

# Filter und Filterprobleme

Autor(en): **Locher, F.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Technische Mitteilungen / Schweizerische Telegraphen- und Telephonverwaltung = Bulletin technique / Administration des télégraphes et des téléphones suisses = Bollettino tecnico / Amministrazione dei telegrafi e dei telefoni svizzeri**

Band (Jahr): **24 (1946)**

Heft 5

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-873232>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Filter und Filterprobleme \*)

Von F. Locher, Bern

621.392.52

Der Vortrag gibt einen kurz gefassten Überblick über die heute im Ton- und Hochfrequenzgebiet bis zu ungefähr 300 kHz zur Anwendung gelangenden elektrischen Filter, sowie deren Berechnungsgrundlagen. Der Einfluss der Stossdämpfungen und der Verluste in den Schaltelementen auf die Filtereigenschaften wird erläutert. Der Stand der heutigen Filtertechnik wird anhand einiger ausgewählter Beispiele dargestellt.

Mit dem Fortschritt der Nachrichtentechnik ist auch der Anwendungsbereich und damit die Bedeutung der elektrischen Filter ständig gewachsen. Neben der Messtechnik ist es insbesondere die Technik der Mehrfachausnützung von drahtgebundenen und drahtlosen Übertragungsanlagen, welche die Entwicklung, sowohl der theoretischen wie praktischen Seite der Siebschaltungen, intensiv gefördert hat.

Unter einem elektrischen Filter versteht man einen aus Induktivitäten und Kapazitäten aufgebauten Vierpol mit einem Eingangs- und einem Ausgangsklemmenpaar, der Wechselströme eines bestimmten Frequenzbandes ohne wesentliche Dämpfung überträgt (Durchlassbereich), dagegen Ströme mit Frequenzen ausserhalb des Durchlassbereiches erheblich dämpft (Sperrbereich).

Abb. 1 stellt die grundsätzliche Betriebsschaltung eines Filtervierpols dar. Auf der Eingangsseite erfolgt die Speisung durch einen Generator mit der EMK  $\mathcal{E}$  und dem Innenwiderstand  $\mathfrak{R}_1$ .  $\mathfrak{R}_2$  stellt den Belastungswiderstand auf der Ausgangsseite dar. Als die für die Energieübertragung von der Eingangs- auf die Ausgangsseite massgebende Grösse hat man das Betriebsübertragungsmass  $g_B$  eingeführt.

Man vergleicht hiebei die maximale Scheinleistung, die der Generator abgeben würde, wenn er mit seinem Innenwiderstand belastet wäre, das heisst den Wert  $\mathcal{E}^2/4\mathfrak{R}_1$  mit der Scheinleistung, die am Ausgange des Vierpols auftritt. Es ist:

$$g_B = b_B + j \cdot a_B = \frac{1}{2} \cdot \ln \left( \frac{\frac{\mathcal{E}^2}{4\mathfrak{R}_1}}{\frac{U_2^2}{\mathfrak{R}_2}} \right) = \ln \left( \frac{\mathcal{E}}{2U_2} \right) + \ln \sqrt{\frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1}} \quad (1)$$

Der Realteil von  $g_B$  heisst Betriebsdämpfung  $b_B$ , der Imaginärteil Betriebswinkelmasse  $a_B$ . Praktisch sind meistens  $\mathfrak{R}_1$  und  $\mathfrak{R}_2$  rein reell und konstant. Als wichtige kennzeichnende Grössen für den Filtervierpol erwähnen wir den eingangs- und ausgangsseitigen Wellenwiderstand  $\mathfrak{Z}_{01}$  und  $\mathfrak{Z}_{02}$ , sowie das Vierpol-

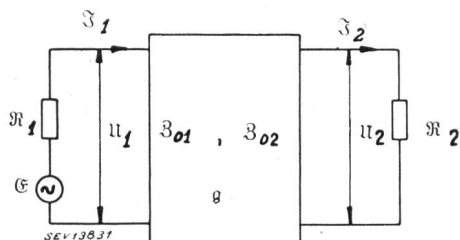


Abb. 1. Grundsätzliche Schaltung eines Filtervierpols

\*) Auszug aus einem Vortrag, gehalten an der 5. Schweizerischen Tagung für elektrische Nachrichtentechnik, am 22. Juni 1946 in Luzern.

übertragungsmass  $g$  (Abb. 1). Der Wellenwiderstand ist das geometrische Mittel aus Kurzschluss- und Leerlaufscheinwiderstand des Vierpols.

Es gelten demnach die Gleichungen:

$$\mathfrak{Z}_{01} = \sqrt{\mathfrak{Z}_{K1} \cdot \mathfrak{Z}_{e1}} \quad \mathfrak{Z}_{02} = \sqrt{\mathfrak{Z}_{K2} \cdot \mathfrak{Z}_{e2}} \quad (2)$$

wobei  $\mathfrak{Z}_{K1}$ ,  $\mathfrak{Z}_{K2}$ : eingangs- resp. ausgangsseitiger Kurzschlußscheinwiderstand.

$\mathfrak{Z}_{e1}$ ,  $\mathfrak{Z}_{e2}$ : eingangs- resp. ausgangsseitiger Leerlaufscheinwiderstand.

Das Vierpolübertragungsmass ist definiert als das halbe logarithmische Verhältnis der Eingangs- zur Ausgangsscheinleistung, wenn der Vierpol beidseitig mit seinen Wellenwiderständen abgeschlossen ist, das heisst (Abb. 1)

$$g = b + j \cdot a = \frac{1}{2} \cdot \ln \left( \frac{U_1 \cdot \mathfrak{Z}_1}{U_2 \cdot \mathfrak{Z}_2} \right) \quad (3)$$

Der Realteil von  $g$  ist die Vierpoldämpfung  $b$ , der Imaginärteil das Vierpolwinkelmasse  $a$ .

Wichtig ist der Zusammenhang zwischen Betriebsübertragungsmass und Vierpolübertragungsmass; es ist:

$$g_B = g + \ln \left( \frac{\mathfrak{Z}_{01} + \mathfrak{R}_1}{2\sqrt{\mathfrak{Z}_{01} \cdot \mathfrak{R}_1}} \right) + \ln \left( \frac{\mathfrak{Z}_{02} + \mathfrak{R}_2}{2\sqrt{\mathfrak{Z}_{02} \cdot \mathfrak{R}_2}} \right) + \ln \left[ 1 - \frac{\mathfrak{Z}_{01} - \mathfrak{R}_1}{\mathfrak{Z}_{01} + \mathfrak{R}_1} \cdot \frac{\mathfrak{Z}_{02} - \mathfrak{R}_2}{\mathfrak{Z}_{02} + \mathfrak{R}_2} \cdot e^{-2g} \right] \quad (4)$$

In dieser Gleichung stellen

$$\ln \left( \frac{\mathfrak{Z}_{01} + \mathfrak{R}_1}{2\sqrt{\mathfrak{Z}_{01} \cdot \mathfrak{R}_1}} \right) \quad \text{und} \quad \ln \left( \frac{\mathfrak{Z}_{02} + \mathfrak{R}_2}{2\sqrt{\mathfrak{Z}_{02} \cdot \mathfrak{R}_2}} \right)$$

die Stossübertragungsmasse auf der Eingangs- resp. Ausgangsseite dar, während der letzte, praktisch meist vernachlässigbar kleine Summand als Wechselwirkungsübertragungsmass bezeichnet wird.

Bei Anpassung, das heisst

$$\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{Z}_{01} \quad \text{und} \quad \mathfrak{R}_2 = \mathfrak{Z}_{02} \quad \text{ist} \quad g_B \equiv g.$$

### Die kanonische Schaltung des passiven Filtervierpols

Die allgemeinste Schaltung für den passiven Vierpol, das heisst diejenige Schaltung, auf die man jeden Vierpol zurückführen kann, ist das vollständige Viereck mit den 6 Impedanzen  $\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2, \mathfrak{Z}_3, \mathfrak{Z}_4, \mathfrak{Z}_5$  und  $\mathfrak{Z}_6$  (Abb. 2).

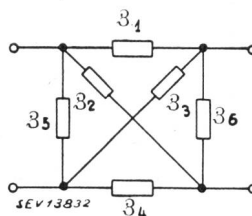


Abb. 2. Schaltung des allgemeinsten passiven Vierpols

Besteht zwischen dem Eingangs- und Ausgangsklemmenpaar ausserhalb des Vierpols keine Verbindung — eine Voraussetzung, die bei der Anwendung von Filtern stets erfüllt sein muss —, so lässt sich das Netzwerk durch drei Impedanzen bestimmen, und es gelten die bekannten Vierpolgleichungen,

die in der sogenannten Widerstandsform wie folgt lauten:

$$\begin{aligned} U_1 &= \mathfrak{W}_{11} \cdot \mathfrak{I}_1 + \mathfrak{W}_{12} \cdot \mathfrak{I}_2 \\ U_2 &= \mathfrak{W}_{21} \cdot \mathfrak{I}_1 + \mathfrak{W}_{22} \cdot \mathfrak{I}_2 \end{aligned} \quad (5)$$

wobei stets  $\mathfrak{W}_{12} = -\mathfrak{W}_{21}$ . Die Konstanten  $\mathfrak{W}$  haben die Dimension eines Widerstandes (Leerlauf- und Kernwiderstände) und lassen sich durch die Wellenwiderstände und das Vierpolübertragungsmass ausdrücken.

