Une caractérisation des formes exactes de degré 1 sur les espaces projectifs.

Autor(en): **Gasqui, Jacques / Goldschmidt, H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Commentarii Mathematici Helvetici**

Band (Jahr): **60 (1985)**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-46299

Comment. Math. Helvetici **60** (1985) 046–053 0010-2571/85/010046-08\$01.50 + 0.20/0

Une caractérisation des formes exactes de degré 1 sur les espaces projectifs

JACQUES GASQUI et HUBERT GOLDSCHMIDT

Une forme de degré 1 sur une variété riemannienne compacte est à *énergie nulle* si son intégrale le long de toute géodésique fermée est nulle. Une question naturelle qui se pose alors est de savoir si les formes exactes de degré 1 sont les seules à posséder cette propriété. Elle est particulièrement intéressante pour un espace symétrique compact de rang 1, car les géodésiques de sa métrique canonique sont toutes fermées et de même longueur. Si l'on exclut les sphères pour lesquelles les formes "impaires" fournissent facilement des exemples de formes de degré 1, à énergie nulle et non exactes, la première contribution à cette question a été obtenue par R. Michel dans [4], où il donne une réponse positive pour les espaces projectifs réels. Nous nous proposons ici de régler le cas des espaces projectifs restants, en prouvant le

THEOREME. *Sur un espace projectif complexe ou quaternionien de dimension $\geqslant 2$, ou sur le plan projectif des octaves de Cayley, les formes de degré 1, à énergie nulle, sont exactes.*

Comme les géodésiques de ces espaces sont les droites projectives réelles, linéairement plongées, notre résultat est en fait de nature topologique.

La preuve de ce théorème se réduit facilement à l'étude du cas complexe et, via le résultat de Michel cité plus haut, elle revient à démontrer l'exactitude d'un complexe d'opérateurs différentiels homogènes sur l'espace symétrique $\mathbb{P}^m(\mathbb{C}) = U(m+1)/U(1)\times U(m)$. Ceci est mené à bien en utilisant la théorie des représentations du groupe unitaire, d'une manière tout à fait semblable à ce que nous avions fait dans [3] pour la conjecture infinitésimale de Blaschke sur $\mathbb{P}^m(\mathbb{C})$.

1. Soit X un espace projectif dont on note T le fibré tangent et T^* le fibré cotangent. On désigne par $\Lambda^k T^*$ la puissance extérieure k-ième de T^*. Si E est un fibré vectoriel sur X, on note $\mathbf{E}$ le faisceau des sections de E, et $C^\infty(E)$ l'espace des sections globales de E sur X. On munit X de sa métrique canonique g.

Dans ce paragraphe et le suivant, nous supposons que X est l'espace projectif complexe $\mathbb{P}^m(\mathbb{C})$, avec $m \geqslant 2$. On désigne par $J: T \to T$ la structure presque-complexe canonique de X, et si $\xi \in T$, on convient que $\mathbb{C}\xi = \mathbb{R}\xi \oplus \mathbb{R}J\xi$. La métrique canonique g est dans ce cas la métrique kählerienne de Fubini-Study de $\mathbb{P}^m(\mathbb{C})$.

Soit E le sous-fibré de $\Lambda^2 T^*$ formé des éléments $\omega \in \Lambda^2 T^*$ dont les restrictions aux sous-variétés totalement géodésiques, isométriques au plan projectif réel $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ muni de sa métrique à courbure constante 1, sont nulles. Puisque ces sous-variétés sont de la forme $\mathrm{Exp}_x(\mathbb{R}\xi \oplus \mathbb{R}\eta)$, avec $x \in X$ et $\xi, \eta \in T_x - \{0\}$, tels que $\mathbb{C}\xi$ et $\mathbb{C}\eta$ soient orthogonaux (cf. [2, p. 79]), un élément ω de $\Lambda^2 T^*$ appartient à E si et seulement si

$$\omega(\xi, \eta) = 0,$$

pour tous $\xi, \eta \in T$ tels que $\mathbb{C}\xi$ et $\mathbb{C}\xi$ soient orthogonaux.

