

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 27 (1972)  
**Heft:** 5

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 08.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**Aufgabe 680.** Für jede natürliche Zahl  $n \geq 3$  sei

$$m(n) := \min \left\{ 1 - \sum_i \frac{1}{a_i} ; a_i \text{ ganz, } 1 < a_1 < \dots < n, \sum_i \frac{1}{a_i} < 1 \right\}.$$

Man beweise

- a) Zu jeder reellen Zahl  $\alpha$  mit  $0 < \alpha < 1$  gibt es eine natürliche Zahl  $n_0(\alpha)$  derart, dass aus  $n > n_0(\alpha)$  folgt  $m(n) < e^{-n^\alpha}$ .
- b) Zu jeder reellen Zahl  $\varepsilon$  mit  $\varepsilon > 0$  gibt es eine natürliche Zahl  $n_0(\varepsilon)$  derart, dass aus  $n > n_0(\varepsilon)$  folgt  $m(n) > e^{-n(1+\varepsilon)}$ .

P. Erdős und R. L. Graham, Budapest

## Literaturüberschau

*Best Approximation in Normed Linear Spaces by Elements of Linear Subspaces.* Von IVAN SINGER. Aus dem Rumänischen übersetzt von R. GEORGESCU. 415 Seiten. DM 78.–. Die Grundlagen der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 171. Publishing House of the Academy of the Socialist Republic of Romania, Bucharest, und Springer-Verlag Berlin – Heidelberg – New York 1970.

Inhalt: Preface. Preface to the English edition. Introduction. I. Best approximation in normed linear spaces by elements of arbitrary linear subspaces. II. Best approximation in normed linear spaces by elements of linear subspaces of finite dimension. III. Best approximation in normed linear spaces by elements of closed linear subspaces of finite codimension. Appendix I: Best approximation in normed linear spaces by elements of nonlinear sets. Appendix II: Best approximation in metric spaces by elements of arbitrary sets. Bibliography.

In den meisten bisherigen Werken über Approximationstheorie wurde die Funktionalanalysis bei der Behandlung der Probleme bester Approximation nur spärlich verwendet. Der Zweck dieses Buches ist die Darbietung einer modernen, konsequent auf funktionalanalytischen Methoden aufgebauten Theorie der besten Approximation, zu welcher der Verfasser selbst namhaft beigetragen hat. Es muss darauf hingewiesen werden, dass eine in normierten Räumen betriebene Approximationstheorie aus verschiedenen Gründen einer klassisch-analytischen Version vorzuziehen ist: Die erstere zeichnet sich aus durch a) grössere Allgemeinheit, d. h. grössere Flexibilität in der Anwendbarkeit, b) die Möglichkeit der Geometrisierung der Probleme, wodurch die geometrische Intuition als Ideenquelle nutzbar gemacht werden kann, und c) durch die Beschränkung der Argumentation auf das wirklich Wesentliche und die genauere Durchleuchtung der wechselseitigen Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Phänomenen.

Der Verfasser beschränkt sich im wesentlichen auf den im Titel des Buches genannten linearen Fall, vermittelt in den beiden Anhängen jedoch Ausblicke auf allgemeinere Situationen. Dafür wird den Anwendungen in konkreten Räumen grosses Gewicht beigemessen. Der dargestellte Stoff beruht hauptsächlich direkt auf wissenschaftlichen Originalarbeiten, welche vom Autor durchwegs zitiert werden. Die grosse Sorgfalt in Darstellung und Zitierweise macht das Buch lesbar für einen weiten Kreis von Mathematikern und lässt es als erwünschte Bereicherung der Literatur über Approximationstheorie erscheinen.

J. RÄTZ

*Basic Concepts of Probability and Statistics.* Par J. L. HODGES, jr., et E. L. LEHMANN. Second édition, 441 p. San Francisco, Cambridge, London, Amsterdam, Holden-Day International Student edition, 1970.

La seconde édition de cet ouvrage contient plusieurs chapitres nouveaux, de nombreux problèmes qui ne figuraient pas dans la première édition et la solution d'une partie des problèmes

posés. D'un niveau élémentaire, ce livre bien présenté et richement illustré doit servir d'introduction au calcul des probabilités et à la statistique mathématique, il n'a pas recours au calcul différentiel et intégral. L'ouvrage se compose de deux parties consacrées, la première, aux probabilités et la seconde à la statistique. Dans la première partie, l'accent est mis sur l'importance des modèles mathématiques, il est question d'échantillonnage, de probabilités conditionnelles, de variables aléatoires et de leur distribution. La seconde partie de l'ouvrage est consacrée essentiellement aux problèmes d'estimation et à la théorie des tests. Dix tables et deux index complètent l'ouvrage qui est d'une lecture aisée et s'adresse à un large public non initié.