Beschränkt man sich auf den praktisch wichtigsten Fall der quersymmetrischen Filter, so ist  $\mathfrak{W}_{11} = -\mathfrak{W}_{22}$ , und die kanonische Schaltung wird durch das sogenannte Kreuz- oder X-Glied gemäss Abb. 3 repräsentiert. Die Schaltung ist identisch mit der Wheatstoneschen Brücke. Man fasst deshalb die so aufgebauten Filter unter dem Namen *Brückenfilter* zusammen. Ihre grundsätzliche Wirkungsweise beruht auf den bekannten Eigenschaften der abgeglichenen und nicht abgeglichenen Brücke, das heisst, man baut die Impedanzen  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  in ihrer Frequenzabhängigkeit so auf, dass die Brücke im Sperrbereich abgeglichen oder annähernd abgeglichen, im Durchlassbereich dagegen stark verstimmt ist.

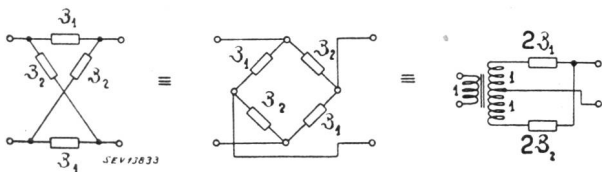


Abb. 3. Kreuzglied als kanonische Schaltung des symmetrischen Filtervierpols

In Abb. 3 rechts ist noch eine äquivalente Schaltung zum X-Glied, die sogenannte Sparbrücken- oder Differentialschaltung dargestellt. Sie zeichnet sich dadurch aus, dass die Impedanzen  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  nur je einmal vorkommen. Dafür muss ein Differentialtransformator in Kauf genommen werden.

Für das Vierpolübertragungsmass  $g$  und den Wellenwiderstand  $\mathfrak{Z}_0$  ergeben sich die Gleichungen:

$$\operatorname{Tg} \frac{g}{2} = \operatorname{Tg} \left( \frac{b}{2} + j \cdot \frac{a}{2} \right) = \sqrt{\frac{\mathfrak{Z}_2}{\mathfrak{Z}_1}} \quad (6)$$

$$\mathfrak{Z}_0 = \sqrt{\mathfrak{Z}_1 \cdot \mathfrak{Z}_2} \quad (7)$$

Damit ist das Problem der Realisierung eines Filters auf dasjenige der Realisierung von zwei Zweipolen vorgegebener Frequenzabhängigkeit zurückgeführt.

Den wichtigsten Berechnungsverfahren für elektrische Filter liegt nun die Annahme verlustloser Schaltelemente zugrunde, das heisst man setzt für  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  reine Reaktanzen voraus. Es hat sich gezeigt, dass diese Annahme von Ausnahmen — zum Beispiel im Falle relativ schmaler Bandpässe — abgesehen, zulässig ist. Der Einfluss der Verluste kann indirekt, das heisst nach Berechnen des Filters auf Grund verlustloser Elemente, mitberücksichtigt werden.

Ersetzt man  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  durch eine der vier möglichen kanonischen Reaktanzzweipole, gemäss Abb. 4a bis 4d, so kann grundsätzlich — bei Zulassung unendlich vieler Schaltelemente — jeder gewünschte Dämpfungs- und Wellenwiderstandsverlauf theoretisch beliebig genau nachgebildet werden.

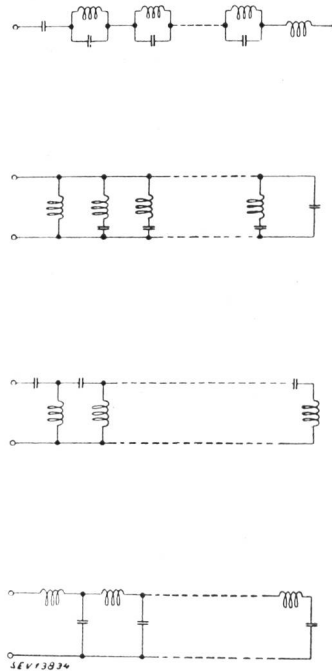


Abb. 4, a—d. Die vier kanonischen Schaltungen für Reaktanzzweipole

Aus (6) folgt unmittelbar: Haben die Reaktanzen  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  verschiedene Vorzeichen (z. B.  $\mathfrak{Z}_1 = +j \cdot X_1$ ,  $\mathfrak{Z}_2 = -j \cdot X_2$ ), so ist  $\operatorname{Tg} \frac{g}{2}$  rein imaginär; das heisst

aber, dass auch das Argument rein imaginär, also  $b = 0$  sein muss. Es tritt keine Vierpoldämpfung auf (Durchlassbereich). Haben  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  gleiches Vorzeichen, so muss  $\operatorname{Tg} \frac{g}{2}$  rein reell sein; dann ist auch  $g$  reell, das heisst  $b \neq 0$  und  $a = 0$  oder ein ganzzahliges Vielfaches von  $\pi$  (Sperrbereich). Dabei ist  $b$  um so grösser, je mehr sich die Reaktanzen  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  einander nähern. Ist  $\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{Z}_2$ , so wird  $b = \infty$  (Dämpfungspol).

Aus diesen Ueberlegungen ergeben sich nun, bei Berücksichtigung des Fosterschen Reaktanzsatzes, die Bedingungen für die Reaktanzfunktionen  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$ : Im Durchlassbereich müssen Nullstellen von  $\mathfrak{Z}_1$  mit Polen von  $\mathfrak{Z}_2$  zusammenfallen und umgekehrt. Im Sperrbereich dagegen müssen Nullstellen von  $\mathfrak{Z}_1$  mit Nullstellen von  $\mathfrak{Z}_2$  und Pole von  $\mathfrak{Z}_1$  mit Polen von  $\mathfrak{Z}_2$  übereinstimmen.

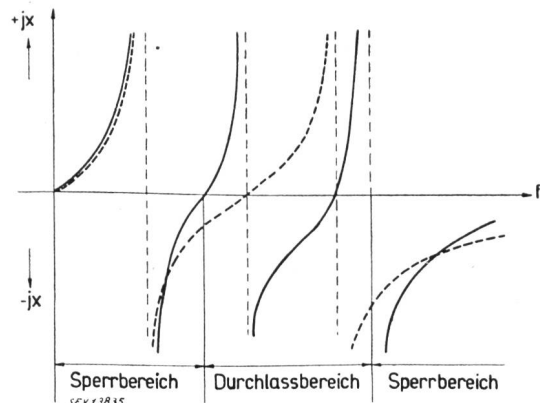


Abb. 5. Durchlass und Sperrbereich bei einem Brückenfilter

Abb. 5 zeigt ein Beispiel eines derartigen Verlaufes von  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$ .

Da für das betriebsmässige Verhalten des Filters nicht die Vierpol- sondern die Betriebsdämpfung massgebend ist, wollen wir noch die Bedingung für das Verschwinden der letzteren im Durchlassbereich festhalten. Sie ergibt sich aus (4) und (7) mit  $\mathfrak{Z}_{01} = \mathfrak{Z}_{02} = \mathfrak{Z}_0$  und  $\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{R}_2 = R$  zu

$$R = \mathfrak{Z}_0 = \sqrt{\mathfrak{Z}_1 \cdot \mathfrak{Z}_2} \tag{8}$$

Führt man die Bezeichnungen

Wellenwiderstandsfunktion  $\frac{\mathfrak{Z}_0}{R} = \sqrt{\frac{\mathfrak{Z}_1 \cdot \mathfrak{Z}_2}{R}} \tag{9}$

und Dämpfungsfunktion  $\text{Tg} \frac{g}{2} = \sqrt{\frac{\mathfrak{Z}_2}{\mathfrak{Z}_1}} \tag{10}$

ein, so lauten die genauen und hinreichenden Bedingungen für eine ideale Siebwirkung — stets unter der Voraussetzung reiner Reaktanzen —:

*Im Durchlassbereich eines Filtervierpols muss die Wellenwiderstandsfunktion, im Sperrbereich die Dämpfungsfunktion gleich 1 werden.*

Diese Bedingungen sind natürlich praktisch stets nur näherungsweise erreichbar.

