Literaturüberschau

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **28 (1973)**

Heft 5

PDF erstellt am: **24.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Aufgabe 702. Man beweise, dass für die Seitenlängen a, b, c, die Seitenhalbierenden m_a, m_b, m_c und den Inkreisradius r eines Dreiecks gilt:

$$\frac{m_b^2 m_c^2}{bc} + \frac{m_c^2 m_a^2}{ca} + \frac{m_a^2 m_b^2}{ab} \geq \frac{81}{4} r^2 ,$$

mit Gleichheit genau für $a = b = c$ A. Bager, Hjørring, Dänemark

Aufgabe 703. Für alle ganzen Zahlen k, n mit $k > 0$, $n \geq 0$ zeige man

$$\sum_{i_1=0}^{n} \frac{1}{i_1!} \sum_{i_2=0}^{n-i_1} \frac{1}{i_2!} \cdots \sum_{i_k=0}^{n-i_1-\ldots-i_{k-1}} \frac{1}{i_k!} = \sum_{i=0}^{n} \frac{k^i}{i!} .$$

J. Fehér, Pécs, Ungarn

Aufgabe 704. $\nu(k)$ sei die Anzahl der verschiedenen Primfaktoren der natürlichen Zahl k. Man zeige, dass für jedes $\eta > 0$ die Reihe

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(\log k)^{\nu(k)}}{k^{1+\eta}}$$

konvergent ist. P. Erdös, Budapest

Literaturüberschau

On Invariants and the Theory of Numbers. Von L. E. Dickson. 110 Seiten. $1.50. Dover, New York 1966.

This is an unaltered reproduction of the 1914 edition (published as Part I of the Madison Colloquium by the American Mathematical Society). The lectures, five in all, deal with the following topics: A theory of invariants applicable to algebraic and modular forms (Lecture I), Seminvariants of algebraic and modular binary forms (Lecture II), Invariants of a modular group; formal invariants and covariants of modular forms (Lecture III), Modular geometry and covariantive theory of a quadratic form in m variables modulo 2 (Lecture IV), A theory of plane cubic curves with a real inflexion point valid in ordinary and in modular geometry (Lecture V).

J. Steinig

Spektraldarstellung linearer Transformationen des Hilbertschen Raumes. Von Béla Sz.-Nagy. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 39 (Berichtigter Nachdruck der 1. Auflage, die 1942 in der Alten Folge derselben Reihe als Band V, Heft 5 erschien). VI und 81 Seiten. DM 18,–. Springer-Verlag Berlin–Heidelberg–New York 1967.

Inhalt: Einleitung. I. Grundbegriffe. II. Beschränkte selbstadjungierte und normale Transformationen. III. Integrale beschränkter Funktionen in bezug auf eine Spektralschar. IV. Kanonische Spektraldarstellung beschränkter selbstadjungierter und normaler Transformationen. V. Verallgemeinerung des Begriffs einer Transformation. Nichtbeschränkte selbstadjungierte und normale Transformationen. VI. Symmetrische Transformationen. VII. Integrale allgemeiner Funktionen in bezug auf eine Spektralschar. VIII. Kanonische Spektraldarstellung allgemeiner selbstadjungierter und normaler Transformationen. IX. Über das Spektrum einer Transformation. X. Funktionen selbstadjungierter oder normaler Transformationen. XI. Spektraldarstellung von Gruppen und Halbgruppen linearer Transformationen. Zeichenregister. Literaturverzeichnis. Nachtrag.

Dieses Werk darf wohl noch heute als dasjenige angesehen werden, das auf dem kürzestmöglichen Weg zu den Hauptsätzen der Spektraltheorie linearer Operatoren führt. Auf den ersten paar Seiten wird in knapper Form das Grundlagenmaterial zusammengestellt, und die Theorie der Operatorintegrale kann bereits auf Seite 18 einsetzen. Das obige Inhaltsverzeichnis vermag einen Eindruck über die behandelten Aspekte zu vermitteln. Der leicht lesbare zuweilen telegraphische Stil entspricht den in den Dreissiger Jahren zum Durchbruch gekommenen Bestrebungen von J. v. Neumann, F. Riesz und dem Verfasser um eine abstrakte und elegante Darstellung.