LEMME 1. *Soit α une forme de degré* 1 *sur X. Les conditions suivantes sont équivalentes*:

(i) *α est à énergie nulle*;

(ii) *$d\alpha$ est une section de E.*

Démonstration. Soient $x \in X$ et $\xi, \eta \in T_x - \{0\}$; supposons que $\mathbb{C}\xi$ et $\mathbb{C}\eta$ soient orthogonaux. Alors $Y = \mathrm{Exp}_x(\mathbb{R}\xi \oplus \mathbb{R}\eta)$ est une sous-variété totalement géodésique de X, isométrique à $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ muni de sa métrique à courbure constante 1. Si $i: Y \to X$ est l'inclusion naturelle, la condition (i) implique que la forme $i^*\alpha$ sur Y est à énergie nulle; le résultat de Michel (cf. [4, Théorème 1.7]) pour $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ nous dit que $i^*\alpha$ est exacte, et ainsi que $(d\alpha)(\xi, \eta) = 0$. Inversement, si (ii) est vraie, alors $di^*\alpha = 0$ et $i^*\alpha$ est exacte; donc l'intégrale de α sur toute géodésique de Y est nulle, ce qui entraine (i).

Soit

$$\tilde{d}: \mathbf{T}^* \to \Lambda^2 \mathbf{T}^*/\mathbf{E} \tag{1}$$

l'opérateur différentiel linéaire d'ordre 1 qui envoie une forme α de degré 1, sur $\beta d\alpha$, où β est la projection canonique de $\Lambda^2 T^*$ sur $\Lambda^2 T^*/E$. Si $\mathbb{1}$ désigne le fibré trivial réel de rang un sur X, le lemme 1 nous dit que le théorème est vrai pour $X = \mathbb{P}^m(\mathbb{C})$ si et seulement si le complexe

$$C^\infty(\mathbb{1}) \xrightarrow{d} C^\infty(T^*) \xrightarrow{\tilde{d}} C^\infty(\Lambda^2 T^*/E)$$

est exact.

Nous supposons connus les résultats des paragraphes 2 et 3 de [3] (qui sont en fait indépendants du §1 de ce papier); nous nous servirons des notations et de la terminologie qui y sont introduites.

Le groupe unitaire $G = U(m+1)$ agit sur $\mathbb{C}^{m+1}$ et transitivement sur (X, g) par des isométries. Le groupe d'isotropie de l'image canonique x_0 dans $\mathbb{P}^m(\mathbb{C})$ du point $(1, 0, \ldots, 0)$ de $\mathbb{C}^{m+1}$ est égal au sous-groupe $K = U(1) \times U(m)$ de G. On identifie X avec G/K; rappelons que (X, g) est un espace hermitien symétrique et que G agit sur X par des transformations holomorphes. On peut identifier T_{x_0} avec $\mathbb{C}^m$ de telle sorte que la structure presque- complexe de T_{x_0} soit celle de $\mathbb{C}^m$, que l'action de K sur T_{x_0} soit donnée par

$$\begin{pmatrix} e^{i\theta} & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix} \cdot z = e^{-i\theta} A(z),$$

pour $\theta \in \mathbb{R}$, $A \in U(m)$ et $z \in \mathbb{C}^m$, et que la métrique kählérienne g en x_0 soit déterminée par le produit scalaire hermitien standard de $\mathbb{C}^m$ (cf. [2]).

Notons $F_{\mathbb{C}}$ le complexifié d'un fibré vectoriel réel F sur X. On écrit

$$F_1 = \mathbb{1}_{\mathbb{C}}, \qquad F_2 = T^*_{\mathbb{C}}, \qquad F_3 = (\Lambda^2 T^*/E)_{\mathbb{C}},$$

et on note $\tilde{d} : \mathbf{F}_2 \to \mathbf{F}_3$ l'opérateur différentiel induit par (1). Ces fibrés sur G/K, munis des produits scalaires hermitiens provenant de la métrique g, sont homogènes et unitaires, et

$$C^\infty(F_1) \xrightarrow{d} C^\infty(F_2) \xrightarrow{\tilde{d}} C^\infty(F_3)$$

est un complexe d'opérateurs différentiels linéaires homogènes sur G/K. L'opérateur $d : \mathbf{F}_1 \to \mathbf{F}_2$ étant à symbole injectif, la proposition 2.3 de [3] nous donne maintenant la

PROPOSITION 1. *Le théorème est vrai pour* $X = \mathbb{P}^m(\mathbb{C})$, *avec* $m \geq 2$, *si et seulement si le complexe*

$$C^\infty_\gamma(F_1) \xrightarrow{d} C^\infty_\gamma(F_2) \xrightarrow{\tilde{d}} C^\infty_\gamma(F_3)$$

est exact, pour tout $\gamma \in \hat{G}$, *avec* $G = U(m+1)$.