Cauer [1]\*, Jaumann [7], Piloty [6] u. a. haben in zahlreichen Veröffentlichungen die Eigenschaften der Wellenwiderstands- und Dämpfungsfunktionen untersucht und Methoden für die Realisierung der Elemente der Zweipolreaktanzen zur Erzielung vorgegebener Filtereigenschaften angegeben.

Die Verhältnisse sind so, dass mit zunehmenden Anforderungen an die Filtereigenschaften auch der Aufbau der Zweipolreaktanzen immer komplizierter wird, das heisst aus einer immer grösser werdenden Zahl von Elementen bestehen muss.

Der praktischen Realisierung von Filtern auf dieser Basis sind nun gewisse Schranken gesetzt. Fallen zum Beispiel im Durchlassbereich irgendwo Pol und Nullstelle von  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  nicht genau zusammen, so entsteht zwischen ihnen ein kleiner Sperrbereich, der sich praktisch in einem stärkeren Schwanken der Betriebsdämpfung bemerkbar macht. Die Gefahr einer solchen Verschlechterung des Dämpfungsverlaufes wird natürlich um so grösser, je mehr Pole und Nullstellen  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  aufweisen, das heisst, je höher die an das Filter gestellten Anforderungen bezüglich Filtereigenschaften sind.

Noch unangenehmer wirken sich die Ungenauigkeiten der Schaltelemente im Sperrbereich aus.

Nach Gleichung (6) gilt für den Sperrbereich

$$\text{Tg} \frac{b}{2} = \sqrt{\left| \frac{\mathfrak{Z}_2}{\mathfrak{Z}_1} \right|}$$

Für hinreichend grosses  $b$  gilt  $\text{Tg} \frac{b}{2} \cong 1 - 2 \cdot e^{-b}$

Soll nun stets mindestens  $b \geq b_0$  sein, so muss der Quotient  $\left| \frac{\mathfrak{Z}_2}{\mathfrak{Z}_1} \right|$  folgender Ungleichung genügen:

$$1 - 4 \cdot e^{-b_0} \leq \left| \frac{\mathfrak{Z}_2}{\mathfrak{Z}_1} \right| \leq 1 \quad \text{das heisst} \quad \left| \frac{\mathfrak{Z}_2}{\mathfrak{Z}_1} \right| \text{ darf im}$$

\*) Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Schluss.

Sperrbereich höchstens um den Wert  $4 \cdot e^{-b_0}$  von der 1 abweichen (Abb. 6).

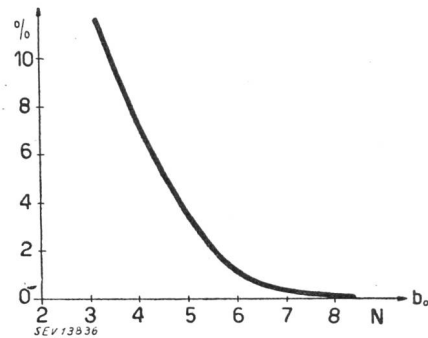


Abb. 6. Maximale zulässige prozentuale Abweichung des Quotienten  $\left| \frac{\mathfrak{Z}_2}{\mathfrak{Z}_1} \right|$  von 1 als Funktion von  $b_0$

Dabei ist zu bedenken, dass in  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  die Summe aller Fehler der Schaltelemente eingeht.

Die Anforderungen an die Abgleichgenauigkeit und zeitliche Konstanz der Spulen und Kondensatoren wachsen exponentiell mit der geforderten Mindestdämpfung im Sperrbereich und setzen schliesslich der Realisierung Grenzen, die je nach den zur Verfügung stehenden Schaltelementen bei mehr oder weniger hohen Sperrdämpfungen liegen. Man ist also unter Umständen genötigt, die geforderte Sperrdämpfung in Teilbeträgen aufzubringen. Dies führt zwangsläufig zur Kettenschaltung von zwei oder mehr Teilfiltern mit reduzierten Dämpfungsanforderungen.

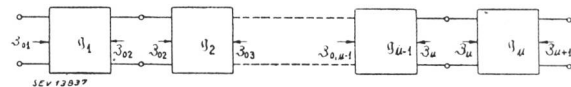


Abb. 7. Zusammenschalten von Teilfiltern zur Kette

Bei der Kettenschaltung von Filtervierpolen erweisen sich nun die Begriffe Wellenwiderstand und Vierpolübertragungsmass als äusserst nützlich. Sorgt man dafür, dass an den Stoßstellen zweier Teilfilter die beidseitigen Wellenwiderstände gleich sind (Abb. 7), somit keine Stossverluste auftreten, so berechnet sich das Vierpolübertragungsmass  $g$  der gesamten Kette aus der Summe der Vierpolübertragungsmasse der Teilfilter.

Es gilt:  $g = g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_\mu \tag{11}$

Damit ergeben sich auch bei den Filtern, die aus einer grossen Anzahl von Teilfiltern zusammengesetzt sind, übersichtliche Verhältnisse und es ist mit Hilfe der Gleichung (4) stets möglich, die Betriebsdämpfung zu berechnen.

Bei der Kettenschaltung von Filtervierpolen ist es nun, besonders wenn die Gliederzahl von 2 überschritten wird, nicht zweckmässig, diese in Form von  $X$ - oder Sparbrückengliedern auszuführen, sondern zur sogenannten  $T$ - oder  $\pi$ -Form überzugehen (Abbildung 9), weil sich dann in den Längs- und Querscheiden stets Schaltelemente vereinigen lassen und wir dadurch die Zahl der Elemente reduzieren können.

Der Uebergang von der  $X$ - in die  $T$ - oder  $\pi$ -Form beruht auf den in Abb. 8 dargestellten Aequivalenzbeziehungen. Wie ersichtlich, treten bei der  $T$ - und

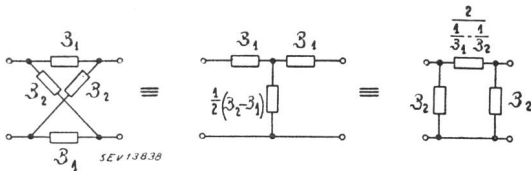


Abb. 8. Zur X-Schaltung äquivalente T- und π-Schaltung

π-Schaltung Differenzen der gegebenen Scheinwiderstände oder Scheinleitwerte auf. Nur wenn bei dieser Differenzbildung keine negativen Induktivitäten oder Kapazitäten auftreten, besteht eine zur X-Schaltung äquivalente T- oder π-Schaltung.

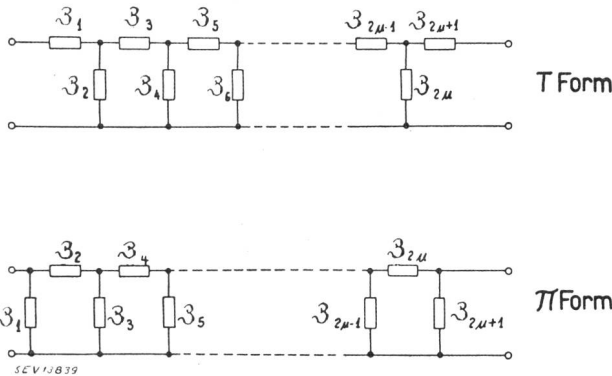


Abb. 9. Abzweigfilter in T- und π-Form

Die durch Kettenschaltung von T- oder π-Gliedern entstehenden Filter fasst man unter dem Namen *Abzweigfilter* zusammen (Abb. 9). Ihre grundsätzliche Wirkungsweise beruht auf der fortgesetzten Spannungsteilung. Im Sperrbereich müssen die Spannungsteilerverhältnisse gross sein (Längsreaktanzen gross, Querreaktanzen klein), im Durchlassbereich klein, möglichst gleich 1 (Längsreaktanzen klein, Querreaktanzen gross) [2, 3, 4]. Vierpolübertragungsmass und Wellenwiderstände des T- resp. π-Gliedes ergeben sich aus:

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} = j \cdot \Omega \quad (12)$$

$\Omega = \text{normierte Frequenz}$

$$Z_{0T} = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2 \left(1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{Z_1}{Z_2}\right)} \quad (13)$$

$$Z_{0\pi} = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{Z_1}{Z_2}}} \quad (14)$$

Besondere Bedeutung haben die nach ihrem Erfinder benannten Zobelfilter erlangt [8].

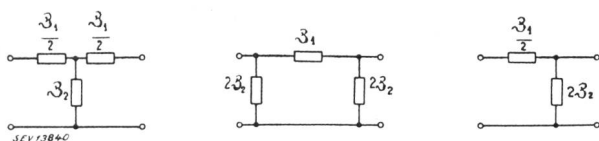


Abb. 10. Zobel'sche Grundglieder

Den Ausgangspunkt der Zobel'schen Theorie bilden die sogenannten T- oder π-Grundfilter (Abb. 10), oder deren entsprechende Halbglieder. Sie sind da-

durch gekennzeichnet, dass die beiden Reaktanzen  $Z_1$  und  $Z_2$  widerstandsreziprok sind, das heisst es gilt stets:  $Z_1 \cdot Z_2 = K^2$  (15) wobei  $K$  eine reelle positive Konstante darstellt.