J. RÄTZ

Finite Geometries. Von PETER DEMBOWSKI. X + 375 Seiten mit 9 Figuren. DM 68,–. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 44. Springer-Verlag Berlin–Heidelberg–New York 1968.

Zur modernen Kombinatorik gehört auch die Untersuchung endlicher Inzidenz-Strukturen. Endliche Geometrien sind Inzidenz-Strukturen, in denen gewisse aus der anschaulichen Geometrie bekannte Zusammenhänge wieder zu finden sind. Sind etwa P und G disjunkte endliche Mengen und I eine Inzidenzrelation zwischen Elementen von P und Elementen von G, dann heisst die Inzidenz-Struktur $[P, G; \mathrm{I}]$ eine endliche affine Ebene, wenn folgende Postulate erfüllt sind: 1) Sind P_1, P_2 verschiedene Elemente aus P (Punkte), dann gibt es genau ein Element g aus G (Gerade), so dass $P_1 \mathrm{I} g$ und $P_2 \mathrm{I} g$ ist. 2) Sind P und g nicht inzident, dann gibt es genau eine Gerade $p \in G$, die mit P inzident ist und mit g keinen Punkt gemeinsam hat. 3) Es gibt 3 Punkte P_1, P_2, P_3, die nicht mit derselben Geraden $g \in G$ inzident sind.

In endlichen affinen Ebenen können stets die bekannten Schliessungsfiguren von Desargues nachgewiesen werden, allerdings nicht immer durchgehend. Die Analogie zwischen solchen kombinatorischen Systemen und der anschaulichen Geometrie geht also recht tief.

Endliche Geometrien wurden erstmals um die Jahrhundertwende festgestellt. Später zeigte sich, dass gewisse kombinatorische Fragestellungen von Euler, Kirkman und Steiner damit in Verbindung gebracht werden können. Um 1940 haben die Statistiker neue Impulse beigesteuert (lateinische Quadrate) und der Blockplan wurde als kombinatorischer Oberbegriff erfunden. Seither hat eine geradezu stürmische Entwicklung in der Erforschung endlicher Geometrie eingesetzt. Zahlreiche Ergebnisse haben bereits Eingang gefunden in die Literatur zur Combinatorial Mathematics, aber es fehlte immer noch eine zusammenfassende Darstellung und vor allem eine übersichtliche Bibliographie. P. Dembowski hat nun mit dem vorliegenden Ergebnis-Band diese Lücke geschlossen und damit die künftige wissenschaftliche Arbeit im Bereiche der endlichen Geometrien wesentlich erleichtert.

Die Konzeption dieses Berichtes entspricht der bisherigen Tradition bei der Ergebnis-Serie des Springer-Verlages: Die Fakten sind stichwortartig festgehalten; Beweise fehlen, aber dafür sind die Quellenhinweise mit aller Sorgfalt zusammengetragen. Man spürt aus dem Buch heraus, dass der Autor mit den meisten Forschern unserer Zeit in persönlichem Kontakt stand und auf diese Weise aus dem Vollen schöpfen konnte.

Wie rasch die Entwicklung auf dem Gebiet der endlichen Geometrien vorwärts geht, wird dem Benützer dieses Nachschlagewerkes beim Studium des Literaturverzeichnisses klar, das gegen 1500 Titel umfasst; die Mehrzahl der Arbeiten datiert aus der Zeit nach 1950. Dembowski hat mit seiner Riesenarbeit der aktuellen Forschung eine feste Ausgangsbasis verschafft. Leider ist der Autor im Frühjahr 1971 der Wissenschaft durch eine unheilbare Krankheit entrissen worden.