S. PICCARD

*Cours de mathématiques, Tome 1 Algèbre.* Par JACUELINE LELONG-FERRAND et JEAN-MARIE ARNAUDÈS. 536 p. Dunod, Paris 1971 (Département mathématique dirigé par le Professeur P. Lelong).

Mme Lelong-Ferrand à qui on doit d'excellents exposés de géométrie différentielle a entrepris d'écrire, en collaboration avec M. Arnaudès, un exposé complet du cours de mathématique du premier cycle. Le premier volume de ce cours consacré à l'Algèbre vient de paraître. L'exposé est fait avec précision et contient des démonstrations détaillées des propositions énoncées. Après une introduction sur les ensembles et les structures, les auteurs présentent d'une part la théorie générale des polynômes et d'autre part les éléments d'algèbre linéaire. Des exercices relatifs aux divers chapitres sont posés à la fin de l'ouvrage qui se termine par un index alphabétique qui rend aisée la consultation de ce livre. Il s'agit d'un cours pratique qui rendra de précieux services aussi bien aux étudiants des hautes écoles qu'aux autodidactes.

S. PICCARD

*Algèbre moderne et théorie des graphes orientées vers les sciences économiques et sociales.* Par B. ROY. Premier tome: Notions et résultats fondamentaux, 502 p., 1969. Deuxième tome: Applications et problèmes spécifiques, 760 p. Dunod, Paris 1970.

Ouvrage écrit avec la contribution de M. Michel Horps qui a pris une part active à l'élaboration de nombreux exercices et qui a rédigé le chapitre intitulé: problèmes de circulation et flots sur un graphe ainsi que trois sections du chapitre V relatif aux graphes particuliers.

Cet important ouvrage a pour but de mettre en pleine lumière l'importance capitale de l'algèbre et de la théorie des graphes dans la compréhension et la résolution de problèmes qui se posent dans les sciences économiques et sociales. La matière est répartie en dix chapitres, dont les cinq premiers forment le tome I et ont pour titres: ensembles et sous-ensembles; applications et opérations; relations binaires et graphes; transitivité et connexité; graphes particuliers. Le second volume traite de sous-ensembles de sommets remarquables d'un graphe, d'arrangements remarquables d'arcs ou d'arêtes d'un graphe, de problèmes d'ordonnancement et ensembles de potentiels sur un graphe, de problèmes de circulation et flots sur un graphe et des procédures d'exploitation P.S.E.P. et description segmentée. L'exposé est d'une grande clarté, il fait appel à la mathématique finie, à la combinatoire, la théorie des graphes y est présentée de façon magistrale, chaque chapitre est accompagné de nombreux exercices, dont on donne les éléments de réponse, et d'une copieuse bibliographie. On trouve à la fin de l'ouvrage l'index des définitions, l'index des algorithmes, l'index des formules et l'index des théorèmes. Cet ouvrage rendra de précieux services à nombre de chercheurs qui s'intéressent aux sciences humaines et veulent utiliser dans leur travail un appareil mathématique adéquat.

S. PICCARD

*Lückenhafte Polynome über endlichen Körpern.* Von LÁSZLÓ RÉDEI. 267 Seiten. Fr. 44.—. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1970.

Im Jahre 1942 veröffentlichte der ungarische Mathematiker G. Hajos die Lösung eines Problems von Minkowski. Dabei stiess er auf Tatsachen in der Theorie der endlichen Abelschen Gruppen, die einen völlig neuen Sachverhalt in dieser scheinbar abgegrasten Theorie darstellten und sich mit den herkömmlichen Mitteln nicht beweisen liessen. Es handelt sich um den Problemkreis der direkten Zerlegung einer endlichen Abelschen Gruppe in Komplexe, die nicht notwendigerweise Untergruppen sind. Der Satz von Hajos liefert Bedingungen, unter welchen mindestens einer der Komplexe eine Untergruppe ist. Die Bemühungen, einen neuen Beweis des Satzes zu finden, führten einige Jahre später den Verfasser des vorliegenden Buchs, einen Landsmann von

Hajos, auf eine Methode, die Polynome über endlichen Körpern benützte. Er stellte dann fest, dass seine Methode über das angestrebte Ziel hinaus Ergebnisse auf den verschiedensten Gebieten lieferte, Ergebnisse, die anders nicht zugänglich schienen. Nach bald zwanzigjähriger Arbeit entschloss er sich, seine bisher erzielten Resultate in Buchform zusammenzufassen.