Man nennt sie daher auch *Konstant-(K-)Filter*. Die einschränkende Bedingung (15) hat zur Folge, dass Wellenwiderstands- und Dämpfungsverlauf nicht voneinander unabhängig sind.

Trotzdem lassen sich mit Hilfe der Theorie der Konstant-(K-)Filter Siebschaltungen aufbauen, die den Anforderungen der Praxis in weitgehendem Masse gerecht werden. Da ausserdem die Berechnungsweise sehr einfach ist, haben sie grosse Verbreitung erlangt.

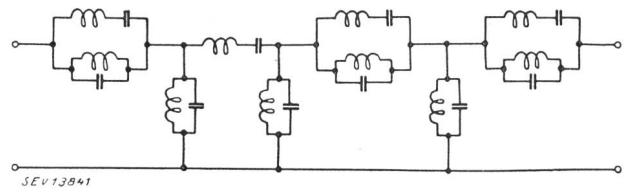


Abb. 11. Aufbau eines Abzweigfilters

Abb. 11 zeigt als Beispiel den Aufbau eines Abzweigfilters, wie es in den sogenannten Vormodulationsstufen gewisser Trägerfrequenzsysteme verwendet wird. Es hat die Aufgabe, von den bei der Modulation eines Sprachfrequenzbandes (zirka 300 bis 3500 Hz) mit einer Trägerfrequenz von 8 kHz entstehenden beiden Seitenbändern, das untere Seitenband durchzulassen, das obere und weitere eventuell auftretende Modulationsprodukte zu unterdrücken.

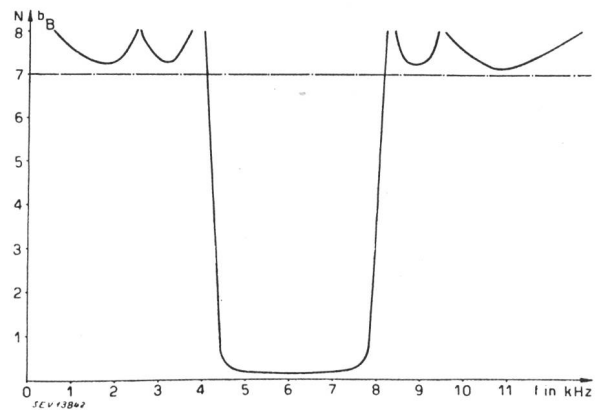


Abb. 12. Gemessene Betriebsdämpfung des Abzweigfilters in Fig. 11

Abb. 12 zeigt den zugehörigen Betriebsdämpfungsverlauf.

### Der Einfluss der Stoss- und Wechselwirkungs-dämpfung auf die Betriebsdämpfung eines Filtervierpols

Die Berechnungsverfahren mit Hilfe der Wellenparameter — Vierpolübertragungsmass und Wellenwiderstand —, auf der unter anderem die ganze Zobel'sche Filtertheorie aufgebaut ist, gestaltet sich besonders einfach und übersichtlich.

Nun tritt aber der Fall, dass das Filter betriebsmässig beidseitig mit seinem Wellenwiderstand abgeschlossen ist, praktisch nicht auf, denn in der überwiegenden Zahl der Fälle ist sowohl die Generator-

wie die Verbraucherimpedanz rein reell und konstant, wogegen der Wellenwiderstand der Filtervierpole im Durchlassbereich wohl reell aber nicht konstant ist, sondern eine mehr oder weniger grosse Frequenzabhängigkeit aufweist.

Wird ein symmetrischer Filtervierpol mit dem Wellenwiderstand  $\mathfrak{Z}_0$  und dem Vierpolübertragungsmass  $g$  von einem Generator mit Innenwiderstand  $\mathfrak{R}_1 = R$  gespeist, und ausgangsseitig mit  $\mathfrak{R}_2 = R$  belastet (Abb. 1), so gilt nach (4) für die Betriebsdämpfung:

$$b_B = b + 2 \cdot \ln \left( \frac{R + \mathfrak{Z}_0}{2 \cdot \sqrt{R \cdot \mathfrak{Z}_0}} \right) + \ln \left[ 1 - \left( \frac{R - \mathfrak{Z}_0}{R + \mathfrak{Z}_0} \right)^2 \cdot e^{-2g} \right] \quad (16)$$

Im Falle  $R = \mathfrak{Z}_0$  ist  $b_B = b$ . Trifft dies nicht zu, so beeinflussen die auftretenden Stoss- und Wechselwirkungsstörungen den Betriebsdämpfungsverlauf.

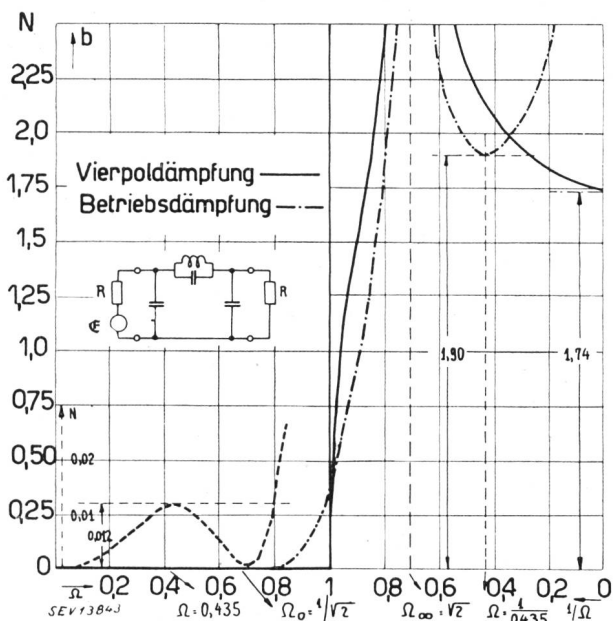


Abb. 13. Vierpol- und Betriebsdämpfung eines einfachen abgeleiteten Zobelschen Tiefpassfilters, bei Annahme verlustfreier Schaltelemente

In Abb. 13 ist für ein einfaches Zobelsches Tiefpassfilter Vierpol- und Betriebsdämpfung als Funktion der normierten Frequenz  $\Omega = \frac{f}{f_g}$  ( $f_g =$  Grenzfrequenz) aufgetragen.

Wie man sieht, ist im Durchlassbereich bis zu zirka  $\Omega = 0,8$  die Betriebsdämpfung praktisch identisch mit der Vierpoldämpfung, erreicht doch die maximale Abweichung bei  $\Omega = 0,435$  nur den Wert von 0,012 Neper. Dagegen sind im Gebiete  $\Omega > 0,8$  die Abweichungen zum Teil recht erheblich. Vor allem tritt gegen die Grenzfrequenz ( $\Omega = 1$ ) hin eine merkbare Abrundung auf und erreicht für  $\Omega = 1$  den Wert von 0,35 Neper.

Dies ist unter anderem darauf zurückzuführen, dass der Wellenwiderstand mit zunehmender Annäherung an die Grenzfrequenz auf den Wert 0 absinkt, die Stossdämpfungen somit stark ansteigen.

Im Sperrgebiet haben die Stossdämpfungen die Tendenz, die Dämpfungsspitze zu verschmälern, machen sich im übrigen jedoch eher im günstigen Sinne bemerkbar, indem sie von einer bestimmten Frequenz an die Betriebsdämpfung gegenüber der Vierpoldämpfung erhöhen.

Dem Einfluss der Stossdämpfungen ist insbesondere dann erhöhte Aufmerksamkeit zu schenken, wenn man Filter mit flachem Dämpfungsverlauf im Durchlassbereich, bei möglichst eckigem Dämpfungsanstieg an den Grenzfrequenzen bauen will (Annäherung der Betriebsdämpfung an die Vierpoldämpfung!). Dies ist zum Beispiel der Fall bei Filtern mit extrem steilem Dämpfungsanstieg an den Flanken. Da die Abschlusswiderstände im allgemeinen konstant sind, ergibt sich die Forderung, den Wellenwiderstand im Durchlassbereich ebenfalls auf einem konstanten Wert zu halten. Man spricht von der sogenannten Wellenwiderstandsebnung.

### Der Einfluss der Verluste in Spulen und Kondensatoren auf die Betriebsdämpfung eines Filtervierpols

Die üblichen Berechnungsverfahren für elektrische Siebschaltungen setzen verlustfreie Spulen und Kondensatoren, das heisst reine Reaktanzen voraus. Sie führen — von Spezialfällen abgesehen — mit genügender Genauigkeit zum Ziel.

Trotzdem ist die Kenntnis des Einflusses der Verluste besonders beim Bau hochwertiger Filter äusserst wichtig. Im allgemeinen bedient man sich gewisser Näherungsverfahren, um den Einfluss verlustbehafteter Spulen und Kondensatoren abzuschätzen [5, 9, 10, 13].