M. JEGER

Miniquaternion Geometry. An Introduction to the Study of Projective Plans. Von T. G. ROOM and P. B. KIRKPATRICK. 176 Seiten mit 18 Figuren. £4.00. Cambridge Tract in Mathematics and Mathematical Physics, No. 60. Cambridge Universitiy Press 1971.

Hier legen zwei australische Mathematiker eine originelle Einführung in die Theorie der projektiven Koordinatenebenen vor. Der Kern des Buches besteht nämlich in einer ausführlichen Diskussion der vier bis heute bekannten nicht-isomorphen projektiven Ebenen der Ordnung 9. Die Koordinatenebene über dem Galoisfeld GF(9) ist die bekannteste unter ihnen. Sie repräsentiert die sogenannten desargues'schen Ebenen. Die übrigen projektiven Ebenen der Ordnung 9 sind bezüglich Schliessungsfiguren weniger reichhaltig. Man weiss schon seit einiger Zeit, dass zwei Ebenen der Ordnung 9 auf einen Fast-Körper mit 9 Elementen zurückgeführt werden können.

1964 konnte T. G. Ostrom zeigen, dass auch die letzte der bekannten Ebenen von der Ordnung 9 mit demselben Fast-Körper beschrieben werden kann. Die multiplikative Gruppe in diesem Fast-Körper ist isomorph zur Quaternionengruppe. Diese Tatsache hat die Autoren bewogen, ihre Studie als Miniquaternionen-Geometrie zu bezeichnen.

Das Verdienst der Autoren liegt vor allem darin, dass nun mit ihrem Buch erstmals eine vergleichende Darstellung der drei nicht-desargues'schen projektiven Ebenen der Ordnung 9 vorliegt.

M. JEGER

Iterationsverfahren, Numerische Mathematik, Approximationstheorie. Vortragsauszüge, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, International Series of Numerical Mathematics, Band 15. 257 Seiten. Herausgeber: L. COLLATZ, G. MEINARDUS, H. UNGER und H. WERNER, Birkhäuser Verlag Basel (1970).

Das Buch orientiert über die von L. Collatz in den Jahren 1968–1969 in Oberwolfach abgehaltenen internationalen Tagungen über numerische Mathematik. Es enthält Vortragsauszüge über die drei Gebiete «Nichtlineare Aufgaben der numerischen Mathematik», «Numerische Methoden der Approximationstheorie» und «Iterationsverfahren in der numerischen Mathematik». Die hier wiedergegebenen Vorträge geben einen ausgezeichneten Überblick über einige der vielen klassischen, sowie auch in neuerer Zeit entstandenen Teildisziplinen der numerischen Mathematik. Starke Beachtung hat an diesen Tagungen wohl die numerische Behandlung nichtlinearer Probleme gefunden, was interessante Arbeiten über die Konvergenz von Näherungsverfahren bei nichtlinearen Variationsproblemen, Lösungsverfahren und Rechentechnik für nichtlineare Gleichungssysteme und für nichtlineare Randwertprobleme, und Untersuchungen über nichtlineare Optimierungsprobleme aufzeigen. Was besonders auffällt ist die starke Durchdringung der Arbeiten mit Funktionalanalysis, indem die Methoden und die Sprache dieser Disziplin ausgiebig Verwendung finden.

J. T. MARTI

Numerical Solution of Differential Equations. Von W. E. MILNE. XI, 359 Seiten. $4.–. Dover Publications, Inc., New York 1970.

Dieses Buch ist die Neuauflage des 1953 im Wiley-Verlag erschienenen gleichnamigen Werkes. Die erste Auflage wurde vollständig übernommen. Sie behandelt die klassischen Verfahren zum Lösen von Anfangs-, Rand- und Eigenwertproblemen von gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen. Dem vorliegenden Buch sind 6 Appendices angefügt, um es auf den heutigen Stand der numerischen Verfahren zu bringen. Dieses Ziel wird aber nicht erreicht.