Das zentrale Problem des Buches lautet – im wesentlichen – wie folgt: Über einem Galois-körper  $GF(q)$ ,  $q = p^n$ , betrachte man Polynome vom Grad  $q$ , deren zweithöchste Glieder mit von null verschiedenen Koeffizienten höchstens den Grad  $(q + 1)/2$  besitzen. (Sie weisen daher «Lücken» auf). Man suche unter diesen Polynomen diejenigen, die über dem Galois-körper in Linear-faktoren zerfallen. Der Formulierung und Lösung dieses schwierigen Problems ist der grösste Teil der 270 Seiten des Buchs gewidmet. Der Rest bringt Anwendungen, unter anderem auf den Satz von Hajos, auf die Frage von Repräsentantensystemen in Abelschen Gruppen, auf Gauss'sche Summen und auf Gleichungssysteme in endlichen Körpern.

Das Buch ist in dem von seinen Publikationen her bekannten Stil des Autors geschrieben, der an die Zeit erinnert, als man noch Musse zum Lesen hatte. Allen Vorteilen, die eine ausführliche und gemächliche Darstellung bringt, steht etwas der Nachteil gegenüber, dass man beim Lesen leicht ungeduldig wird. Der Leserkreis des Buchs, das nichts anderes als eine 270 Seiten lange wissenschaftliche Abhandlung darstellt, ist schwer abzuschätzen. Es kann demjenigen sehr empfohlen werden, der den behandelten Problemen Interesse und reichlich Geduld entgegen bringt.

P. WILKER

*Méthodes d'algèbre abstraite en géométrie algébrique.* Par P. SAMUEL. Ergebnisse der Mathematik, Band 4. Seconde édition corrigée. IX et 133 pages. DM 26.–. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1967.

Il est heureux que cette excellente description des fondements de la géométrie algébrique classique ait été rééditée. La seconde édition ne diffère de la première (El. Math. 14, 1959, p. 45) que par des corrections mineures.

M. A. KNUS

*Modular Lie Algebras.* Par G. B. SELIGMAN. Ergebnisse der Mathematik, Band 40. IX et 165 pages. DM 39.–. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1967.

Ce livre est une excellente introduction aux développements récents de la théorie des algèbres de Lie sur un corps de caractéristique quelconque. Après avoir rappelé les résultats de base de la théorie des algèbres de Lie, l'auteur décrit les algèbres de Lie semi-simples classiques et leurs automorphismes. Ces algèbres, définies axiomatiquement sur un corps arbitraire, correspondent aux algèbres de Lie semi-simples sur le corps des nombres complexes. Les formes des algèbres de Lie classiques sont étudiées dans le chapitre quatre. Rappelons qu'une telle forme est une algèbre de Lie qui devient isomorphe à une algèbre classique par une extension des scalaires. Le chapitre cinq donne différents compléments. Finalement, l'auteur montre comment les algèbres de Lie en caractéristique différente de zéro interviennent dans d'autres domaines des mathématiques.

M. A. KNUS

*The Theory of Sheaves.* Par RICHARD G. SWAN. Chicago Lectures in Mathematics. V et 150 pages. The University of Chicago Press, Chicago and London 1964.

Ces notes donnent une bonne description, mais très concentrée, de la théorie des faisceaux. L'auteur donne tout d'abord quelques exemples de faisceaux, puis développe suffisamment d'algèbre homologique pour pouvoir définir la cohomologie des faisceaux comme foncteur dérivé. Après quelques applications, la cohomologie de Čech est introduite et les deux notions sont comparées. Finalement, l'auteur décrit la suite spectrale d'une application et étudie les théorèmes de dualité.

Malheureusement, l'auteur ne signale pas le livre de Godement (Topologie algébrique et théorie des faisceaux, Hermann, Paris, 1958) dans sa bibliographie.

M. A. KNUS

*Lectures on Curves on an Algebraic Surface.* Par DAVID MUMFORD, avec un appendice par G. M. BERGMAN. Annals of Mathematics Studies, No 5. IX et 200 pages. \$4.50. Princeton University Press, Princeton 1966.

Dans ces leçons, l'auteur étudie la géométrie d'une surface algébrique non-singulière projec-

tive sur un corps algébriquement clos, en particulier la classification des courbes sur cette surface. Un des problèmes importants est alors la description des familles de déformations algébriques d'une courbe sur la surface.

Bien que l'auteur rappelle en soixante pages les principaux résultats de la théorie des schémas due à Grothendieck, de solides notions de géométrie algébrique sont indispensables pour la lecture de cet ouvrage très intéressant mais difficile.

