Kleine Mitteilungen

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **1 (1946)**

Heft 3

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Die quadratische Gleichung lautet: $46{,}40\,x^2 + 663{,}20\,x + 1508 = 0$.

Lösungen: $x_1 = -\ \ 2{,}837$ (das heißt, es bildet sich HJ),
$x_2 = -11{,}456$ (unmöglich).

Endkonzentrationen: $[HJ] = 7{,}674$ Mol/m^3; $[H_2] = 7{,}163$ Mol/m^3; $[J_2] = 0{,}163$ Mol/m^3.

Da die Partialdrucke proportional sind zu den molaren Konzentrationen, so kann man analoge Betrachtungen an der Form (II) des Massenwirkungsgesetzes anstellen und erhält sofort die Bestimmungsgleichung:

$$\frac{(p_A - 2x)^2}{(p_B + x)^2 (p_C + x)} = K_p(T).$$

Man muß hier aber zunächst die Drucke von der Zimmertemperatur auf die Drucke bei der Reaktionstemperatur umrechnen, und $2x$ ist auch die Abnahme des Partialdrucks von A bei der Reaktionstemperatur T. Nur für den Fall, wo $i = 0$ ist, dürfen direkt die Werte bei Zimmertemperatur eingesetzt werden.

Diese einfachen Betrachtungen sind nicht mehr durchführbar bei der Form (III) für die q-Werte. Dies rührt davon her, daß in dieser Form der Gleichung sich der Totaldruck p_t nur im Fall $i = 0$ heraushebt! Man berechnet daher die q-Werte besser auf dem Umweg über den Dissoziationsgrad.

Über die chemisch wichtigen Reaktionsformen seien im folgenden Heft 4 Angaben gemacht, da das prinzipielle Gepräge gleich bleibt. Hier zeigt sich aber die ganze Mannigfaltigkeit der algebraischen Studienobjekte. Eine Menge von Kurvenformen gewinnen für den Chemiker prinzipielles Interesse, weil technisch wichtige Reaktionen von ihnen beherrscht werden.

P. FRAUENFELDER, Winterthur

Kleine Mitteilungen

I. *Eine bemerkenswerte Zahlenreihe.* Herr G. SCHUBERT machte auf folgende interessante Tatsache aufmerksam: Bildet man die Reihe

$$x_1 = 1,\ x_2 = 3,\ x_3 = 4,\ x_4 = 7,\ \text{allgemein}\ x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$$

($n = 1, 2, 3, \ldots$), so ist die Zahl $x_n - 1$ durch n teilbar, sofern n eine Primzahl ist. Für erstaunlich viele Nummern n gilt auch die Umkehrung, daß nämlich $x_n - 1$ durch n *nicht* teilbar ist, sofern n *keine* Primzahl ist.

Prof. P. FINSLER teilt auf eine diesbezügliche Anfrage in einer Zuschrift an die Redaktion mit, daß z. B. die Nummern $n = 705$ und $n = 4181$ eine Ausnahme bilden. Da manche Leser Interesse daran haben werden, sei hier die betreffende Briefstelle (vom 13. Februar 1946) mit gütiger Erlaubnis von Prof. FINSLER veröffentlicht:

«Mit $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $\beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ wird $x_n = \alpha^n + \beta^n$, und da für $p =$ Primzahl und $0 < k < p$ $\binom{p}{k}$ durch p teilbar ist, folgt $x_p \equiv 1$ (mod. p). Weiter ergibt sich $x_{a+b} = x_a x_b - (-1)^b x_{a-b}$, speziell $x_{2n} = x_n^2 \pm 2$ und durch Induktion $x_{ap} \equiv x_{(a-1)p}\, x_p + x_{(a-2)p} \equiv x_a$ (mod. p). Ist q Primzahl $\neq p$, so ist also $x_{pq} - 1$ durch pq teilbar, wenn $x_p - 1$ durch q und $x_q - 1$

