmesser ständig in einem Punkt M der dreizähligen Symmetrieachse s* (siehe Abb. 4).

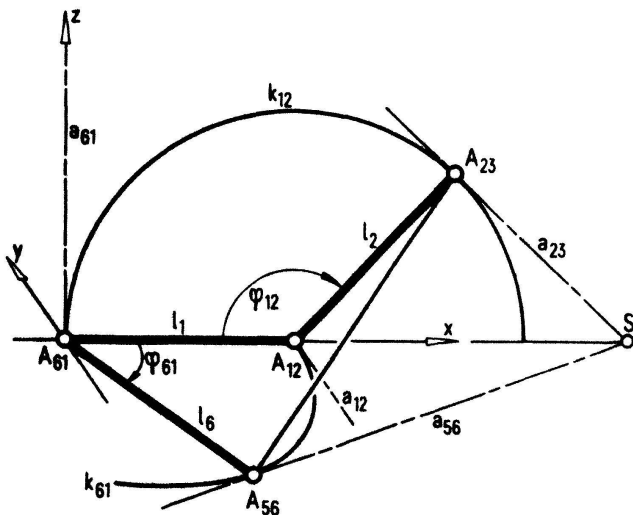


Abbildung 3

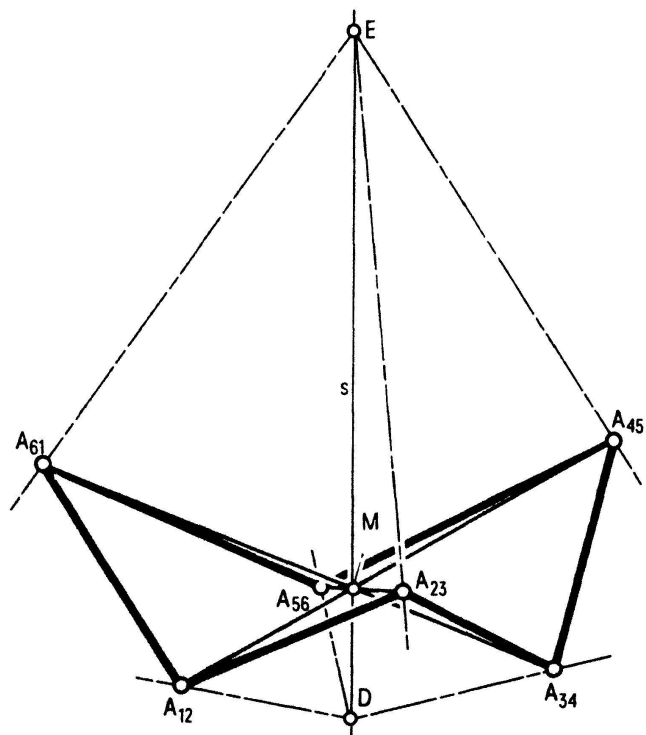


Abbildung 4

Bezeichnet man die *Innenwinkel* des Gemeinlotsechsecks mit φ_{ii+1} , so folgt aus Abb. 3

$$\cos \varphi_{12} = \frac{1}{1 - \xi}, \quad \cos \varphi_{61} = \frac{1}{\xi}. \quad (4)$$

Aus der Drehsymmetrie folgt

$$\varphi_{12} = \varphi_{34} = \varphi_{56}, \quad \varphi_{23} = \varphi_{45} = \varphi_{61}. \quad (5)$$

Im Grenzfall $\xi = \infty$ sind alle Innenwinkel rechte Winkel; die sechs Gemeinlote gehören einem *Würfel* an³⁾; die drei Durchmesser sind die drei Raumdiagonalen (siehe Abb. 5b). Bei $\varphi_{12} = \varphi_{34} = \varphi_{56} = 180^\circ$ gilt $\varphi_{23} = \varphi_{45} = \varphi_{61} = 60^\circ$. Die Seiten des Sechsecks fallen paarweise in dieselben Geraden und bilden insgesamt ein *gleichseitiges Dreieck*; die Sechseckdurchmesser sind die Symmetralen des Dreiecks. Wegen (3) werden die Innenwinkel im Reellen niemals kleiner als 60° ; daher ist keine Verzweigungslage mit dem in (V) ausgeschlossenen zweiparametrischen Bewegungsvorgang möglich.