Soit $\zeta = (\zeta_0, \zeta_1, \ldots, \zeta_m)$ le système de coordonnées standard de $\mathbb{C}^{m+1}$. L'espace

$\mathcal{A}$ des fonctions sur $\mathbb{C}^{m+1}$, à valeurs complexes, et dont les restrictions à la sphère unité S^{2m+1} sont invariantes par $U(1)$, est un $U(m+1)$-module; si $f \in \mathcal{A}$, on note $\tilde{f}$ la fonction sur $\mathbb{P}^m(\mathbb{C})$, obtenue par restriction à S^{2m+1}, puis passage au quotient. Désignons par $\mathcal{H}_q$ le sous-$U(m+1)$-module des polynômes complexes bihomogènes sur $\mathbb{C}^{m+1}$, de degré q en ζ et de degré q en $\bar{\zeta}$ et qui sont harmoniques. Tous ces polynômes sont invariants par $U(1)$; l'espace $\tilde{\mathcal{H}}_q$ des fonctions sur $\mathbb{P}^m(\mathbb{C})$, déduit de $\mathcal{H}_q$, est isomorphe à $\mathcal{H}_q$ en tant que $U(m+1)$-modules. Rappelons que $\tilde{\mathcal{H}}_q$ est l'espace propre du laplacien Δ de (X, g), associé à la valeur propre $4q(q+m)$, pour $q \geq 0$, et que $\tilde{\mathcal{H}}_q$ est un $U(m+1)$-module irréductible de poids dominant $q\lambda_0 - q\lambda_m$ (cf. [1, Propositions C.III.1 et C.I.8]). De plus, $(\zeta_m\bar{\zeta}_0)^q$ est un élément de $\mathcal{H}_q$ de poids $q\lambda_0 - q\lambda_m$ et $\mathcal{H}_q$ est stable par la conjugaison de $\mathcal{A}$ qui envoie f sur $\bar{f}$ (cf. [3, §4]).

On pose $f = \zeta_m\bar{\zeta}_0$ et $f' = \zeta_{m-1}\bar{\zeta}_0$. Rappelons que le sous-$U(m+1)$-module W_q de $\mathcal{H}_q \otimes \Lambda^2\mathcal{H}_1$, engendré par $f^q \otimes f \wedge f'$, est irréductible et de poids dominant

$$(q+2)\lambda_0 - \lambda_{m-1} - (q+1)\lambda_m.$$

Son image $\bar{W}_q$ par la conjugaison de $\mathcal{H}_q \otimes \Lambda^2\mathcal{H}_1$ est un $U(m+1)$-module irréductible de poids dominant

$$(q+1)\lambda_0 + \lambda_1 - (q+2)\lambda_m$$

(cf. [3, §4]).

Si $T^{(p,q)}$ désigne le fibré des formes de type (p, q) sur X, on a la décomposition G-invariante

$$T^*_{\mathbb{C}} = T^{(1,0)} \oplus T^{(0,1)},$$

avec $T^{(0,1)} = \overline{T^{(1,0)}}$.

Au §2, nous démontrerons les lemmes suivants:

LEMME 2. *Pour* $q \geq 1$, *on a*

$$\tilde{d}\,\partial \tilde{f}^q \neq 0.$$

LEMME 3. *Pour* $q \geq 0$, *on a*

$$\tilde{d}(\tilde{f}^q(\tilde{f}\,\partial \tilde{f}' - \tilde{f}'\,\partial \tilde{f})) \neq 0.$$

Puisque $\mathcal{H}_q = \bar{\mathcal{H}}_q$ est un $U(m+1)$-module irréductible et que $f^q \in \mathcal{H}_q$, il résulte du lemme 2 que $\partial\tilde{\mathcal{H}}_q$ (resp. $\bar{\partial}\tilde{\mathcal{H}}_q$) est un sous-$U(m+1)$-module irréductible de $C^\infty_{q\lambda_0-q\lambda_m}(T^{(1,0)})$ (resp. $C^\infty_{q\lambda_0-q\lambda_m}(T^{(0,1)})$), pour $q\geq 1$.

