

# Aufgaben

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **12 (1957)**

Heft 1

PDF erstellt am: **20.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

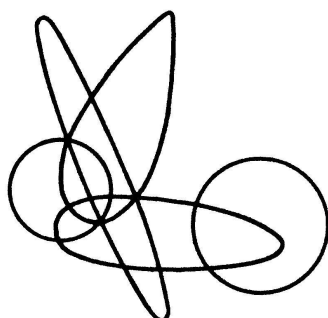
## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

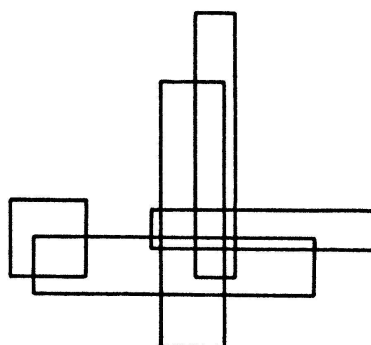
Beispiel zeigt, dass unter dieser schwächeren Voraussetzung die Aussage des Hellyschen Satzes nicht mehr gilt. Dagegen lässt sich die Eibereichsmenge in unserm Beispiel in zwei Teilmengen zerlegen, so dass die Aussage noch für jede einzelne Teilmenge zutrifft. Ist dies immer so? Speziell für parallel liegende Rechtecke ist dies in der Tat der Fall, das heisst, es gilt der folgende Satz:

*Lassen sich in je vier beliebig aus einer wenigstens vier Elemente enthaltenden Menge parallel liegender Rechtecke ausgewählten Rechtecken stets wenigstens drei Rechtecke finden, die einen nichtleeren Durchschnitt haben, so lässt sich die Rechtecksmenge in zwei Teilmengen zerlegen, so dass alle ein und derselben Teilmenge angehörenden Rechtecke einen nichtleeren Durchschnitt aufweisen.*

Der Beweis ist sehr einfach und kann dem Leser überlassen werden; man muss



Figur 1



Figur 2

hierbei eine für Rechtecke gültige Verschärfung des Hellyschen Satzes passend anwenden, wonach man die Stichzahl «drei» durch «zwei» ersetzen kann<sup>1)</sup>.

Figur 2 illustriert eine den Voraussetzungen unseres Satzes entsprechende Rechtecksmenge, wobei sich auch das Zutreffen der Behauptung leicht ablesen lässt.

Die Frage, ob ein Satz der hier erwogenen Art auch für Mengen beliebiger Eibereiche gilt, wobei die Anzahl der Teilmengen eventuell noch erhöht werden muss, konnte bisher noch nicht geklärt werden.

H. HADWIGER

## Aufgaben

**Aufgabe 251.** Es ist

$$N(x) = N(x - 6) + x$$

und  $N(-5) = N(-4) = N(-3) = N(-2) = N(-1) = 0$  und  $N(0) = 1$ . Man zeige, dass

$$\frac{(x + 1)(x + 5)}{12} \leq N(x) \leq \frac{x^2 + 6x + 12}{12}.$$

Diese Abschätzung ersetzt für ganze Zahlen  $x$  eine independente Darstellung von  $N(x)$ .

R. LAUFFER, Graz.

*Lösung:* Die Abschätzung ist sinngemäss nur für alle ganzzahligen Werte von  $x$  zu verifizieren; bei willkürlicher Vorgabe von Funktionswerten  $N(x)$  für  $0 < x < 1$  und Fortsetzung mittels der Funktionalgleichung könnte sie nämlich falsch werden.

---

<sup>1)</sup> Vergleiche hierüber H. HADWIGER und H. DEBRUNNER, *Ausgewählte Einzelprobleme der kombinatorischen Geometrie in der Ebene*, Enseign. math. 1955, Heft 1, 56–89; insbesondere S. 67, Nr. 25.

Nun ist die in der Aufgabe angegebene Abschätzung völlig gleichwertig mit

$$\frac{(x-5)(x-1)}{12} \leq N(x) - x \leq \frac{(x-5)(x-1) + 7}{12}.$$

Ersetzt man hier  $N(x) - x$  durch  $N(x-6)$ , so ist dies die angegebene Abschätzung für  $x-6$  statt für  $x$ .

Die Abschätzung ist also richtig für  $x = -5, -4, -3, -2, -1, 0$ , wie das Einsetzen dieser Werte zeigt, ferner stets zugleich für  $x$  und  $x-6$ . Durch vollständige Induktion nach steigenden wie nach fallenden  $x$  folgt die Behauptung für alle ganzen Zahlen.

