

# Détermination des moments d'inertie polaires d'un corps de révolution à l'aide de l'intégrateur (Méthode Amsler)

Autor(en): [s.n.]

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **52 (1926)**

Heft 22

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-40322>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# BULLETIN TECHNIQUE

Réd. : D<sup>r</sup> H. DEMIERRE, ing.

DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ORGANE DE PUBLICATION DE LA COMMISSION CENTRALE POUR LA NAVIGATION DU RHIN

ORGANE DE L'ASSOCIATION SUISSE D'HYGIÈNE ET DE TECHNIQUE URBAINES

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

SOMMAIRE : Détermination des moments d'inertie polaires d'un corps de révolution à l'aide de l'intégrateur (Méthode Amsler). — La méthode Gibson pour la mesure du débit d'une conduite forcée, par F. SALGAT, ingénieur aux « Ateliers des Charmilles S. A. », à Genève (suite et fin). — Deuxième concours restreint pour l'étude du nouveau bâtiment aux voyageurs, à Genève-Cornavin (suite). — Correspondance : A propos du barrage à arches multiples du Gem Lake. — L'art de se procurer des fonds. — BIBLIOGRAPHIE. — CARNET DES CONCOURS. — Service de placement.

## Détermination des moments d'inertie polaires d'un corps de révolution à l'aide de l'intégrateur.

(Méthode Amsler.)

La détermination de certains moments d'inertie polaires de corps de révolution conduit à des intégrales dans lesquelles la fonction à intégrer dépend de deux variables et qui ne sont pas directement déterminables à l'aide de l'intégrateur. L'extension de l'idée fondamentale de la méthode décrite dans le cas de la détermination du moment centrifuge<sup>1</sup> d'une surface à l'aide de l'intégrateur permet également de calculer les moments cherchés dans le cas d'un corps de révolution.

### Principe de la méthode :

Soit un corps de révolution rapporté à trois axes de coordonnées  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ , l'axe  $Oz$  étant l'axe de révolution du corps et les axes  $Ox$  et  $Oy$ , rectangulaires entre eux, étant perpendiculaires à ce dernier. Soit à déterminer le moment d'inertie polaire du corps par rapport à un axe  $Gx$  ou un axe  $Gy$  parallèle au précédent et passant par le centre de gravité du corps. Ce problème peut se présenter dans un certain nombre de cas pratiques : par exemple dans l'étude du mouvement d'un régulateur à boules, où le bras pendulaire a la forme d'un corps de révolution de configuration compliquée, ou encore dans l'étude de la pendulation conique (mouvement gyroscopique) d'un projectile autour de la tangente à sa trajectoire etc. et d'autres cas semblables, où, outre le moment d'inertie polaire par rapport à l'axe de rotation principal  $Oz$ , on a besoin des moments d'inertie du corps par rapport à deux autres axes perpendiculaires à celui-ci et passant par le centre de gravité. La détermination se subdivise en deux parties distinctes :

1<sup>o</sup> Détermination du centre de gravité du corps de révolution. — La distance du centre de gravité  $G$  du corps de révolution par rapport au plan  $Oxy$  est donnée par la formule connue (Fig. 1).

<sup>1</sup> Voir Bulletin technique du 27 février 1926, page 53, « Détermination du moment centrifuge d'une surface au moyen de l'intégrateur ».

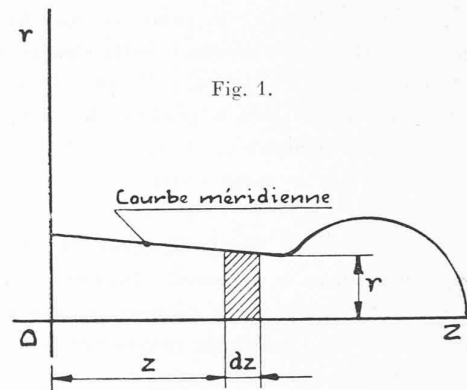


Fig. 1.