durch p teilbar ist. So findet man $pq = 37 \cdot 113 = 4181$ als erstes Beispiel, weiter noch $43 \cdot 307$ und $47 \cdot 1103$. Es ist merkwürdig, daß die Bedingungen gleich mehrmals erfüllt sind. 4181 ist die erste Ausnahme mit 2 Primfaktoren; es gilt für Primzahlen $x_{p^2} \equiv x_p$ (mod. p^2), $x_{p^2} \equiv 1$ führt also zu $x_p \equiv 1$ (mod. p^2), was für $p < 67$ nicht erfüllt ist. Es gibt aber noch eine frühere Ausnahme mit 3 Faktoren: $n = 3 \cdot 5 \cdot 47 = 705$, denn es ist $x_{3 \cdot 5} - 1$ durch 47, $x_{3 \cdot 47} - 1$ durch 5 und $x_{5 \cdot 47} - 1$ durch 3 teilbar. Man kann die Reste auch für größere Zahlen leicht finden wegen $x_{2n} = x_n^2 \pm 2$ und $x_{2n+1} = x_n x_{n+1} \pm 1$ $\left(\text{für } n \begin{array}{l}\text{ungerade}\\ \text{gerade}\end{array}\right)$. Man könnte also die Regeln zur Prüfung der Teilbarkeit von n verwenden, doch geht dies wohl einfacher mit dem FERMATschen Satz. Über ähnliche, die „Zahlen von FIBONACCI" betreffende Untersuchungen vgl. Encykl. IC1, S. 577, und Pascal Repert. I, S. 1563.»

In diesem Zusammenhang macht Herr FINSLER auf das folgende Problem aufmerksam, dessen Lösung noch nicht bekannt zu sein scheint. Vielleicht findet ein Leser einen Weg dazu:

Nach EULER hat die Zahl e die Kettenbruchentwicklung (2; 1, 2, 1, 1, 4, 1, 1, 6, 1, 1, 8, 1, ...). Bedeutet b_n den Nenner des n-ten Näherungsbruches (also $b_1 = 1$, $b_2 = 1$, $b_3 = 3$, $b_4 = 4$, $b_5 = 7$, $b_6 = 32$ usw.), so ist für kleine Werte von m stets b_{3m} durch m teilbar. Gilt dies allgemein für beliebige Werte von m?

II. *A propos des angles des axes d'une axonométrie orthogonale.*

Afin d'abréger, nous appelons angle de deux axes d'une axonométrie l'angle de leurs portions positives ou négatives. Cet angle est obtus.

La démonstration de ce fait est très simple. Soient XYZ le triangle d'axonométrie et x, y et z les distances respectives de ses sommets au sommet O du trièdre rectangle fondamental. Les sens positifs des axes sont ceux déterminés à partir du sommet O par les sommets du triangle d'axonométrie.

Le théorème de PYTHAGORE donne

$$XY^2 = x^2 + y^2; \quad YZ^2 = y^2 + z^2 \quad \text{et}$$
$$ZX^2 = x^2 + z^2 = XY^2 + YZ^2 - 2XY \cdot YZ \cdot \cos\beta = x^2 + 2y^2 + z^2 - 2XY \cdot YZ \cos\beta,$$

ou β est l'angle XYZ.

Après réduction, la dernière équation donne

$$y^2 = XY \cdot YZ \cdot \cos\beta.$$

$\cos\beta$ est positif, l'angle est aigu.

Le triangle d'axonométrie est acutangle. Les axes de l'axonométrie, qui sont portés par les hauteurs du triangle d'axonométrie, forment des angles obtus.

P. ROSSIER, Genève

Aufgaben

17. Deux droites gauches a et b sont tangentes à une sphère. Trouver le lieu géométrique des points de contact et toutes les tangentes à la sphère qui coupent a et b.

L. KOLLROS

18. Le rectangle $ABCD$ est la base d'une pyramide dont le sommet S est sur la perpendiculaire au plan du rectangle menée par son centre. Trouver le volume du solide commun au parallélépipède dont $ABCD$ est la section droite et au paraboloïde de révolution de sommet S passant par le cercle circonscrit au rectangle $ABCD$. Le volume est limité au plan du rectangle. L. KOLLROS