Der periodische Bewegungsablauf zeigt sich am besten am Modell, etwa einem Kartonmodell: Die sechs Glieder werden durch Tetraeder ausgeführt, welchen die je zwei Drehachsen und das Gemeinlot als Kanten angehören (vgl. [5], Fig. 1 H). Ist e die Länge der Sechseckseiten, so ist die Länge der Kanten längs der Drehachsen kleiner als $e/\sqrt{3}$ zu wählen, damit das Modell durchstülper bleibt.

Zum Abschluss sollen zwei spezielle räumliche Zwangsläufe untersucht werden, die als *Relativbewegungen* bei dieser Kette auftreten:

1. Die Relativbewegung Σ_4/Σ_1 : Nach Satz 1 entstehen die Lagen von Σ_4 durch Spiegelung von Σ_1 an den Ebenen ε der Verbindungstorse Ψ der Kreise k_{12} und k_{61} (siehe Abb. 3). Zwei verschiedene Lagen von Σ_4 gehen stets durch zwei Spiegelungen an Ebenen von Ψ , also durch eine Drehung um die Schnittgerade dieser Ebenen oder durch eine Translation ineinander über. Ein Grenzübergang zeigt: Die Bewegung Σ_4/Σ_1 ist in jedem Augenblick eine *Drehung* um eine Erzeugende von Ψ . Ψ ist somit die Rastachsenfläche; die Gangachsenfläche entsteht durch Spiegelung von Ψ .

Satz 4: Der räumliche Zwangslauf Σ_4/Σ_1 ist eine symmetrische Rollung mit der Torse Ψ als Rastachsenfläche.

In Abb. 5a ist eine Lage der Gelenkskette in Grund- und Aufriss dargestellt. a_{61} ist im Grundriss projizierend, a_{12} im Aufriss. Wird Σ_1 festgehalten, so ist A_{45} einerseits auf einem Torus Φ_{61} mit der Achse a_{61} , andererseits nach Satz 3 auf einer Kugel mit dem Mittelpunkt A_{12} und dem Radius $\sqrt{3}$ beweglich, also auf einer *Kurve c_{45} vierter Ordnung, erster Art*⁴⁾. Nach Satz 2 bilden die Aufrisse der Punkte A_{61} , A_{12} , A_{23} , A_{45} einen Rhombus mit der Seitenlänge 1; c_{45}'' ist daher ein *Kreis* mit Mittelpunkt A_{61}'' und Radius 1. In dem in Abb. 3 eingeführten Koordinatensystem erfüllt c_{45} die Gleichungen

$$x^2 + z^2 = 1, \quad (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 3.$$

Elimination von z ergibt für den Grundriss die Gleichung

$$y^2 = 2x + 1.$$

c_{45}' ist eine *Parabel* mit A_{61}' als Brennpunkt. Analog beschreibt A_{34} bei der Bewegung Σ_4/Σ_1 eine Kurve c_{34} , die im Grundriss als Kreis und im Aufriss als Parabel erscheint. (In Abb. 5a wurden nur der halbe Grundriss und der halbe Aufriss dargestellt. Abb. 5b zeigt ein axonometrisches Bild). Die *Bahnen allgemeiner Punkte* aus Σ_4

³⁾ Diese speziellen Lagen dürften P. SCHATZ zu seinen «Umstülpungen des Würfelgürtels» angeregt haben (vgl. *El. Math.* 26 (1971), Seite 84, Fussnote 2).

⁴⁾ Vgl. K. STRUBECKER, *Über die Kugelschnitte des Torus*, Österreich. Akad. Wiss., math.-naturw. Kl., S.-ber., Abt. II, 180, 137–175 (1972).