$$s = \frac{\int z dV}{\int dV} = \frac{\int \int \int z \cdot dz \cdot dr \cdot r d\varphi}{\int \int \int dz \cdot dr \cdot r \cdot d\varphi} = \frac{2\pi \int z \frac{r^2}{2} dz}{2\pi \int \frac{r^2}{2} dz}$$

où  $dV$  représente la différentielle du volume,  $r$  le rayon vecteur

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

et  $\varphi$  l'angle au centre, et les intégrales étant étendues à tout le volume du corps. Sous cette dernière forme on voit apparaître sous les signes  $\int$  les différentielles

$$\frac{r^2}{2} dz$$

qui ne sont de nouveau autre chose que les moments statiques par rapport à l'axe de révolution d'une bande élémentaire de surface de la courbe méridienne comprise entre : deux rayons distants de  $dz$ , la portion de la courbe méridienne interceptée par ces rayons et l'axe  $oz$ . Si donc on désigne par  $M$  le moment statique par rapport à l'axe de révolution de la surface de la portion de courbe méridienne comprise entre le plan  $Oxy$  et le rayon d'abscisse  $z$ , on aura simplement :

$$\text{Position du centre de gravité : } s = \frac{2\pi \int z dM}{2\pi \int dM}.$$

Cette expression est susceptible d'une interprétation géométrique simple. Si l'on construit la courbe ayant pour ordonnée le moment statique  $M$  par rapport à l'axe de révolution de la portion de courbe méridienne comprise

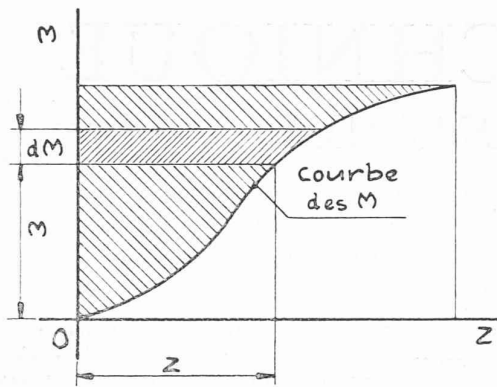


Fig. 2.

entre : l'axe de révolution, le plan origine, la courbe méridienne et le rayon d'abscisse  $z$ , cette valeur  $M$  étant portée en fonction de l'abscisse  $z$ , l'intégrale  $\int z dM$  du numérateur n'est autre que la portion de surface comprise entre l'axe des ordonnées, la courbe des  $M$  et l'horizontale passant par le point extrême de cette courbe. (Fig. 2.)

L'intégrale  $\int dM = M$  total, figurant au dénominateur, n'est autre que le moment statique total de la courbe méridienne entière par rapport à l'axe de révolution, autrement dit l'ordonnée maximum de la courbe des  $M$ . (Fig. 1 et 2.)

Toutes les déterminations de moments statiques et de surfaces ci-dessus sont maintenant effectuables à l'aide de l'intégrateur.

2° Détermination du moment d'inertie polaire du corps de révolution par rapport aux axes  $Gx Gy$  passant par le centre de gravité et perpendiculaires à l'axe de rotation.

Les moments d'inertie cherchés sont :

$$I_x = \int (y^2 + z^2) dv$$

$$I_y = \int (x^2 + z^2) dv$$

$dv$  étant la différentielle du volume et les intégrales étant étendues à tout le corps de révolution. (Fig. 3.)

Additionnant ces deux équations et prenant la demi-somme, on obtient, en remarquant que

$$x^2 + y^2 = \rho^2$$

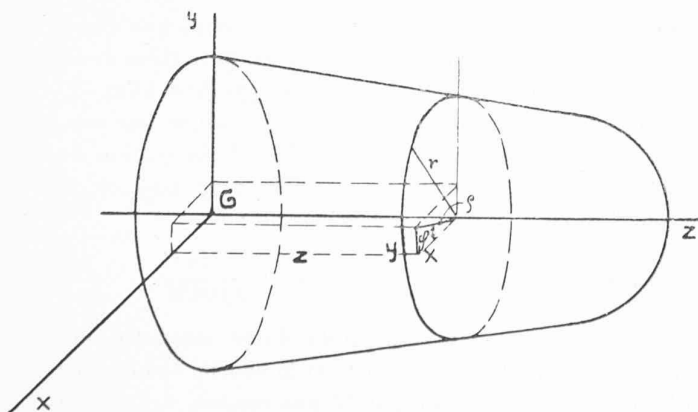


Fig. 3.

$$I_x = I_y = \frac{1}{2} (I_x + I_y) = \frac{1}{2} \int (\rho^2 + 2z^2) dv$$

$$= \frac{1}{2} \iiint (\rho^2 + 2z^2) \rho d\varphi \cdot d\rho \cdot dz$$

$\rho$  étant le rayon vecteur et  $\varphi$  étant l'angle au centre. Effectuant d'abord les intégrations par rapport à  $\rho$  et à  $\varphi$ , on trouve

$$I_x = I_y = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \left[ \int \frac{r^4}{4} dz + 2 \int \frac{r^2}{2} z^2 dz \right]$$