A. BAGER, Hjørring, H. DEBRUNNER, Bern

**Aufgabe 252.** Man denke sich die Wurzeln der Gleichung

$$z^3 + 12(1 + i\sqrt{3})z + A = 0$$

als Punkte in der komplexen Ebene abgebildet. Für welche Werte von  $A$  liegen diese Punkte auf einer Geraden?

M. G. BEUMER (Enschede, Holland).

*Lösung:* Die drei Lösungen der angegebenen Gleichung liegen in der komplexen Ebene dann und nur dann linear, wenn  $A$  reell ist und zugleich  $|A| \leq 32\sqrt{2}$  erfüllt ist. Allgemeiner gilt, dass die kubische Gleichung

$$z^3 + a z \operatorname{cis} \alpha + b \operatorname{cis} \beta = 0 \quad (a, b \geq 0) \quad (1)$$

dann und nur dann Lösungen besitzt, die in der komplexen Ebene linear liegen, wenn  $b \leq \sqrt{4a^3/27}$  und  $2\beta \equiv 3\alpha + \pi \pmod{2\pi}$  gilt.

In der Tat: Da in (1) der Koeffizient von  $z^2$  verschwindet, liegt der Schwerpunkt  $(z_1 + z_2 + z_3)/3$  des von den Lösungen  $z_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) gebildeten Dreiecks im Ursprung  $O$ . Liegen diese Lösungen auf einer Geraden, so geht diese also durch  $O$ ;  $\varphi$  sei die Phase des einen Teilstrahls. Setzt man  $z = x \operatorname{cis} \varphi$ , so werden alle Lösungen der transformierten Gleichung  $x^3 + a x \operatorname{cis}(\alpha - 2\varphi) + b \operatorname{cis}(\beta - 3\varphi) = 0$  reell, daher auch die Koeffizienten. Insbesondere gilt dann

$$\alpha - 2\varphi = m\pi \quad \text{und} \quad \beta - 3\varphi = n\pi \quad (m, n \text{ ganz}). \quad (2)$$

Dies eingesetzt liefert  $x^3 + (-1)^m a x = (-1)^{n+1} b$ . Nun nimmt die reelle Funktion  $x^3 + a x = y$  ( $a > 0$ ) jeden Wert  $y$  nur einmal an, ebenso  $x^3 - a x = y$  ( $a \geq 0$ ) jeden Wert  $y$  mit  $|y| > \sqrt{4a^3/27}$ . Drei reelle Wurzeln hat also unsere Gleichung nur, wenn  $m$  ungerade und  $b \leq \sqrt{4a^3/27}$  ist. Aus (2) folgt überdies, wie behauptet,  $2\beta - 3\alpha \equiv m\pi \pmod{2\pi}$ .

Da sich der Gedankengang auch rückwärts verfolgen lässt, sind die angegebenen Bedingungen notwendig und hinreichend.

H. DEBRUNNER, Bern.

Weitere richtige Lösungen sandten L. KIEFFER (Luxemburg), H. SCHILT (Biel) und J. VIGASSI (Budapest).

**Aufgabe 253.** Démontrer pour  $-\pi < x < \pi$

$$\frac{\sin 2x}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{\sin 3x}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{\sin 4x}{3 \cdot 4 \cdot 5} - \dots = x \cos^2 \frac{1}{2} x - \frac{3}{4} \sin x.$$

H. BREMEKAMP, Delft

*Lösung:* (Sämtliche Summen werden von  $k = 2$  bis  $k = \infty$  erstreckt.)

$$\begin{aligned} & \sum (-1)^k \frac{\sin kx}{(k-1)k(k+1)} \\ &= \frac{1}{2} \sum (-1)^k \frac{\sin kx}{k-1} + \frac{1}{2} \sum (-1)^k \frac{\sin kx}{k+1} - \sum (-1)^k \frac{\sin kx}{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{\cos x}{2} \sum (-1)^k \frac{\sin(k-1)x}{k-1} + \frac{\sin x}{2} \sum (-1)^k \frac{\cos(k-1)x}{k-1} \\ &+ \frac{\cos x}{2} \sum (-1)^k \frac{\sin(k+1)x}{k+1} - \frac{\sin x}{2} \sum (-1)^k \frac{\cos(k+1)x}{k+1} \\ &- \sum (-1)^k \frac{\sin kx}{k} \end{aligned} \right. \\
 &= -(1 + \cos x) \sum (-1)^k \frac{\sin kx}{k} + \cos x \sin x + \frac{1}{4} \sin(2x - x) \\
 &= -(1 + \cos x) \Im \{e^{ix} - \ln(1 + e^{ix})\} + \cos x \sin x + \frac{1}{4} \sin x \\
 &= -(1 + \cos x) \left( \sin x - \frac{x}{2} \right) + \cos x \sin x + \frac{1}{4} \sin x \\
 &= x \cos^2 \frac{x}{2} - \frac{3}{4} \sin x.
 \end{aligned}$$