Les applications

$$\eta' : \mathcal{A}\otimes\Lambda^2\mathcal{A}\to C^\infty(T^{(1,0)}),$$
$$\eta'' : \mathcal{A}\otimes\Lambda^2\mathcal{A}\to C^\infty(T^{(0,1)}),$$

déterminées par

$$\eta'(f_0\otimes f_1\wedge f_2)=\tilde{f}_0(\tilde{f}_1\,\partial\tilde{f}_2-\tilde{f}_2\,\partial\tilde{f}_1),$$
$$\eta''(f_0\otimes f_1\wedge f_2)=\tilde{f}_0(\tilde{f}_1\,\bar{\partial}\tilde{f}_2-\tilde{f}_2\,\bar{\partial}\tilde{f}_1),$$

avec $f_0, f_1, f_2\in\mathcal{A}$, sont des morphismes de $U(m+1)$-modules; nous avons aussi

$$\eta''(\bar{w})=\overline{\eta'(w)}$$

pour $w\in\mathcal{A}\otimes\Lambda^2\mathcal{A}$. Avec le lemme 3, pour $q\geq 1$, on voit que $\eta'(W_{q-1})$ (resp. $\eta''(\bar{W}_{q-1})=\overline{\eta'(W_{q-1})}$) est un sous-$U(m+1)$-module irréductible de

$$C^\infty_{(q+1)\lambda_0-\lambda_{m-1}-q\lambda_m}(T^{(1,0)})\qquad(\text{resp. } C^\infty_{q\lambda_0+\lambda_1-(q+1)\lambda_m}(T^{(0,1)})).$$

Les K-modules F_{1,x_0}, $T^{(1,0)}_{x_0}$ et $T^{(0,1)}_{x_0}$ sont irréductibles et leurs poids dominants sont égaux à 0, $\lambda_0-\lambda_m$ et $-\lambda_0+\lambda_1$, respectivement. A l'aide de la proposition 3.1 de [3] et du lemme de Schur, on obtient les multiplicités des modules $C^\infty_\gamma(F)$ de la proposition suivante. On déduit alors la description explicite des sous-modules $C^\infty_\gamma(F)$ de cette proposition.

PROPOSITION 2. *Si F est l'un des fibrés homogènes $\mathbb{1}_{\mathbb{C}}$, $T^{(1,0)}$ ou $T^{(0,1)}$, pour $\gamma\in\hat{G}$, le sous-G-module $C^\infty_\gamma(F)$ de $C^\infty(F)$ est ou bien nul ou bien irréductible. Les sous-G-modules irréductibles de $C^\infty(F)$ sont donnés par le tableau:*

$\gamma\in\hat{G}$		$C^\infty_\gamma(\mathbb{1}_{\mathbb{C}})$	$C^\infty_\gamma(T^{(1,0)})$	$C^\infty_\gamma(T^{(0,1)})$
$q\lambda_0-q\lambda_m$	$q=0$	$\tilde{\mathcal{H}}_0$	0	0
	$q\geq 1$	$\tilde{\mathcal{H}}_q$	$\partial\tilde{\mathcal{H}}_q$	$\bar{\partial}\tilde{\mathcal{H}}_q$
$(q+1)\lambda_0-\lambda_{m-1}-q\lambda_m$	$q\geq 1$	0	$\eta'(W_{q-1})$	0
$q\lambda_0+\lambda_1-(q+1)\lambda_m$	$q\geq 1$	0	0	$\eta''(\bar{W}_{q-1})$