Inhalt der neuen Anhänge: Die Entwicklung auf dem Gebiete der partiellen Differentialgleichungen wird von R. R. Reynolds in einem 6seitigen Anhang mit 258 Referenzen resümiert. Die restlichen 5 Appendices behandeln Verfahren zum Lösen von Anfangswertproblemen. Einmal werden zwei Veröffentlichungen des Autors mit R. R. Reynolds über die Stabilisierung des Milneverfahrens wiedergegeben. Zwei weitere Zusätze liefern Formeln vom Adams-Moultontyp für die Differentialgleichung $y' = f(x, y)$ und vom Cowell-Crommelintyp für $y'' = f(x, y)$. Weiter werden Formeln zum Verändern des Integrationschrittes bei Mehrschrittverfahren angegeben. Der letzte Abschnitt ist eine Bibliographie der von 1953 bis 1969 erschienen Arbeiten.

Man vermisst bei diesen Zusätzen die in der Zwischenzeit aufgestellten Stabilitätstheorien und moderne Verfahren wie z. B. Runge-Kutta-Fehlberg und A-stabile Verfahren. Die Aufteilung der Bibliographie in 3 Teile ist eher unübersichtlich. Weiter ist zu bemerken, dass die erste Auflage zum Beginn des Computerzeitalters entstand und somit das Hauptgewicht auf für Handrechnung einfache Verfahren gelegt wird.

R. JELTSCH

Computation and Theory in Ordinary Differential Equations. Von J. W. DANIEL und R. E. MOORE. XI, 172 Seiten. 41 Abbildungen. £3.10. W. H. Freeman and Company, San Francisco 1970.

Dieses Buch setzt sich zum Ziel, einen Überblick über die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen und die numerischen Verfahren zum Auffinden von Lösungen zu geben. Insbesondere soll das Zusammenwirken dieser beiden Disziplinen aufgezeigt werden. Wegen der Vielfalt des Stoffes wird von jeder Methode nur die Idee skizziert und für die Details Literaturhinweise angegeben. Dadurch erreichen die Autoren ihr gestecktes Ziel. Leider haben sich vor allem im theoretischen Teil Druckfehler eingeschlichen, so dass einige Details unklar sind.

Inhalt: Das Buch behandelt Anfangs- und Randwertprobleme, aber keine Eigenwertprobleme. Im ersten Teil wird ausgehend vom linearen Fall die Theorie der Anfangs- und Randwert-

probleme dargeboten: Existenz- und Eindeutigkeitssätze, Darstellung der Lösung durch Liereihen, Abhängigkeit der Lösung von den Startwerten und von der Differentialgleichung (Störungstheorie). Es werden sowohl Sätze über das asymptotische Verhalten als auch über die Existenz periodischer Lösungen zitiert. Das Randwertproblem wird auch als Integralgleichung und als Variationsproblem formuliert. Zudem werden Monotonieeigenschaften zur Eingrenzung der Lösung verwendet. Der zweite Teil befasst sich mit numerischen Methoden. Die klassischen Verfahren werden ergänzt durch eine glückliche Auswahl speziellerer Verfahren. Zudem werden Methoden zur Verbesserung einer Approximation und zur numerischen Berechnung exakter Fehlerschranken angegeben. Der dritte Teil verdient am meisten Beachtung. Hier werden neben den klassischen analytischen Transformationen der Anfangswertprobleme, z.B. Regularisierung in der Himmelsmechanik, auch numerische Transformationen diskutiert. Vor der Integration ausgeführt, erlauben sie grössere Integrationsschritte; und eine aposteriori Transformation liefert schärfere Fehlerschranken.

R. JELTSCH

Computers in Number Theory. Herausgegeben von A. O. L. ATKIN und B. J. BIRCH. 433 Seiten. £8.00. Academic Press Inc., London und New York 1971. (Proceedings of the Science Research Council Atlas Symposium No. 2, Oxford, England, 18–23 August 1969.)