Setzt man voraus, dass in einem Filtervierpol alle Spulen dasselbe Verhältnis  $R/L$  von Verlustwiderstand zu Induktivität, und alle Kondensatoren dasselbe Verhältnis  $G/C$  von Ableitung zu Kapazität aufweisen, so kann gezeigt werden, dass in erster Näherung für die Vierpoldämpfung  $b$  gilt:

$$b \cong \left[ \frac{R}{2L} + \frac{G}{2C} \right] \cdot \frac{\delta a}{\delta \omega} \quad (17)$$

Die Vierpoldämpfung ist demnach proportional den Verlusten und der ersten Ableitung des Vierpolwinkelmasses  $a$  nach der Frequenz, das heisst der Gruppenlaufzeit. Nun ändert sich das Vierpolwinkelmass bei Annäherung an die Grenzfrequenz besonders stark, das heisst aber nach Gleichung (17), dass dort die durch die Verluste bedingten Dämpfungen grösser sind, wie im mittleren Teil des Durchlassbereiches.

Die Verluste in den Schaltelementen machen sich demnach im Durchlassbereich dadurch bemerkbar, dass die Vierpoldämpfung nicht null ist, sondern einen endlichen Wert aufweist, der gegen die Grenzfrequenzen hin wächst.

Wie die Stossdämpfungen haben auch die Verluste die Tendenz, den Dämpfungsverlauf im Grenzfrequenzgebiet des Durchlassbereiches abzurunden.

Im Sperrbereich haben die Verluste ein Abflachen der Poldämpfungen zur Folge; denn bei den Brückensfiltern verunmöglichen die auftretenden im allgemeinen verschieden grossen Realteile der Impedanzen  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  die für unendlich hohe Dämpfung erforderliche Gleichheit  $\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{Z}_2$  bei der Polfrequenz. Bei den Abzweigsfiltern dagegen können die Querimpedanzen

nicht 0, die Längsimpedanzen nicht unendlich werden, somit sind auch hier die Bedingungen für unendlich hohe Dämpfung nicht erfüllt.

Um die nachteiligen Folgen der unvermeidlichen Verluste in den Elementen zu verringern, gibt es verschiedene Methoden, von denen hier zwei in ihrer grundsätzlichen Wirkungsweise erläutert seien.

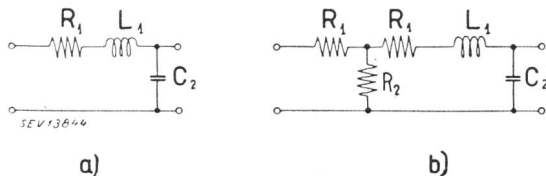


Abb. 14. Eliminierung des ungünstigen Einflusses der Verluste durch Widerstandsergänzung

Abb. 14a stellt ein halbes *T*-Glied mit verlustbehafteter Induktivität ( $L_1, R_1$ ) dar. Nun ist innerhalb eines relativ kleinen Frequenzbereiches, wie sie zum Beispiel der Durchlassbereich eines Bandfilters darstellt,  $R_1$  praktisch konstant und man kann mit Hilfe von 2 Zusatzwiderständen das Filterglied gemäss Abb. 14b ergänzen. Wir haben nun die Kettenschaltung eines *T*-Gliedes konstanter Dämpfung und eines verlustfreien halben Filtergliedes vor uns. Auf diese Weise gelingt es, auf Kosten erhöhter Durchlassdämpfung die durch die Verluste bewirkten Randverzerrungen zu verringern.

Ist  $R$  der Wert des Wellenwiderstandes, auf den angepasst werden soll, so berechnet sich  $R_2$  aus:

$$R_2 = \frac{R^2 - R_1^2}{R_1} \quad (18)$$

Die Dämpfungserhöhung ergibt sich aus

$$b = \ln \left( \frac{R + R_1}{R - R_1} \right) \cong \frac{R_1}{R - R_1} \quad (19)$$

Beim Brückenfilter (Abb. 3) treten im Sperrbereich Dämpfungspole bei denjenigen Frequenzen auf, für die  $\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{Z}_2$  wird (Gleichung 6). Sind die beiden Reaktanzen nicht rein, sondern verlustbehaftet, das heisst zum Beispiel

$$\mathfrak{Z}_1 = R_1 + j \cdot X_1, \quad \mathfrak{Z}_2 = R_2 + j \cdot X_2,$$

so bewirken die Verluste eine Dämpfungsverschlechterung. Gleicht man sie ab, so dass  $R_1 = R_2 = R$  wird, so können wir auf Grund der Aequivalenz-

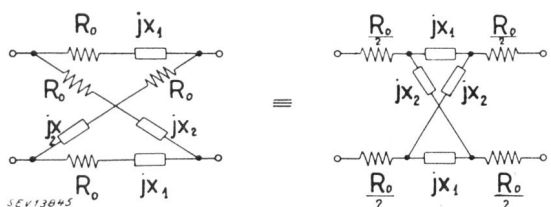


Abb. 15. Brückenschaltung mit ausgeglichenen Reihenverlusten

beziehung der Abb. 15 das verlustbehaftete *X*-Glied durch ein verlustfreies ersetzen, vor das zu beiden Seiten die Wirkwiderstände ihrer Zweige zu schalten sind.

Die vorgeschalteten Widerstände können nun, wie im vorigen Beispiel gezeigt, zum *T*- resp. *H*-Glied ergänzt werden.

In ähnlicher Weise kann man auftretende Parallelverluste in  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  behandeln.

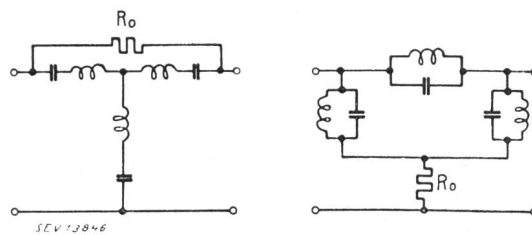


Abb. 16. Widerstandskompensation bei Bandpässen der *T*- und *π*-Form

Auch bei *T*- und *π*-Gliedern sind Widerstandskompensationen möglich. Abb. 16 zeigt zwei Beispiele hierfür.

### Elektromechanische Filter

Die mit den heute bekannten Spulenkernmaterialien erreichten Gütefaktoren  $Q = \frac{\omega L}{R}$  liegen zwischen 100 bis zirka 300, je nach Frequenzlage und Grösse der Induktivität. Die entsprechenden Werte für gute Kondensatoren liegen zwischen 3000 bis zirka 10 000. Die Verluste in den Kondensatoren können demnach im allgemeinen gegenüber denjenigen in den Spulen vernachlässigt werden.

Der nachteilige Einfluss der Verluste hängt nun nicht nur von deren absoluter Grösse ab, sondern tritt mit abnehmender relativer Bandbreite immer krasser in Erscheinung, um schliesslich die Realisierung eines Filters auf der Spulen-Kondensatorbasis zu verunmöglichen.

In diesen Fällen besteht die Möglichkeit, durch den Einsatz von elektrisch angeregten mechanischen Schwingern ersatzmässig Induktivitäten und Kapazitäten zu realisieren, mit praktisch meistens vernachlässigbar kleinen Verlusten.

Die Schwinger können grundsätzlich elektromagnetisch, elektrodynamisch, elektrostatisch, piezoelektrisch, magneto- oder elektrostriktiv angeregt werden.

Bis heute haben sich hauptsächlich die piezoelektrische und die elektromagnetische Anregung durchgesetzt.

Regt man ein mechanisch schwingungsfähiges System auf Grund einer elektrisch-mechanischen Kopplung zu mechanischen Schwingungen an, so wirkt dieses System, zufolge der zwangsläufig auftretenden mechanisch-elektrischen Kopplung, auf den elektrischen Kreis zurück. Diese Rückwirkungen sind im allgemeinen klein, nehmen jedoch in der Nähe der Eigenresonanzen des mechanischen Systems grosse Werte an und bestimmen dort weitgehend die Eigenschaften des elektrischen Systems.

Regt man ein mechanisch schwingungsfähiges System auf Grund einer elektrisch-mechanischen Kopplung zu mechanischen Schwingungen an, so wirkt dieses System, zufolge der zwangsläufig auftretenden mechanisch-elektrischen Kopplung, auf den elektrischen Kreis zurück. Diese Rückwirkungen sind im allgemeinen klein, nehmen jedoch in der Nähe der Eigenresonanzen des mechanischen Systems grosse Werte an und bestimmen dort weitgehend die Eigenschaften des elektrischen Systems.