R. LAUFFER, Graz

Weitere Lösungen sandten A. BAGER (Hjørring) und R. WHITEHEAD (Camborne, England).

**Aufgabe 254.** Man berechne die Determinante  $|g_{ik}|$ , wo

$$g_{ik} = \frac{ax_i - by_k}{x_i - y_k} \quad (x_i \neq y_k; i, k = 1, 2, \dots, n).$$

E. TROST, Zürich

*Lösung:* Die Determinante hat den Wert

$$\begin{aligned}
 D &= (-1)^{n(n-1)/2} (a-b)^{n-1} (ax_1x_2 \cdots x_n - by_1y_2 \cdots y_n) \\
 &\quad \prod_{i < k} (x_i - x_k) (y_i - y_k) \prod_{i, k} (x_i - y_k)^{-1}.
 \end{aligned}$$

Das ergibt sich folgendermassen:  $D$  verschwindet für  $x_i = x_k$  und für  $y_i = y_k$ , ferner von  $(n-1)$ -ter Ordnung für  $a = b$  ( $g_{ik} - g_{1k}$ ,  $i = 2, 3, \dots, n$ , enthält den Faktor  $a - b$ ). Der Nenner ist vom Grad  $n^2$  in  $x_i$  und  $y_k$ , also bleibt im Zähler neben den Faktoren

$$(a-b)^{n-1} \prod_{i < k} (x_i - x_k) (y_i - y_k)$$

noch eine in  $a, b$  lineare und homogene Funktion  $af_1 + bf_2$ , wo  $f_1$  und  $f_2$  homogen und vom  $n$ -ten Grad in  $x_i, y_k$  sind. Da für  $b = 0$  der Zähler durch  $x_1x_2 \cdots x_n$  teilbar wird, ist  $f_1 = c_1x_1x_2 \cdots x_n$  und analog ergibt sich  $f_2 = c_2y_1y_2 \cdots y_n$ . Gleichzeitige Vertauschung von  $x_i$  mit  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) und  $a$  mit  $b$  ändert  $D$  nicht. Der Nenner multipliziert sich mit  $(-1)^n$  und  $(a-b)^{n-1}$  mit  $(-1)^{n-1}$ , während

$$\prod_{i < k} (x_i - x_k) (y_i - y_k)$$

unverändert bleibt, also wechselt  $af_1 + bf_2$  nur das Vorzeichen, das heisst  $c_2 = -c_1 = -c$ . Um schliesslich noch  $c$  zu bestimmen, berechnen wir das Produkt

$$D \prod (x_i - y_i)$$



für den Grenzfall  $y_i \rightarrow x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) auf zwei Arten, wobei noch  $b = 0$  gesetzt werde. In der Determinante selbst wird nur die Hauptdiagonale einen von Null verschiedenen Beitrag liefern, und zwar  $a^n x_1 x_2 \cdots x_n$ . Der oben gefundene Ausdruck dagegen liefert

$$\prod_{i < k} (x_i - x_k)^2 a^n c x_1 x_2 \cdots x_n \prod_{i \neq k} (x_i - x_k)^{-1}.$$

Da aber

$$\prod_{i \neq k} (x_i - x_k) = (-1)^{n(n-1)/2} \prod_{i < k} (x_i - x_k)^2,$$

so wird  $c = (-1)^{n(n-1)/2}$ . Damit ergibt sich der oben angegebene Wert.

C. BINDSCHEDLER, Küsnacht

Eine ähnliche Lösung sandte R. LAUFFER (Graz).