Le noyau $\operatorname{Ker} d$ de $d : C^\infty(F_1)\to C^\infty(F_2)$ est égal à l'espace $\tilde{\mathcal{H}}_0$ des fonctions constantes sur X, et on a donc

$$\operatorname{Ker} d = C^\infty_\gamma(\mathbb{1}_{\mathbb{C}}), \qquad \text{avec } \gamma = 0.$$

A partir de ceci, de la proposition 2.3 de [3] et des propositions 2 et 3, on voit que le théorème est vrai pour $X = \mathbb{P}^m(\mathbb{C})$ si et seulement si

$$\tilde{d} C^\infty_\gamma(F_2) \neq 0,$$

pour $\gamma = q\lambda_0 - q\lambda_m$, $(q+1)\lambda_0 - \lambda_{m-1} - q\lambda_m$ et $q\lambda_0 + \lambda_1 - (q+1)\lambda_m$, avec $q \geqslant 1$. Cette dernière condition est équivalente à

$$\tilde{d}\, \partial \mathcal{H}_q \neq 0, \qquad \tilde{d}\eta'(W_{q-1}) \neq 0,$$

pour tout $q \geqslant 1$. Les lemmes 2 et 3 nous donnent ces deux relations, et ainsi nous avons donc démontré le théorème pour $\mathbb{P}^m(\mathbb{C})$.

2. Nous démontrons maintenant les lemmes 2 et 3. Soit $p : \mathbb{C}^{m+1} - \{0\} \to \mathbb{P}^m(\mathbb{C})$ la projection naturelle et U l'ouvert de $\mathbb{P}^m(\mathbb{C})$ égal à

$$p(\mathbb{C}^* \times \mathbb{C}^m) = p(\{(\zeta_0, \dots, \zeta_m) \in \mathbb{C}^{m+1} \mid \zeta_0 \neq 0\}).$$

On note $z = (z_1, \dots, z_m)$ la coordonnée holomorphe sur U, donnée par les coordonnées homogènes; on a donc

$$z_j = \widetilde{\zeta_j/\zeta_0},$$

pour $j = 1, \dots, m$. On pose $z_j = x_j + \sqrt{-1}\, y_j$, avec x_j et y_j à valeurs réelles. On écrit

$$|z| = (|z_1|^2 + \cdots + |z_m|^2)^{1/2}.$$

Un potential kählérien de g sur U est $\frac{1}{2}\log(1+|z|^2)$, ce qui fait que

$$g_{i\bar{j}} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \log(1+|z|^2)}{\partial z_i\, \partial \bar{z}_j} = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta_{ij}}{1+|z|^2} - \frac{\bar{z}_i z_j}{(1+|z|^2)^2}\right).$$

On a

$$f = \frac{z_m}{1+|z|^2}, \qquad f' = \frac{z_{m-1}}{1+|z|^2}$$

sur U.

Sur u et v sont deux fonctions sur U, à valeurs complexes, on écrit

$$u = v + \mathcal{T}(Z),$$

lorsque $u - v$ s'annule sur la courbe complexe Z de U, d'équations $z_1 = \cdots = z_{m-1} = 0$. On pose

$$\xi = \sqrt{1+|z|^2}\frac{\partial}{\partial x_m} + \frac{\partial}{\partial x_{m-1}}, \qquad \eta = \sqrt{1+|z|^2}\frac{\partial}{\partial y_m} - \frac{\partial}{\partial y_{m-1}}.$$

Puisque

$$\left\|\frac{\partial}{\partial x_{m-1}}\right\| = \sqrt{1+|z|^2}\left\|\frac{\partial}{\partial x_m}\right\|$$

sur Z, les droites complexes $\mathbb{C}\xi$ et $\mathbb{C}\xi$ sont orthogonales de long de Z. On vérifie facilement que

$$\frac{1}{i}(d\,\partial \tilde{f}^q)(\xi, \eta) = -\frac{2q^2\tilde{f}^q}{1+|z|^2} + \mathcal{T}(Z).$$

Ceci prouve que $\tilde{d}\,\partial \tilde{f}^q \neq 0$, pour $q \geqslant 1$, d'où le lemme 2.