M. A. KNUS

*Algebraic K-theory.* Par HYMAN BASS. XIX et 762 pages. Cloth \$12.50, paperbound \$5.95. W.A. Benjamin, Inc., New York – Amsterdam 1968.

Dans ce gros volume, l'auteur fait la somme des résultats obtenus en K-théorie algébrique jusqu'en 1967. L'idée de base de cette théorie est qu'un module projectif peut être interprété comme le module des sections d'un fibré vectoriel. Cette analogie permet d'exploiter en algèbre des techniques très développées de topologie algébrique et a conduit à des résultats importants.

Dans la première partie, qui pourrait former un livre d'algèbre, l'auteur introduit les outils nécessaires. Quelques résultats sont cités sans démonstration. La deuxième partie est consacrée à la théorie stable des modules et de leurs automorphismes. Elle se termine par l'étude des symboles de Mennicke et des lois de réciprocité. Les différentes suites exactes sont décrites de façon très générale dans la troisième partie. La quatrième partie donne un grand nombre d'applications. Citons par exemple des théorèmes de finitude pour les anneaux de type arithmétique, les techniques d'induction pour les groupes finis et l'étude des extensions polynomiales. Signalons encore que l'auteur a établi, malheureusement après la parution de l'ouvrage, une longue liste de corrections, la plupart de nature typographique.

Les notes de Swan (*Algebraic K-theory, Lecture Notes in Mathematics*, Springer Verlag, 1968) servent d'excellente introduction à cet ouvrage important.

M. A. KNUS

*Einführung in die elementare Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Von ROBERT INEICHEN. 3. neubearbeitete Auflage. 114 S. Fr. 18.80/DM 17,-. Rabe Verlag Luzern, Stuttgart, 1971.

Das neu aufgelegte Buch von R. Ineichen besitzt einen erfreulich unkonventionellen Aufbau. Der Lehrer erhält eine gute Grundlage für einen übersichtlichen Unterricht im Fache Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, und dem Studierenden werden die wichtigsten Begriffe und Methoden vermittelt und mit andern Wissensgebieten in Verbindung gebracht.

Vor der mengentheoretischen Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes im 2. Kapitel erhält der Leser im ersten Kapitel eine Übersicht über die elementare deskriptive Statistik.

Das dritte Kapitel widmet sich ebenfalls in der Sprache der Mengenlehre u.a. den Themen: Kombinatorik, Zufallsvariable und Wahrscheinlichkeitsverteilung, Gesetz der grossen Zahlen sowie der hypergeometrischen und der Poissonverteilung. Das vierte Kapitel behandelt ausschliesslich die Normalverteilung.

Erwähnenswert ist die starke Vermehrung der Übungen, deren Lösungen nun im Anhang beigefügt sind. Einige dieser Übungen deuten leicht verständlich die Anwendung in verschiedenen Wissensgebieten an.

PETER FUCHS

*Introduction to Finite Mathematics and Linear Programming.* Von K. SASAKI. X und 239 Seiten. £4.50. Wadsworth Publishing Company, Inc., Belmont/California 1970.

Wie der Autor selber sagt, soll es sich um eine Einführung in die lineare Algebra und Optimierung für Ökonomen und Sozialwissenschaftler handeln. Nach einer kurzen Behandlung der Vektor- und Matrizenalgebra steht im Zentrum die lineare Optimierung mit Erweiterungen und Anwendungen (Transportproblem, ganzzahlige Optimierung, Spieltheorie). Die Einführung in die sogenannte Simplexmethode (ab S. 119) ist schlechterdings unzumutbar, indem lediglich undurchschaubare Rezepte an Zahlenbeispielen durchexerziert werden. So ist z. B. von Basislösung, vom grundlegenden Simplextheorem explizite überhaupt nicht die Rede.

In einem Anhang wird die Wahrscheinlichkeitsrechnung oberflächlich gestreift, wo u.a. eine recht fragwürdige Definition der Zufallsvariablen zu finden ist.

In den Darlegungen auf den rund 240 Seiten (eine gewisse Ausnahme bilden lediglich die drei ersten Kapitel) vermisst man einerseits oft eine minimale mathematische Transparenz und Strenge und andererseits einen klugen didaktischen Aufbau.

Schliesslich erweist man auch dem anwendungsorientierten Ökonomen einen schlechten Dienst, wenn man ihm mathematische Methoden küchenrezeptartig vorsetzt, ohne auf ihren logischen Grundgehalt einigermaßen einzugehen.

H. LOEFFEL

*Kombinatorik, Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Von M. JEGER und R. INEICHEN. Aufgabensammlung. 93 Seiten. Fr. 7.10. Orell Füssli Verlag, Zürich 1971.