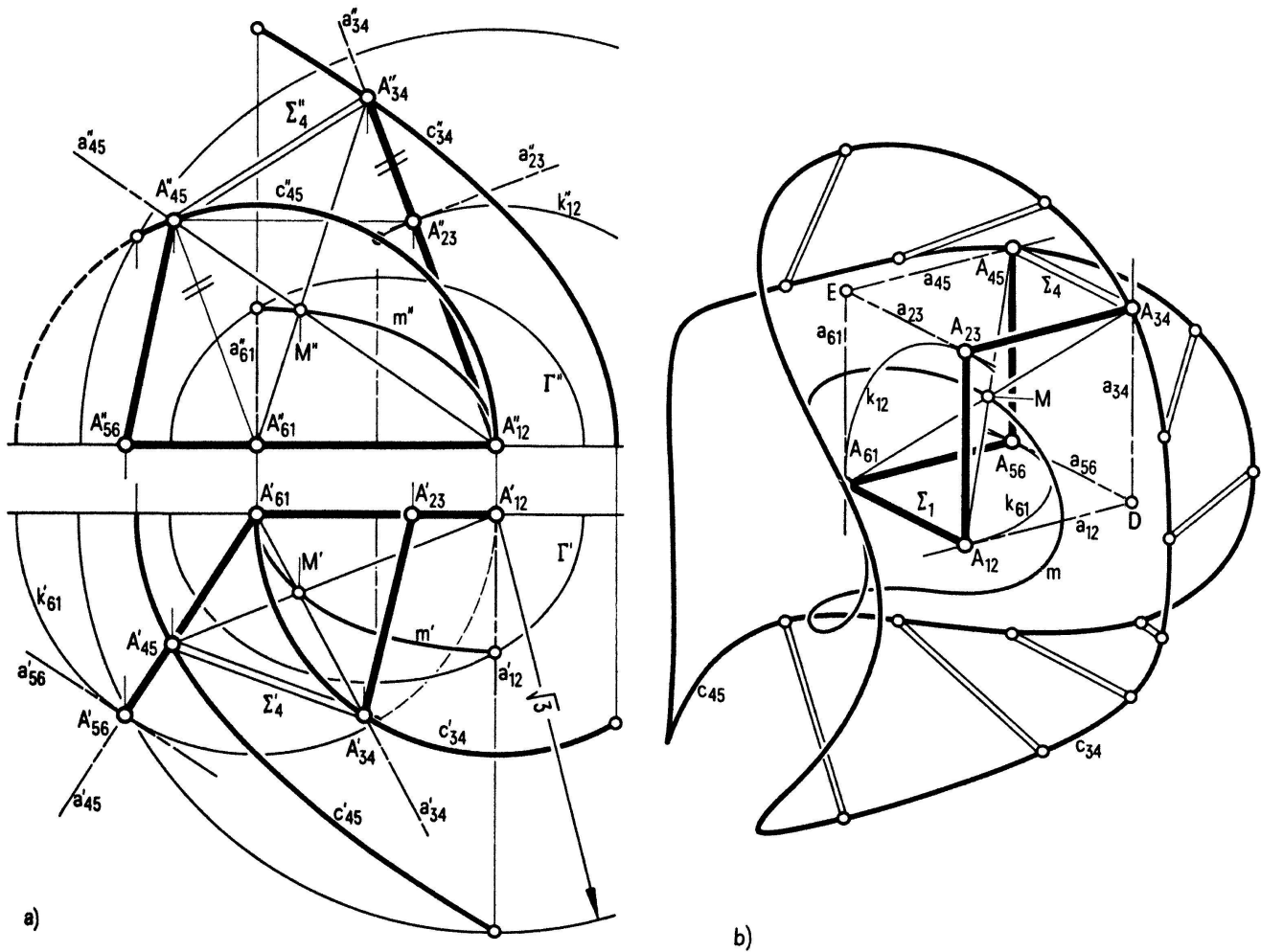


Abbildung 5

entstehen durch Spiegelung eines in Σ_1 festen Punktes an den Ebenen der Torse Ψ vierter Klasse, sind daher *Raumkurven achter Ordnung*⁵⁾).