#### a) Kristallfilter.

Bei den sogenannten Kristallfiltern wird vom piezoelektrischen Effekt gewisser Kristalle Gebrauch gemacht. Man schneidet Platten oder Stäbe in geeigneter Orientierung und richtiger Dimensionierung aus dem betreffenden Kristall und regt sie durch Einbringung in ein elektrisches Feld zu Schwingungen

an. Praktisch wichtig ist nun vor allem das elektrische impedanzmässige Verhalten solcher Schwingkristalle, das heisst ihr Ersatzschema. Dieses ist in Abb. 17 für einen freischwingenden Kristall gezeichnet.  $C_0$  wird durch die statische Kapazität (Elektroden, Halterung) bestimmt,  $L$  und  $C$  stellen die dynamische Induktivität respektive Kapazität dar.  $R$  ist der Verlustwiderstand, das heisst ein Mass für die im elektromechanischen System in Wärme umgesetzte Energie.

Das Ersatzschema bildet die Grundlage der Kristallfiltertheorie. Wesentlich ist, dass die Güte  $Q$  der so erhaltenen Schwingungskreise sehr hoch ist. Sie liegt zum Beispiel für Quarz zwischen 10 000 bis 50 000 und kann für Spezialzwecke, wie Bau von Filtern mit extrem kleiner relativer Bandbreite oder sehr steilem Dämpfungsanstieg an einer Flanke, durch besondere Massnahmen (Einsetzen des Schwingkristalls in ein evakuiertes Gefäss usw.) bis auf Werte von 300 000 und mehr gesteigert werden. Der Einfluss der Verluste ist daher meistens vernachlässigbar klein und man kann  $R \cong 0$  annehmen.

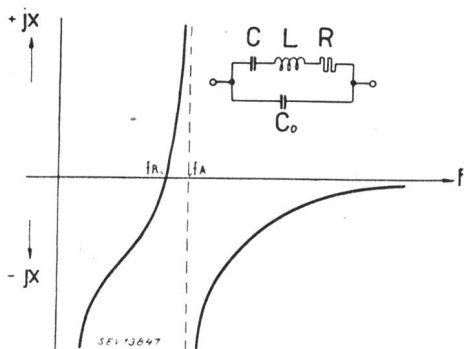


Abb. 17.

Ersatzschema des Schwingkristalls und zugehöriger Scheinwiderstandsverlauf, bei Vernachlässigung der Verluste ( $R = 0$ )

Unter diesen Gesichtspunkten ist in Abb. 17 der Reaktanzverlauf des Ersatzschemas dargestellt. Er weist eine Nullstelle  $f_R$  (Serieresonanz) und eine Unendlichkeitsstelle  $f_A$  (Parallelresonanz, Antiresonanz) auf.

Als Kristallfilter lassen sich grundsätzlich alle Schaltungen ausführen, die Reaktanzen enthalten, welche dem Ersatzschema eines Schwingkristalls entsprechen. Für die praktische Verwendung kommt jedoch nur ein kleiner Teil aller möglichen Schaltungen in Frage, da sowohl die Eigenschaften der Schaltungen, als auch die der Kristalle Beschränkungen auferlegen.

Besonders geeignet für den Aufbau von Kristallfiltern ist das Kreuzglied; denn in den Schwingkristallen besitzt man Bauelemente mit der erforderlichen zeitlichen Konstanz, um auch hochwertige Filter in Brückenform realisieren zu können.

Ersetzen wir die Impedanzen  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  (Abb. 3) durch je 2 paarweise gleiche Schwingkristalle, die so bemessen sind, dass die Serieresonanzfrequenz des einen Paares mit der Parallelresonanzfrequenz des andern zusammenfällt, wie dies in Abb. 18 oben dargestellt ist, so haben wir bereits ein einfaches Kristallbandfilter vor uns. Der Durchlassbereich ergibt sich

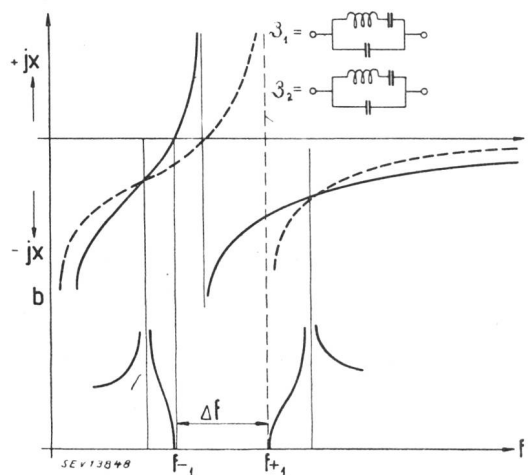


Abb. 18.

Brückenfilter mit zwei paarweise gleichen Schwingkristallen

dort, wo  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  verschiedenes Vorzeichen aufweisen, während der Sperrbereich in den Gebieten mit gleichem Vorzeichen liegt. Die Dämpfung ist dabei um so höher, je mehr sich die beiden Reaktanzen einander nähern, um an den Stellen wo  $\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{Z}_2$  ist, ihr Maximum zu erreichen (Dämpfungspol). Auf Grund dieser Ueberlegungen ist in Abb. 18 unten der grundsätzliche Dämpfungsverlauf des beschriebenen Filters angedeutet. Daraus ist ersichtlich, dass die grösste Bandbreite  $\Delta f$  doppelt so gross sein kann, wie die maximale Frequenzdifferenz, Parallelresonanz Serieresonanz von  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$ . Diese Differenz ist eine Konstante, die nur von den physikalischen Eigenschaften der verwendeten Kristallsubstanz abhängt.

Es gilt

$$\frac{\Delta f}{f_m} \cong \alpha = \frac{C}{C_0} = 32 \cdot \frac{E \cdot d^2}{\pi \cdot \epsilon}$$

- $E$  = Elastizitätsmodul,
- $d$  = piezoelektrische Konstante,
- $\epsilon$  = Dielektrizitätskonstante.

Da die physikalischen Konstanten in einem Kristall richtungsabhängig sind, hängt  $\alpha$  auch vom verwendeten Schnitt und der angeregten Schwingungsart ab.

Im Falle der viel verwendeten Längsschwinger ist  $\alpha$  für Quarz rund 80/100. Das ergibt für  $f_m = 50$  kHz eine Bandbreite von 400 Hz, bei 100 kHz eine solche von rund 800 Hz. Diese kann durch Parallelschalten von Kapazitäten zu den Schwingkristallen wohl verkleinert, nicht aber vergrössert werden.

Die „natürliche“ Bandbreite dieser Filter ist demnach für die Uebertragung zum Beispiel eines Sprachfrequenzbandes zu klein. Sie kann in bekannter Weise durch Einschalten von geeignet dimensionierten Induktivitäten in Serie mit den Schwingquarzen innerhalb gewisser Grenzen vergrössert werden, wobei jedoch der nachteilige Einfluss der Spulenverluste durch Widerstandskompensation beseitigt werden muss. Man kann auf diese Weise die relative Bandbreite praktisch bis auf ungefähr 8 % steigern. Die obere Grenze ist unter anderem durch den maximalen Wert der Seriespulen, die noch realisiert werden können, gegeben.



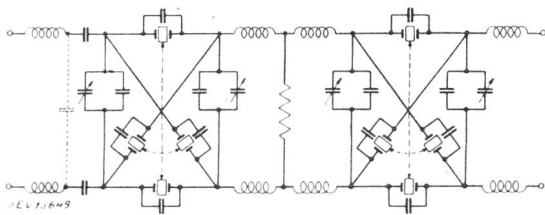


Abb. 19. Aufbau eines Quarzfilters (Standard)

Abb. 19 zeigt als Beispiel den Aufbau eines Quarzfilters, wie es von der Firma Standard in den von ihnen gebauten Trägerfrequenzsystemen (*K*-System) verwendet wird.

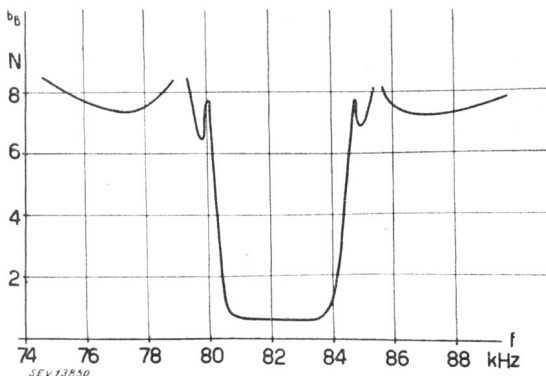


Abb. 20. Betriebsdämpfung des Filters Fig. 19

In Abb. 20 ist der zugehörige Betriebsdämpfungsverlauf aufgezeichnet.

Das Filter hat die Aufgabe, das untere Seitenband eines mit 84 kHz modulierten Sprachfrequenzbandes von 200—3500 Hz auszuschneiden und das obere Seitenband zu unterdrücken.