Das kürzlich erschienene Werk ersetzt die alte Aufgabensammlung III von Stähli und Meyer die 1939 zum erstenmal erschienen ist.

Das mathematische Unterrichtswerk für höhere Mittelschulen soll den aktuellen Reformbestrebungen angepasst werden. Die Impulse dazu können insbesondere vom Exemplarischen ausgehen, indem ein reichhaltiges Aufgabensortiment zur Verfügung gestellt wird.

Dieses Ziel verfolgt die neue Aufgabensammlung der beiden erfahrenen Schulmathematiker Jeger und Ineichen. Das rund 90 Seiten umfassende Büchlein bietet zahlreiche Anregungen für eine mengentheoretisch orientierte Gestaltung des Unterrichts und hilft jenes mathematische Denken zu aktivieren, das bei Wahrscheinlichkeitsproblemen so typisch ist.

Besonders der Abschnitt Kombinatorik enthält eine Fülle neuartiger und origineller Aufgaben, die an Lehrer und Schüler nicht selten überdurchschnittliche Anforderungen stellen.

Die Aufgaben über Wahrscheinlichkeitsrechnung sind vielfältig ausgewählt, wenn man sich auch etwas mehr Beispiele aus den *Wirtschafts- und Sozialwissenschaften* gewünscht hätte. Auch vermisst man im Abschnitt «Abhängige und Unabhängige Ereignisse» einfache Aufgaben über bedingte Wahrscheinlichkeiten.

Das Aufgabensortiment kann allen interessierten Lehrern an Gymnasien, Techniken und speziell am neuen Wirtschaftsgymnasium bestens empfohlen werden. Kritische Anregungen und Verbesserungsvorschläge nehmen die beiden Autoren sicher gerne entgegen.

Kombinatorische Methoden und Wahrscheinlichkeitsmodelle finden Anwendung in fast allen Bereichen moderner Forschung. Es ist deshalb zu hoffen, dass die vorliegende Aufgabensammlung den Lehrer dazu bewegen wird, dem mathematisch-stochastischen Denken die gebührende Beachtung zu schenken.

H. LOEFFEL

*Mathematische Statistik mit industriellen Anwendungen.* Von ISTVÁN VINCZE. Aus dem Ungarischen übersetzt von E. Vas. 440 Seiten und 32 Figuren, \$15.60. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1971.

Vinczes umfangreiches und gut ausgestattetes Buch möchte den Ingenieur und Techniker in die mathematische Statistik und deren Anwendungen einführen. Vorausgesetzt werden Kenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Infinitesimalrechnung und etwas Erfahrung in elementarer Statistik. Der Text ist didaktisch geschickt und angenehm zu lesen. Es werden nicht einfach Rezepte vermittelt, sondern die mathematischen Grundlagen werden sauber auseinandergesetzt und die Ergebnisse präzise formuliert. Besonders erfreulich sind die zahlreichen, sorgfältig durchgearbeiteten Beispiele aus dem weiten Bereich der industriellen Forschung, Planung und Produktion.

Kapitel 2 vermittelt eine gedrängte Zusammenfassung der wahrscheinlichkeitstheoretischen Hilfsmittel. Kapitel 3 setzt sich ausführlich mit dem Begriff der Stichprobe auseinander. In den Kapiteln 4 und 5 wird das Schätzen von Parametern und das Prüfen von Hypothesen behandelt, wobei neben den herkömmlichen Tests auch Rényis Variante des Kolmogoroff-testes erläutert wird. Es folgen Varianzanalyse (Kap. 6), Korrelations- und Regressionsanalyse (Kap. 7), und die statistischen Methoden der Qualitätskontrolle (Kap. 8). Das Buch schliesst mit einem Abriss der Sequenzanalyse (Kap. 9). Im Inhalt, im Umfang und im Schwierigkeitsgrad ist Vinczes Buch mit dem 1963 erschienenen Werk «Mathematische Statistik in der Technik» von N.W. Smirnow und I.W. Dunin-Barkowski (VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften) vergleichbar. Während dieses Buch auch in die Theorie der Zufallsprozesse einführt, legt Vincze grösseres Gewicht auf parameterfreie Methoden.

Leider enthalten viele Formeln Druckfehler. Zum Glück sind nur wenige von ihnen sinnstörend, so dass sie der Leser leicht korrigieren kann.

Seiner vielen Vorzüge willen kann Vinczes «Mathematische Statistik» unbedenklich auch einem weiteren Leserkreis von Naturwissenschaftlern und Ökonomen empfohlen werden.

E. BATSCHELET