Die Ansicht, die Verwendung von Computern im Bereich der «reinen» Mathematik sei nicht standesgemäss, wird heute kaum noch vertreten. Der vorliegende Band macht einmal mehr die verschiedenen Möglichkeiten deutlich, einen Computer für die Sache der Mathematik, hier der Zahlentheorie und Kombinatorik, einzusetzen: für die Durchführung wesentlicher Teile eines Beweises, als Hilfsmittel der Forschung und Entdeckung, allerdings aber auch als Stimulans und Vorwand, nämlich zu tun, was bisher noch nicht getan wurde.

Der Band enthält mit 46 Beiträgen eine Sammlung der meisten der am zweiten Symposium des Atlas Computer Laboratory dargelegten Arbeiten. Dem Leser bietet sich ein äusserst vielfältiges Bild aus dem weiten Feld der offenen und halboffenen Fragen aus vielen Gebieten der Zahlentheorie. Um nur einige zu nennen:

Kreiskörper, quadratische Zahlkörper, additive Zahlentheorie (Partitionen), Polynome (Reduzibilität), rekursive Folgen, Sortier-Algorithmen, zweifach periodische Felder (sogenannte «Norweger Quadrate»), Polyominos, Kettenbrüche und natürlich Diophantische Gleichungen (etwa der Fall $x^3 - y^2 = k$ wird gleich in zwei verschiedenen Arbeiten behandelt!).

Alle Arbeiten sind viel eher für den Zahlentheoretiker gedacht als etwa für den Computer-Fachmann, den Informatiker. Oft wird diesem lediglich das (Teil-) Resultat des Computers angeboten, manchmal auch noch ein Hinweis zum Weg der Anwendung; detaillierte Angaben zur Computer-Seite des Problems fehlen fast durchwegs. In vielen Fällen begnügt sich ein Autor mit der Bemerkung, dass das vorgestellte Problem vielleicht schon mit Hilfe eines Computers bearbeitet werden könnte. Als Beispiel sei der Fall der $n \times n$ Punkte im Einheitsgitter erwähnt, aus denen eine maximale Anzahl derart auszuwählen ist, dass keine drei auf einer Geraden liegen. Immerhin befassen sich zwei Beiträge doch mit den prinzipiellen Möglichkeiten und Schwierigkeiten der Verwendung von Computern für die Zahlentheorie, sowie mit den grundsätzliehen Anforderungen, die in diesem Zusammenhang an Hard- und Software zu stellen sind. Schliesslich werden aber auch Arbeiten wiedergegeben, die unter dem Gesamtthema «Computers in Number Theory» auf die Komponente «Computer» überhaupt nicht eingehen.

Wenn auch einige Fälle die Verwendung eines Computers zumindest als fragwürdig erscheinen lassen – die Möglichkeiten selbst des schnellsten digitalen Rechners bleiben doch weit hinter denen einer induktiven Beweisführung zurück – so fehlt es doch keineswegs an prächtigen Demonstrationen dafür, welch wichtiges Werkzeug der Computer dem Mathematiker sein kann. Die Herausgeber bemerken im Vorwort, selbst Gauss hätte vermutlich dem Computer eine gewisse Berechtigung nicht abgesprochen. Das Beispiel der Diophantischen Gleichung

$$T_x^m(d) + T_y^m(d) = T_z^m(d) \quad \text{mit} \quad T_x^m(d) := \prod_{k=0}^{m-1} (x + kd) \quad (m > 1)$$

macht dies durchaus plausibel: Die systematische Suche nach Lösungen mit Hilfe eines Computers legte vorerst eine Vermutung zur Anzahl von Lösungen nahe, und der Beweis zum Satz wurde dann, wenigstens zum Teil, wieder durch den Computer selbst geführt.

H. P. BLAU