Par ailleurs, si $i \neq j$, les droites $\mathbb{C}(\partial/\partial x_i)$ et $\mathbb{C}(\partial/\partial x_j)$ sont orthogonales le long de Z. Il est alors facile de voir que

$$d(\tilde{f}^q(\tilde{f}\,\partial\tilde{f}' - \tilde{f}'\,\partial\tilde{f}))\left(\frac{\partial}{\partial x_{m-1}}, \frac{\partial}{\partial x_m}\right) = \frac{(q+2)\tilde{f}^q}{(1+|z|^2)^3}(z_m^2 - 1) + \mathcal{T}(Z),$$

pour $q \geqslant 0$, d'où le lemme 3.

3. Supposons que X soit l'espace projectif quaternionien $\mathbb{P}^m(\mathbb{H})$, avec $m \geqslant 2$, ou le plan projectif des octaves de Cayley $\mathbb{P}^2(\mathbb{C}a)$. Soient $x \in X$ et ξ, η des vecteurs unitaires et orthogonaux de T_x. Dans le premier cas, considérons le sous-espace $\xi \cdot \mathbb{K}$ de T_x de dimension 4 défini dans [2, p. 74]. Dans le second, notons $\xi \cdot \mathbb{K}$ le sous-espace de T_x engendré par ξ et l'espace propre de dimension 7 correspondant à la valeur propre 4 de l'endomorphisme auto-adjoint

$$\zeta \mapsto \tilde{R}(\zeta, \xi)\xi$$

de T_x, où $\tilde{R}$ est la courbure de (X, g) section de $\Lambda^2T^* \otimes T^* \otimes T$, telle qu'elle est définie dans [3, §1]. Si η est orthogonal à $\xi \cdot \mathbb{K}$, alors $Y = \mathrm{Exp}_x(\mathbb{R}\xi \otimes \mathbb{R}\eta)$ est dans les deux cas une sous-variété totalement géodésique de X, isométrique à $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ muni de sa métrique à courbure constante 1; notons $i: Y \to X$ l'inclusion naturelle. Si $\eta \in \xi \cdot \mathbb{K}$, soient ζ un vecteur unitaire de T_X orthogonal à $\xi \cdot \mathbb{K}$, et ζ_1, ζ_2 deux vecteurs orthogonaux appartenant à $\zeta \cdot \mathbb{K}$. Alors

$$Z = \mathrm{Exp}_x (\mathbb{R}\xi \oplus \mathbb{R}\eta \oplus \mathbb{R}\zeta_1 \oplus \mathbb{R}\zeta_2)$$

est une sous-variété totalement géodésique de X, isométrique à $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ équipé de sa métrique canonique; notons $j: Z \to X$ l'inclusion naturelle (cf. [2, Chapitre 3]).

Soit α une forme de degré 1 sur X à énergie nulle. Si η est orthogonal à $\xi \cdot \mathbb{K}$, alors $i^*\alpha$ est à énergie nulle sur Y, et d'après le résultat de Michel [4] pour $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$, on a $(d\alpha)(\xi, \eta) = 0$. Si $\eta \in \xi \cdot \mathbb{K}$, alors $j^*\alpha$ est à énergie nulle sur Z, et d'après le théorème pour $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$, on voit que $(d\alpha)(\xi, \eta) = 0$. Ainsi α est fermée; puisque X est simplement connexe, α est donc exacte, et nous avons démontré le théorème pour X.

REFERENCES

[1] M. Berger, P. Gauduchon et E. Mazet, *Le spectre d'une variété riemannienne*, Lecture Notes in Mathematics, no 194, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1971.

[2] A. Besse, *Manifolds all of whose geodesics are closed*, Ergebnisse der Mathematik, no 93, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1978.

[3] J. Gasqui et H. Goldschmidt, *Déformations infinitésimales des espaces riemanniens symétriques. II. La conjecture infinitésimale de Blaschke pour les espaces projectifs complexes*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble), *2* (1984) 191–226.

[4] R. Michel, *Sur quelques problèmes de géométrie globale des géodésiques*, Bol. Soc. Bras. Mat., *9* (1978), 19–38.

Institut Fourier
B.P. 74
34802 St Martin d'Hères
(France)

Department of Mathematics
Columbia University
New York, N.Y. 10027
(U.S.A.)

Reçu le 22 février 1984