Während der Bewegung Σ_4/Σ_1 ändert auch der Schnittpunkt M der Sechseckdurchmesser, der natürlich nicht dem System Σ_4 angehört, seine Lage gegenüber Σ_1 . Seine Ortslinie m muss auf einem *Drehellipsoid* Γ mit den Brennpunkten A_{61} und A_{12} und der Hauptachsenlänge $\sqrt{3}/2$ liegen, denn aus der Drehsymmetrie des Sechsecks folgt

$$\overline{A_{61}M} + \overline{A_{12}M} = \overline{A_{61}M} + \overline{A_{34}M} = \overline{A_{61}A_{34}} = \sqrt{3}.$$

Andererseits liegt M auf dem Durchmesser $A_{23}A_{56}$, also auf der Torse Ψ . Bei Spiegelung an der Tangentialebene ε der Torse in M vertauschen sich die Leitstrahlen $A_{61}M$ und $A_{12}M$. ε halbiert den Aussenwinkel der Leitstrahlen, berührt daher das Ellipsoid Γ in M . Die Bahnkurve m von M ist als *Berührkurve der Torse Ψ vierter Klasse mit Γ die Polarkurve zu Ψ bzgl. Γ , also von vierter Ordnung*⁶⁾. Ihre Bilder m' , m'' in Abb. 5a sind doppelt überdeckt, daher Kegelschnitte. Sie sind nach den Gesetzen der Polarität als Polarkurven zu den Spurkreisen k_{61} bzw. k_{12} der Torse Ψ bzgl. der scheinbaren

⁵⁾ Die Bahnkurven sind zentrisch ähnlich zu den bei Torsen in Kurven ausgearteten Fusspunktflächen. Diese Kurven entsprechen der Torse in der quadratischen Fusspunkttransformation.

⁶⁾ Diejenigen Flächen zweiter Klasse, die die Torse Ψ berühren, bilden bekanntlich eine Linear-schar. Dieser Schar gehören das Drehellipsoid Γ sowie die singulären «Flächen» k_{61} und k_{12} an.

Umrissse von Γ konstruierbar. m' ist eine *Ellipse* mit A'_{12} als Mittelpunkt und A'_{61} als Hauptscheitel; nur die linke Hälfte tritt als Bild reeller Raumpunkte M auf. m'' ist dazu kongruent.

2. Die «Turbula»-Bewegung: Bei der in Fussnote 2 genannten «Turbula» Schüttelmaschine wird eine Symmetrieebene, etwa die Verbindungsebene ε der Achsen a_{12} und a_{45} festgehalten. Nach Satz 3 können zusätzlich noch in ε die Punkte A_{12} und A_{45} befestigt werden. Nun werden nur Σ_2 , Σ_3 , Σ_4 materiell ausgeführt; der symmetrische Teil wird weggelassen. In Σ_3 liegt der Behälter mit dem zu vermischenen Material. Der Antrieb erfolgt durch Drehung von a_{12} um A_{12} in ε .

In Abb. 6 ist eine Lage von Σ_3 bei der Bewegung Σ_3/ε dargestellt; ε und damit auch die Achsen a_{12} und a_{45} liegen parallel zur Grundrissebene: Nach Satz 2 bilden die Punkte A_{61} , A_{12} , A_{23} gemeinsam mit der Projektion N_{45} von A_{45} in Richtung von a_{12} in die Verbindungsebene der drei genannten Punkte einen Rhombus. Diese Ver-

