Über einen arithmetischen Satz von Kürschák.

Autor(en): **Obláth, Richard**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Commentarii Mathematici Helvetici**

Band (Jahr): **8 (1935-1936)**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-9293

Über einen arithmetischen Satz von Kürschák

Von Richard Obláth, Budapest

Den wohlbekannten Kürschák'schen Satz[1]), daß die *Summe*

$$\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\cdots+\frac{1}{n+k} \tag{1}$$

nie eine ganze Zahl sein kann, wenn n und k positive ganze Zahlen sind, kann man auch mit Hilfe des in der neueren Literatur öfter vorkommenden Sylvester-Schur'schen Satzes beweisen[2]). Laut demselben gibt es in der Folge $n, n+1, \cdots, n+k$ stets eine solche Zahl $n+r \leqq n+k$, welche einen Primteiler $p>k$ zuläßt, wenn $n>k$ ist. Wenn aber $n \leqq k$ ist, sichert der Tschebyscheff'sche Satz in der zweiten Hälfte dieser Folge das Vorhandensein einer Primzahl, welche ebenfalls mit p bezeichnet werden soll. Da Herr Erdös diese beiden Sätze unlängst elementar arithmetisch bewiesen hat[3]), erhalten wir einen neuen elementaren Beweis des vorangestellten Satzes.

Die Summe 1) bezeichnen wir mit A, dann ist

$$\frac{1}{n+r}=\frac{1}{pp_1}=A-B$$

wenn $n+r=pp_1$ gesetzt und die Summe der übrigen Glieder mit B bezeichnet wird. Unter den Primfaktoren des Nenners der Zahl B kommt aber p (wegen $p>k$ resp. $>\frac{1}{2}(n+k)$) nicht vor, A kann daher keine ganze Zahl sein. Q. e. d.

---

1) *Kürschák,* Math. és Phys. Lapok 27., 1918, p. 299. *Pólya-Szegö:* Aufg. u. Lehrs. a. d. Analysis II., 1925, pp. 159 u. 381. VIII. Abschn. Aufg. 251.

2) *Sylvester:* Mess. of. Math. 21., 1892, pp. l. u. 87. Coll. math. Papers 4., 1912, p. 687., auch als quest. nr. 10951 in den Ed. Times. *I. Schur:* Sitz. Ber. Akad. Wiss. Berlin, Phys. Math. Kl. 1929. IX. p. l. und XXIII. p. l. *Obláth* Tôh. Math. Journ. 38., 1933, pp. 82. u. 89. *Erdös:* Journ. Lond. Math. Soc. 9., 1934, p. 282.

3) *Erdös:* Journ. Lond. Math. Soc. 9. / : 1934: / p. 282 und *Erdös:* Acta. Litt. ac Scient. Szeged 5 / : 1932: / p. 194.

Der Erdös'sche Beweis des Sylvester-Schur'schen Satzes läßt sich auch auf die arithmetische Reihe ausdehnen, man kann daher verschiedene Verallgemeinerungen des Kürschák'schen Satzes[4]) in derselben Weise herleiten.

---

[4]) *Nagell:* Skrifter Oslo 1923 / : 1924 : / , Nr. 13. p. 10. *Erdös:* Math. és Phys. Lapok 39, 1932, p. 17. *Obláth,* Math. és Phys. Lapok 27., 1918, p. 93., *Appell:* Journ. de math. 9 série, t. 6., 1927, p. 121.

(Eingegangen den 8. August 1935.)