Zur Erzielung der nötigen Sperrdämpfung ist das Filter zweistufig. Die zur Verbreiterung des Frequenzbandes notwendigen Seriespulen sind in allen Brückenweigen gleich gross gewählt und konnten deshalb, auf Grund der Aequivalenzbeziehung (Abbildung 15), aus dem Brückenweig herausgenommen werden. Der Querwiderstand zwischen den beiden *X*-Gliedern ergänzt die Verlustwiderstände der 4 anschließenden Spulen zum *H*-Glied mit konstanter Durchlassdämpfung. In jedem Kreuzglied sind die paarweise gleichen Quarzlamellen zu einem einzigen, mit 4 Belegen versehenen Schwingquarz vereinigt, wie dies in Abb. 19 angedeutet ist.

Kristallfilter weisen, wie schon einmal betont, nicht die Anpassungsfähigkeit auf wie Spulenfilter. Einerseits ist man an die gegebenen physikalischen Konstanten der verwendeten Kristallsubstanz gebunden. Andererseits muss man bei der Dimensionierung der Schwingkristalle auf die mechanische Festigkeit, auf die Gefahr des Auftretens mehrfacher Resonanzen und nicht zuletzt auf die praktisch zur Verfügung stehenden Rohkristalle Rücksicht nehmen.

Es liegt daher auf der Hand, durch Anwendung anderer Kristallsubstanzen, mit piezoelektrischem Verhalten, den Anwendungsbereich der Kristallfilter zu erweitern.

Die Firma AG. Brown Boveri & Cie. in Baden hat die Entwicklung von Filtern mit Schwingkri-

stallen aus künstlich gezüchteten Ammoniumphosphatkristallen und Mischkristallen hievon aufgenommen [11].

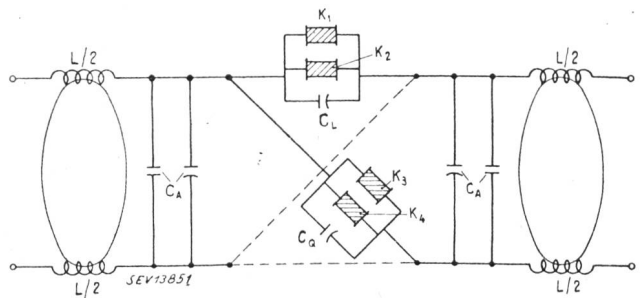


Abb. 21. Schaltung eines BBC-Ammoniumphosphatfilters

Man erreicht dadurch, je nach dem Verwendungszweck, gewisse Vorteile. So ist zum Beispiel bei Verwendung von Ammoniumphosphatkristallen  $\alpha \approx 5,6\%$ , so dass sie sich sehr gut zum Bau breiter Bandfilter eignen [12]. Abb. 21 zeigt die Schaltung eines Filters aus Ammoniumphosphatkristallen und Abb. 22 den zugehörigen Dämpfungsverlauf.

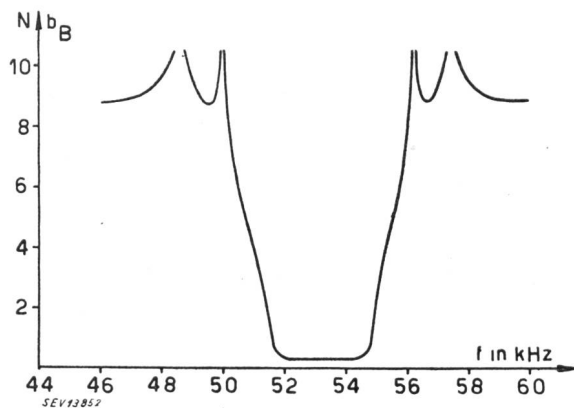


Abb. 22. Betriebsdämpfung des Quarzfilters der Fig. 21

Das Filter ist einstufig, und die hohe Sperrdämpfung wird durch Verwendung von je 2 Schwingkristallen  $K_1$  und  $K_2$  resp.  $K_3$  und  $K_4$  in jedem Brückenweig erreicht.

b) *Elektromagnetische Filter.*

Im Tonfrequenzgebiet werden oft Filter mit relativ schmaler Bandbreite benötigt, deren Realisierung mit Spulen und Kondensatoren wegen der Verluste nicht, oder nur sehr unbefriedigend möglich ist.

Kristallfilter sind im allgemeinen in diesem Frequenzgebiet wenig geeignet, weil die Dimensionen der Schwinger, auch bei Verwendung von Biegeschwingungen, zu gross werden.

In diesen Fällen verwendet man mit Vorteil elektromagnetische Filter. Abb. 23 zeigt ein Ausführungsbeispiel dieses Typs, wie es auf Grund von Entwicklungsarbeiten des Instituts für Schwachstromtechnik an der ETH von der Firma Hasler AG. in Bern gebaut wird.

Die Wirkungsweise sei kurz anhand einer vereinfachten Ausführung erläutert. Regt man die in Abb. 24 a dargestellte doppel-U-förmige Filtergabel aus Stahl auf einer Seite elektromagnetisch zu

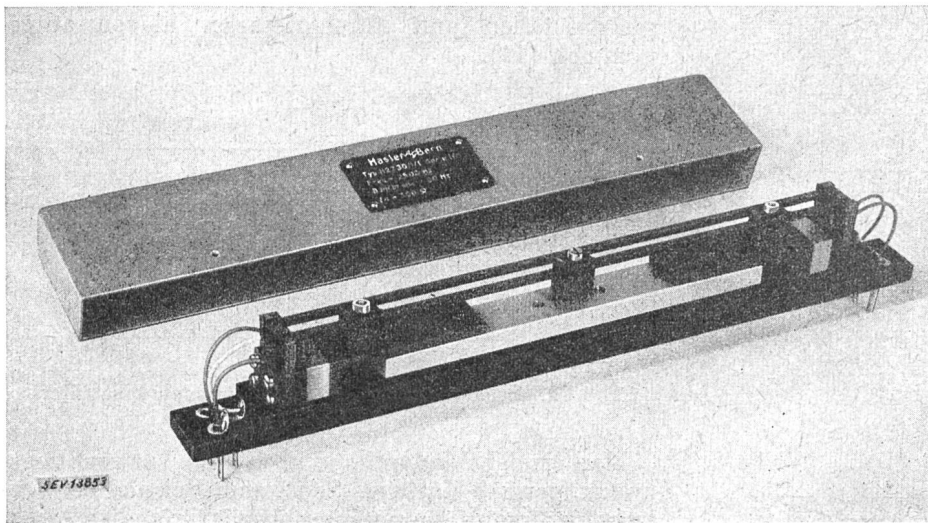


Abb. 23.  
Dreigliedriges elektromagnetisches Filter der Firma Hasler AG., Bern

Schwingungen an, so werden diese Schwingungen auf das andere Zinkenpaar übertragen und können dort über ein zweites elektromagnetisches System wieder in elektrische Energie umgewandelt werden. Die beiden eingangs- und ausgangsseitigen elektrischen Kreise sind auf mechanischem Wege über die Steifigkeit  $s_2$  des mittleren Teiles der Filtergabel gekoppelt.

Der Anwendungsbereich dieser Filter liegt im Gebiet von zirka 1000 bis 4000 Hz bei Bandbreiten von 20 bis 200 Hz.

**Zusammenfassung**

Die heute zur Anwendung gelangenden Filter können in Brückenfilter und Abzweigfilter eingeteilt werden.

Beim Brückenfilter (Abb. 3) trachtet man danach, die gestellten Forderungen bezüglich Dämpfungs- und Wellenwiderstandsverlauf durch entsprechende Dimensionierung der Reaktanzzweipole  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  zu verwirklichen. Man greift nur dann zur Kettenschaltung, die praktisch zwei Teilfilter selten überschreitet, wenn dies unumgänglich notwendig ist. Für den Aufbau von  $\mathfrak{Z}_1$  und  $\mathfrak{Z}_2$  geht man von den vier bekannten kanonischen Reaktanzzweipolen der Abb. 4 aus.

Beim Abzweigfilter sucht man die geforderten Filtereigenschaften durch Kettenschaltung einer Reihe von einfachen Teilfiltern zu erreichen. Dabei haben die einzelnen Teilfilter bei gleichem Durchlassbereich einen im allgemeinen voneinander verschiedenen, geeignet gewählten Dämpfungsverlauf im Sperrbereich. Durch stossfreies Zusammenschalten

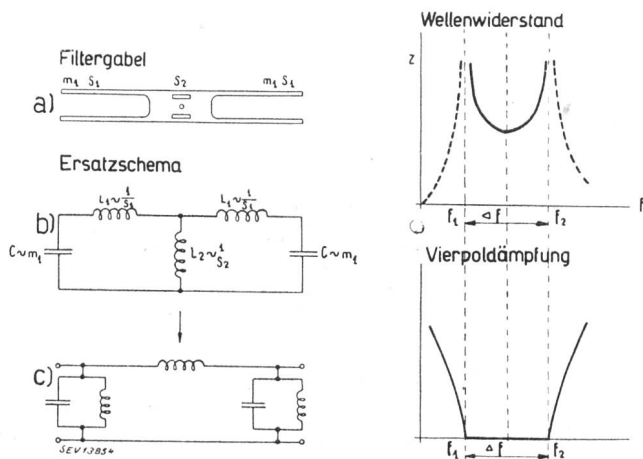


Abb. 24. Ersatzschema eines elektromagnetischen Filters nebst zugehörigem Wellenwiderstands- und Vierpoldämpfungsverlauf

Das entsprechende elektrische Ersatzschema ist in Abb. 24 b gezeichnet. Die Kapazitäten entsprechen den schwingenden Massen, die Induktivitäten den reziproken Steifigkeiten. Wird der Spulendreieck durch ein Spulendreieck ersetzt, so gelangt man zum Ersatzschema der Abb. 24 c, das heisst es handelt sich um ein induktiv gekoppeltes Bandfilter.