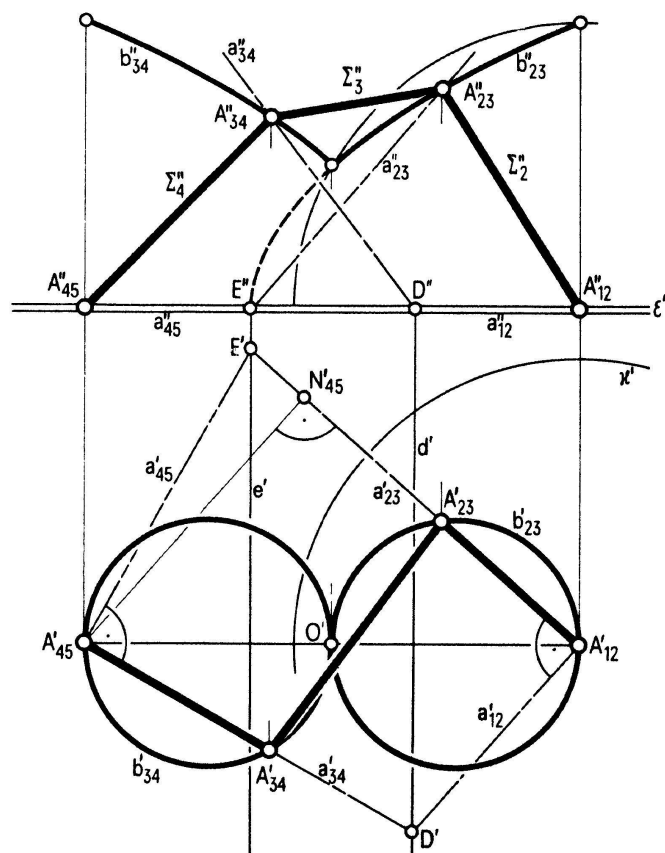


Abbildung 6

bindungsebene ist im Grundriss von Abb. 6 projizierend und A_{23} und A_{61} haben denselben Bildpunkt. Damit ist A'_{23} der Mittelpunkt der Strecke $N'_{45} A'_{12}$. Ist O der Mittelpunkt der ortsfesten Strecke $A_{12} A_{45}$, so bilden O' , A'_{23} , A'_{12} ein rechtwinkeliges Dreieck. Die Bahn b_{23} des Punktes A_{23} erscheint im Grundriss als *Kreis* mit $O' A'_{12}$ als Durchmesser. Andererseits liegt A_{23} auf der Einheitskugel κ mit dem Mittelpunkt A_{12} . Die Bahnkurve b_{23} ist somit eine *Kurve vierter Ordnung, erster Art*. Eine einfache Rechnung ergibt für den Aufriss eine *Parabel* mit dem Parameter $\sqrt{3}/4$; deren Scheitel teilt die Strecke $A'_{12} A'_{45}$ innen im Verhältnis 2:1. b_{23} besteht aus zwei bzgl. ε symmetrischen Kurvenzügen, von welchen nur einer durchlaufen wird. Analog erhält man eine zu b_{23} symmetrisch liegende Bahnkurve b_{34} des Punktes A_{34} .

Der zur Lage von A_{23} gehörige Schnittpunkt E der Drehachsen ist der Spurpunkt der Drehachse a_{23} in ε . a_{23} berührt in A_{23} die Kugel κ mit dem Mittelpunkt A_{12} . Im Grundriss liegen E' , A'_{12} und A'_{23} auf einer Geraden. E' entspricht daher dem Punkt A'_{23} in einer *Inversion* an dem in ε liegenden Grosskreis von κ . Die Bahn e von E ist invers zu b'_{23} , daher eine *Gerade normal zum ortsfesten Durchmesser* $A_{12} A_{45}$. Analog durchläuft D eine zu e parallele Gerade d in ε . Rechnung zeigt, dass d und e die Strecke $A_{12} A_{45}$ dritteln. Damit sind nun die Lagen von Σ_3 in Grund- und Aufriss konstruierbar. Auch die in [3] abgeleiteten Formeln für die Abhängigkeit der Drehwinkel vom Antriebswinkel (= Winkel zwischen $A_{12} A_{45}$ und a_{12} in ε) lassen sich nun mit Hilfe von (4) und (5) sehr einfach bestätigen.