**Aufgabe 255.** Ein Faden der Länge  $L$  wird in zwei Teile zerschnitten. Aus den Teilstücken werden zwei Kurven  $\bar{C}_i$  ( $i = 1, 2$ ) gebildet, die zu den ebenen doppel-punktfreien geschlossenen Kurven  $C_i$  mit dem Umfang  $U_i$  und dem Flächeninhalt  $F_i$  ähnlich sind. Wie lang sind die beiden Teilstücke, wenn die Summe der Flächeninhalte von  $\bar{C}_1$  und  $\bar{C}_2$  minimal sein soll?

R. ROSE, Saarbrücken

*Lösung:* Sind  $x_1$  und  $x_2$  die Längen der Teile, dann ist  $x_1 + x_2 = L$  und

$$F = \frac{F_1 x_1^2}{U_1^2} + \frac{F_2 x_2^2}{U_2^2} = k_1 x_1^2 + k_2 x_2^2 = \text{Min.}$$

Die Extremalbedingung ist  $k_1 x_1 - k_2 x_2 = 0$ . Hieraus folgt

$$x_1 = \frac{L k_2}{k_1 + k_2} = \frac{L F_2 U_1^2}{F_1 U_2^2 + F_2 U_1^2}, \quad x_2 = \frac{L k_1}{k_1 + k_2} = \frac{L F_1 U_2^2}{F_1 U_2^2 + F_2 U_1^2}.$$

Das Verhältnis der Flächeninhalte  $k_1 x_1^2 : k_2 x_2^2$  ist im Fall des Minimums gleich dem Verhältnis der Umfänge  $x_1 : x_2$ .

R. LAUFFER, Graz

**Aufgabe 256.** Man zeige, dass für die reellen Wurzeln des Systems

$$\begin{cases} (x-5)^2 + (y-2)^2 + (z-6)^2 = 49, \\ (x-11)^2 + (y-7)^2 + (z-2)^2 = 49, \\ 19x - 28y - 6,5z = 0, \end{cases}$$

gilt:

$$x_1 + x_2 = 16; \quad y_1 + y_2 = 9; \quad z_1 + z_2 = 8.$$

W. LÜSSY, Winterthur

*Solution:* The system is of the following form:

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = R_1^2, \quad (1)$$

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = R_2^2, \quad (2)$$

$$A \left( x - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) + B \left( y - \frac{y_1 + y_2}{2} \right) + C \left( z - \frac{z_1 + z_2}{2} \right) = 0. \quad (3)$$

The section of the equal spheres (1) and (2) is a circle  $K$  with centre

$$K_c \left( x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad z_c = \frac{z_1 + z_2}{2} \right).$$

The plan (3) passes through  $K_c$  and cuts therefore  $K$  in two points  $M'$  ( $x', y', z'$ ) and  $M''$  ( $x'', y'', z''$ ) – the real roots of this system – lying at the ends of the same diameter. Therefore:

$$x_c = \frac{x' + x''}{2}, \quad y_c = \frac{y' + y''}{2}, \quad z_c = \frac{z' + z''}{2}.$$

G. VLAHAVAS, London

Weitere Lösungen sandten N. A. VAN ARKEL (Den Haag), C. BINDSCHIEDLER (Küsnacht), L. KIEFFER (Luxemburg), R. LAUFFER (Graz), H. SCHILT (Biel), J. SCHOPP (Budapest), R. WHITEHEAD (Camborne, England).

**Aufgabe 257.** Gegeben sei eine reelle Zahl  $\alpha > 1$ , eine Folge nichtnegativer Zahlen  $p_n, n = 1, 2, \dots$ , so dass die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} p_n$  divergiert, und das System der Ungleichungen

$$\sum_{\nu=1}^n p_{\nu} x_{\nu}^{\alpha} \leq x_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

mit nichtnegativen  $x_{\nu}$  als Unbekannten. Wenn alle  $x_{\nu}$  verschwinden, sind sämtliche Ungleichungen erfüllt; dies ist die triviale Lösung des Systems. Gibt es noch andere Lösungen?

A. PFLUGER, Zürich

*Lösung des Aufgabenstellers:* Nein!