Eine Erhöhung der Sperrdämpfung kann in üblicher Weise durch Kettenschaltung mehrerer Filterglieder erreicht werden.

Abb. 25 zeigt den Dämpfungsverlauf eines dreigliedrigen elektromagnetischen Filters, entsprechend dem Ausführungsbeispiel der Abb. 23.

Die Bandbreite beträgt 80 Hz. Bemerkenswert ist der steile Dämpfungsanstieg, die kleine Durchlassdämpfung und die geringen Randverzerrungen.

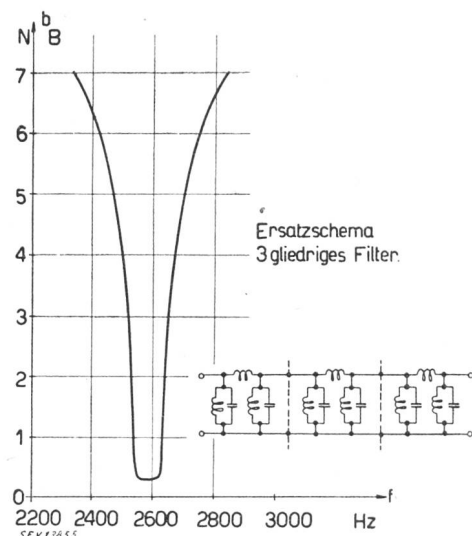


Abb. 25. Ersatzschema und Betriebsdämpfung eines dreigliedrigen elektromagnetischen Filters gemäss Fig. 23

der Teilfilter wird erreicht, dass die Vierpoldämpfungen sich addieren und die Summe den geforderten Dämpfungsverlauf ergibt. Die Anpassung des Wellenwiderstandes an die Generator- und Verbraucherimpedanz wird durch spezielle Endnetzwerke (Anpassungsglieder) auf beiden Seiten der Kette erreicht.

Dem idealen Betriebsdämpfungsverlauf — Dämpfung null im Durchlassbereich bei eckigem senkrechtem Dämpfungsanstieg an den Grenzfrequenzen — kommt die Vierpoldämpfung am nächsten. Sie kann jedoch stets nur näherungsweise erreicht werden, zufolge des Auftretens von Verlusten in den Schaltelementen einerseits und der praktisch nur unvollkommen erreichbaren Anpassung (Wellenwiderstandsebnung) an die eingangs- und ausgangsseitigen Abschlussimpedanzen andererseits.

Praktisch weitgehend verlustfreie Schaltelemente lassen sich durch den Einsatz von elektrisch angelegten, mechanischen Schwingern realisieren. Man fasst die so aufgebauten Siebschaltungen unter dem Namen elektromechanische Filter zusammen. Sie weisen allgemein nicht die Anpassungsfähigkeit bezüglich Bandbreite, Frequenzbereich usw. auf, wie

Spulen-Kondensatorfilter, ermöglichen jedoch den Aufbau besonders hochwertiger Filter.

#### Bibliographie

- [1] W. Cauer. Theorie der linearen Wechselstromschaltungen. Bd. 1. Leipzig 1941.
- [2] R. Feldtkeller. Einführung in die Siebschaltungstheorie. Leipzig 1939.
- [3] E. A. Guillemin. Communication Networks. Vol. 2. New York 1935.
- [4] F. Scower. An Introduction to the Theory and Design of Electric Wave Filters. London 1935.
- [5] W. P. Mason. Electromechanical Transducers and Wave Filters. New York 1942.
- [6] H. Piloty. ENT 15 (1938) S. 37 und 14 (1937) S. 88.
- [7] A. Jaumann. Ueber die Eigenschaften und die Berechnung der mehrfachen Brückenfilter. ENT 9 (1932) S. 243.
- [8] O. J. Zobel. Theory and Design of Uniform and Composite Electric Wave-filters. Bell Syst. Techn. J. 1 (1923) p. 1.
- [9] M. R. Sueur. Théorie élémentaire, mesure, calcul et réalisation des filtres électriques. Rev. gén. d'Electr. 50 (1941) p. 163.
- [10] Balth. van der Pol und Th. J. Weijers. Elektrische Filter. Philips Techn. Rdsch. 1 (1936) S. 239.
- [11] G. Guanella. Schweiz. Arch. 11 (1945) S. 16.
- [12] W. Bantle, B. Matthias und P. Scherrer. Schweiz. Arch. 11 (1945) S. 161.
- [13] J. F. Schouten und J. W. Klüte. Philips Techn. Rdsch. 7 (1942) S. 138.

## Sondages statistiques concernant l'auditoire radiophonique et sa consommation d'électricité\*)

Remarques complémentaires

31:654.19

Par J. Meyer de Stadelhofen, Berne

31:621.396.668

### a) Erratum.

Une erreur typographique s'est glissée à la page 166, 2e col., 3e ligne.

au lieu de  $134' \pm 8$   
il faut lire  $143' \pm 8$

### b) Valeur d'une enquête ne touchant que 0,6‰ des auditeurs

Des lecteurs peu au courant des méthodes statistiques ont été surpris de ce que nous ayons considéré comme valables pour les 800 000 auditeurs suisses des moyennes basées sur une enquête qui n'en englobe que 500.

Voici quelques notions fondamentales justifiant nos conclusions:

Lorsqu'un ensemble de valeurs se répartit suivant la loi des probabilités de Gauss et que l'on procède à un sondage de cet „univers“ en prélevant au hasard un nombre suffisant d'échantillons, ces derniers se répartissent suivant la même loi.

La moyenne arithmétique  $\bar{x}$  des valeurs  $x_i$  des N échantillons constituant un sondage est

$$(1) \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

L'écart quadratique moyen  $s$  de ces mêmes N valeurs est défini par

$$(2) \quad s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2$$

On démontre que l'écart quadratique moyen  $s\bar{x}$  des moyennes  $\bar{x}$  d'un grand nombre de sondages d'un univers normal comportant chacun N échantillons est donné par:

$$(3) \quad s\bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

où  $\sigma$  représente l'écart quadratique moyen de l'univers considéré. On prouve également que l'on peut lorsque N est assez grand et en acceptant une légère erreur secondaire (pour N = 100, l'écart de  $s$  par rapport à  $\sigma$  est dans 95 % des sondages  $\leq 14$  %), remplacer l'écart quadratique moyen  $\sigma$  de l'univers par  $s$ , celui du sondage effectué. Cette dernière proposition nous permet de calculer l'écart quadratique moyen

$$(4) \quad s\bar{x} = \frac{s}{\sqrt{N}} \quad (\text{en négligeant l'erreur secondaire})$$

Connaissant N,  $\bar{x}$  et  $s\bar{x}$  il est possible pour une répartition normale de calculer les limites  $\bar{x} - t$  et  $\bar{x} + t$  entre lesquelles on a une probabilité donnée de rencontrer la moyenne  $\mu$  de l'univers considéré. Réciproquement, connaissant N,  $\bar{x}$ ,  $s\bar{x}$  et les limites  $\bar{x} - t$  et  $\bar{x} + t$  on peut calculer la probabilité de rencontrer entre ces dernières la moyenne  $\mu$ .

Notre sondage auprès de 500 auditeurs a été analysé selon les critères dont il vient d'être question. Nous avons pu conclure, de la sorte, que la moyenne réelle de la dépense journalière des 800 000 auditeurs devait être comprise avec 90 % de probabilité entre 3,7 et 4,46 c.; ou, si nous supposons que la valeur de 4,08 c. est celle de la dépense moyenne réelle de tous les auditeurs suisses, qu'en répétant une enquête comme la nôtre il y a 9 chances sur 10 de constater une dépense comprise entre 3,7 et 4,46 c./j.

#### Bibliographie

- Arthur Linder. Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure. Basel 1945.  
Karl Daeves und August Beckel. Auswertung durch Grosszahlforschung. Berlin 1942.

\*) Voir Bulletin technique 1946, n° 4, p. 163-170.