Die *Momentanachse* der Bewegung Σ_3/ε sei mit 03 bezeichnet. Das zu Σ_3 bzgl. ε symmetrisch liegende System Σ_6 hat eine zu 03 symmetrisch liegende Momentanachse 06 . Die Achse 36 der Relativbewegung Σ_3/Σ_6 ist analog zu Satz 4 der Sechseckdurchmesser $A_{12} A_{45}$. Die drei Achsen 03 , 06 , 36 müssen bekanntlich (siehe etwa [2]) ein *gemeinsames Gemeinlot* haben. Das Gemeinlot der bzgl. ε symmetrisch liegenden Achsen 03 und 06 liegt in ε . Damit es 36 normal schneidet, muss 03 ständig parallel sein zur ortsfesten Normalebene zu ε durch $36 = A_{12} A_{45}$. Die *Rastachsenfläche* ist somit *konoidal*.

Die Bewegungen Σ_3/ε und Σ_6/ε sind in jedem Augenblick bzgl. ε symmetrisch. Damit haben die Punkte von ε , falls man sie einmal als Punkte von Σ_3 , einmal als Punkte von Σ_6 auffasst, bzgl. ε symmetrische Geschwindigkeitsvektoren. Es gibt nun bekanntlich (siehe etwa [6], 164) eine *Bahntangente* t in ε als Ort jener Punkte, deren Bahntangenten in ε liegen. Für die Punkte von t sind die Geschwindigkeitsvektoren bei den Bewegungen Σ_3/ε und Σ_6/ε identisch; die Punkte von t bleiben daher bei der Relativbewegung Σ_3/Σ_6 augenblicklich in Ruhe. *Damit muss t mit der Momentandrehachse 36 zusammenfallen*; 36 ist also stets Bahntangente der Bewegungen Σ_3/ε und Σ_6/ε . Zu demselben Ergebnis kommt man, wenn man die Formeln über die gegenseitige Lage der Achsen 03 , 06 , 36 heranzieht (siehe [2], 132). Zusammengefasst gilt

Satz 5: *Die Rastachsenfläche der Bewegung Σ_3/ε ist eine konoidale Regelfläche. Der ortsfeste Durchmesser $A_{12} A_{45}$ ist stets eine Bahntangente.*

Da ausserdem noch die Bahntangenten der Punkte A_{23} und A_{34} bei der Bewegung Σ_3/ε vorliegen, lässt sich die Momentanachse 03 mit Hilfe der Eigenschaften des *Normalengewindes* konstruieren. Eine zweite Konstruktionsmöglichkeit ergibt sich aus den bekannten Relativdrehungen Σ_3/Σ_2 und Σ_3/Σ_4 und der mit Hilfe der Bahntangenten konstruierbaren Achsen der Relativdrehungen Σ_2/ε und Σ_4/ε .

S. Kunze, TH Graz und H. Stachel, TH Graz

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] G. T. BENNET, *The Skew Isogram Mechanism*, Proc. London Math. Soc. 13, 151–173 (1913/14).
- [2] R. BEYER, *Technische Raumkinematik* (Springer, Berlin 1963).
- [3] V. BRÁT, *A Six-Link Spatial Mechanism*, Jnl. Mechanisms 4, 325–336 (1969).
- [4] R. BRICARD, *Leçon de Cinématique, II* (Gauthier-Villars, Paris 1927).
- [5] M. GOLDBERG, *New Five-Bar and Six-Bar Linkages in Three Dimensions*, Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. 65, 649–661 (1943).
- [6] H. R. MÜLLER, *Kinematik* (Sammlung Götschen Bd. 584/584a, Berlin 1963).
- [7] W. WUNDERLICH, *Starre, kippende, wackelige und bewegliche Gelenkvierecke im Raum*, El. Math. 26, 73–83 (1971).