*Beweis:* Setze

$$\sum_{\nu=1}^n p_{\nu} x_{\nu}^{\alpha} = y_n.$$

Dann ist  $y_n - y_{n-1} = p_n x_n^{\alpha}$ ,  $y_n \leq x_n$  und daher

$$p_n y_n^{\alpha} \leq y_n - y_{n-1} \quad (n = 2, 3, \dots). \tag{1}$$

Nehmen wir nun an, es gäbe noch eine andere als die genannte triviale Lösung. Dann sind von einem gewissen Index an sämtliche  $y_n$  positiv,  $y_n > 0$  für  $n \geq k$ . Nun ist

$$x_1^{1-\alpha} - x_0^{1-\alpha} \geq (\alpha - 1) x_1^{-\alpha} (x_1 - x_0)^1$$

für  $\alpha > 1$ ,  $x_1 \geq x_0 > 0$ . Daraus folgt in Verbindung mit (1)

$$(\alpha - 1) p_n \leq (\alpha - 1) y_n^{-\alpha} (y_n - y_{n-1}) \leq y_{n-1}^{1-\alpha} - y_n^{1-\alpha}$$

für  $n > k$ . Die Summation dieser Ungleichungen ergibt

$$(\alpha - 1) \sum_{k+1}^{k+m} p_n \leq y_k^{1-\alpha} - y_{k+m}^{1-\alpha} < y_k^{1-\alpha}$$

für beliebige  $m$ , was offenbar der Divergenz der Reihe widerspricht.

Eine weitere Lösung sandte C. BINDSCHIEDLER (Küsnacht).

<sup>1)</sup> Die Richtigkeit dieser Ungleichung folgt leicht aus der Tatsache, dass für die Potenzfunktion  $y = x^{\alpha-1}$  die Tangentensteigung im Punkt mit der Abszisse  $x_0$  kleiner ist als die Steigung einer Sekanten, deren zweiter Schnittpunkt eine Abszisse  $x_1 > x_0$  hat (Red.).

### Neue Aufgaben

287. Prove that the number of odd binomial coefficients of any order is a power of 2.  
LEO MOSER, Edmonton (Kanada)

288. Sei  $k$  ein Kegelschnitt und  $k'$  ein ihn doppelt berührender Kreis,  $P$  ein laufender Punkt von  $k$  und  $P'$  einer der beiden Schnittpunkte der zugehörigen Kegelschnitttangente mit dem Kreis  $k'$ . Man zeige, dass ein bestimmter Brennstrahl durch  $P$  mit dem Kreisdurchmesser durch  $P'$  einen Winkel unveränderlicher Grösse bildet.  
W. WUNDERLICH, Wien

289. Man beweise: Sind  $a, b, c, d, k$  natürliche Zahlen und gilt  $ab = cd$ , so ist

$$m = a^k + b^k + c^k + d^k$$

keine Primzahl.

R. PACHER, Graz

290. Trägt man auf den Normalen einer ebenen Kurve  $c$  das  $\lambda$ -fache des zugehörigen Krümmungsradius auf, so erhält man eine Kurve  $c_\lambda$ , die sogenannte  $\lambda$ -Zwischenevolvente von  $c$  [G. LORIA, *Spezielle algebraische und transzendente ebene Kurven*, deutsch von F. SCHÜTTE (Leipzig 1911), II, S. 273]. Durch Variieren von  $\lambda$  entsteht eine einparametrische Kurvenschar  $\{c_\lambda\}$ , der naturgemäss die Ausgangskurve  $c$  ( $\lambda = 0$ ) und ihre Evolute ( $\lambda = 1$ ) angehören. Zeichnet man sodann in jenen Punkten der Kurven  $c_\lambda$ , die zur selben Normalen der Ausgangskurve gehörenden Tangenten und Normalen, so erhält man zwei einparametrische Geradenscharen. Bestimme deren Einhüllenden!  
E. BEREIS, Wien

### Aufgaben für die Schule

Es wird kein Anspruch auf Originalität der Aufgaben erhoben; Autoren und Quellen werden im allgemeinen nicht genannt. Die Daten für Aufgaben aus der Darstellenden Geometrie sind durchweg so festgelegt, dass der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des linken Randes eines Blattes vom Format A 4 gewählt werden soll,  $x$ -Achse nach rechts,  $y$ -Achse nach vorn,  $z$ -Achse nach oben, Einheit 1 cm. Anregungen und Beiträge sind zu senden an Prof. Dr. WILLI LÜSSY, Büelrainstrasse 51, Winterthur.

1. Einem regulären Fünfeck mit der Seite  $a$  ist ein Quadrat so einbeschrieben, dass zwei Quadratseiten einer Fünfeckseite parallel sind. Berechne die Quadratseite  $x$ .

$$\left[ x = a \frac{\operatorname{ctg} 18^\circ}{1 + 2 \cos 18^\circ} \right]$$

2. Ein veränderliches reguläres Sechseck hat eine feste Ecke  $A$  und sein Mittelpunkt bewegt sich auf einer Gerade  $g$ . Zeige, dass sich die anderen Ecken auch auf Geraden bewegen, die durch einen festen Punkt gehen.

[Nämlich durch den symmetrischen Punkt von  $A$  bezüglich  $g$ .]

3. Konstruiere das reguläre Sechseck  $ABCDEF$ , wenn die Ecken  $A(6; 5; 0)$  und  $C(11; 0; 3)$  bekannt sind und die Ecke  $B$  in  $\Pi_1$  liegt.

[ $B_1(7,883; 0,983; 0)$ ,  $B_2(10,02; 3,12; 0)$ .]

4. Im regulären Siebeneck  $ABCD \dots$  gilt

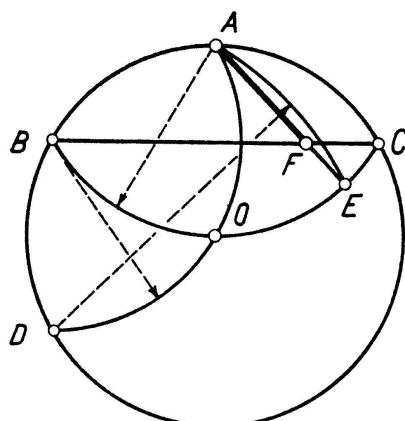
$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD}.$$

Im regulären Neuneck  $ABCD \dots$  gilt

$$AB = AE - AC.$$

[Wende den Satz von PROLEMÄUS im ersten Fall auf das Viereck  $ACDE$ , im zweiten auf das Viereck  $ACDG$  an.]

5. Herr FRITZ FRONEK, Schüler der Bundesgewerbeschule in Steyr, teilt folgende einfache, meines Wissens neue, Näherungskonstruktion für das reguläre Neuneck mit.



Man zieht um den Punkt  $A$  des gegebenen Umkreises ( $O; r$ ) den Bogen  $BOC$ , um  $B$  den Bogen  $AOD$ , um  $D$  den Bogen  $AE$ . Die Sehnen  $BC$  und  $AE$  schneiden sich in  $F$ . Die Strecke  $AF = x$  ist mit grosser Näherung gleich der gesuchten Neuneckseite.

$$\left[ x = r \frac{\sqrt{33} - 3}{4}; \text{ der Fehler beträgt } 3\text{‰} \right]$$

## Berichte

Bericht über die 60. Jahresversammlung des  
**Vereins Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrer**  
 in Lugano, 20. Oktober 1956

### *Zusammenfassung*

In der Nachmittagssitzung hielt Herr Prof. Dr. R. NEVANLINNA einen glänzenden Vortrag *Über neuere Probleme der Funktionentheorie*. Anschliessend kam als wesentlichstes Traktandum der Geschäftssitzung eine erste Diskussion über das Minimalprogramm des Mathematikunterrichts in Gang. Nach dem gemeinsamen Nachessen, an dem etwa 50 Kollegen teilnahmen, wurden die laufenden Vereinsangelegenheiten, vor allem die verschiedenen Berichte, erledigt, und zum Schluss hielt P. Dr. S. Horz, Ascona, eine auch didaktisch interessante Plauderei über *Feldtheoretische Ableitung der Gesetze von Biot-Savart und von Ampère*.

### *Geschäftssitzung des VSM*

Der Bericht des Präsidenten wurde einstimmig genehmigt, ebenso, auf Vorschlag der Rechnungsrevisoren, derjenige des Kassiers, dem zu entnehmen ist, dass eine Erhöhung des Mitgliederbeitrags bald ins Auge gefasst werden muss. Die Berichte der Präsidenten der Lehrmittelkommissionen (deutsch und französisch) zeugen von einem normalen Fortschreiten dieses wichtigen Tätigkeitsgebietes unseres Vereins. Herr A. ORY, Biel, wurde zum Nachfolger des verstorbenen Kollegen H. JOBIN gewählt.

14 neue Mitglieder konnten aufgenommen werden.

### *Minimalprogramm für den Mathematikunterricht*

Einleitend fasste der Präsident die Vorgeschichte der nachfolgenden Diskussion zusammen. Einerseits hatte der Vorstand des VSM im Herbst 1955 in Baden den Auftrag erhalten, ein Minimalprogramm für den Mathematikunterricht auszuarbeiten, wie das