La première des deux intégrales contenues dans la parenthèse  $\int \frac{r^4}{4} dz$  est déterminable directement par parcours du périmètre de la courbe méridienne entre ses ordonnées extrêmes et l'axe des  $z$ , au moyen du grand intégrateur Amsler N° 4. Généralement on n'a pas cet intégrateur à disposition, mais seulement l'intégrateur plus petit N° 2. On arrive cependant au but aussi à l'aide de cet intégrateur en écrivant identiquement :

$$I_x = I_y = \frac{1}{2} 2\pi \left[ \int \frac{r^2}{2} \left( \frac{r^2}{2} dz \right) + 4 \int \frac{z^2}{2} \left( \frac{r^2}{2} dz \right) \right]$$

forme de nouveau susceptible d'une interprétation géométrique. En effet, la différentielle  $\frac{r^2}{2} dz$  est de nouveau le moment statique de la bande élémentaire de largeur  $dz$  de la surface limitée par la courbe méridienne, c'est-à-dire donc  $dM$ ,  $M$  étant comme toujours le moment statique par rapport à l'axe de révolution de la portion de surface de la courbe méridienne arrêtée au rayon d'abscisse  $z$ . On a donc en fin de compte

$$I_x = I_y = \frac{1}{2} 2\pi \left[ \int \frac{r^2}{2} dM + 4 \int \frac{z^2}{2} dM \right]$$

Comme on le voit immédiatement, les deux dernières intégrales dans la parenthèse se traduisent par des moments statiques de courbes des  $M$ . La première  $\int \frac{r^2}{2} dM$  est le moment statique par rapport à l'axe des  $M$  de la surface limitée à ses deux ordonnées extrêmes d'une courbe, dont une des coordonnées serait le rayon  $r$  et l'autre coordonnée la fonction  $M$  de  $z$  (moment statique de la courbe méridienne de l'origine à  $z$  déterminé précédemment). (Fig. 4.) L'autre intégrale  $\int \frac{z^2}{2} dM$  est le

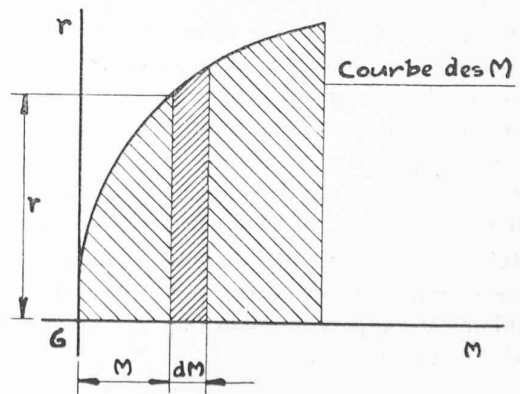


Fig. 4.

moment statique par rapport à l'axe des  $M$  de la surface limitée à l'horizontale extrême et l'axe des  $M$  d'une courbe ayant comme abscisse  $z$  et comme ordonnée la même fonction  $M$  que ci-dessus. (Fig. 5).

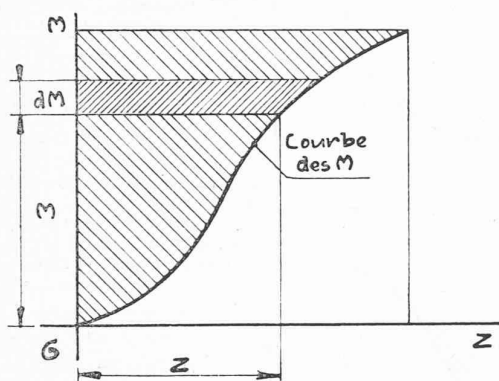


Fig. 5.

Le calcul des moments d'inertie polaires  $I_x$  et  $I_y$  du corps de révolution par rapport aux axes  $Gx Gy$  se ramène donc à des planimétrages et des déterminations de moments statiques de diverses surfaces, opérations toutes effectuables à l'aide de l'intégrateur.

*Exemple numérique.*

(Voir remarque de la Fig. 6, page suivante.)

Soit à déterminer les moments d'inertie polaires par rapport à deux axes passant par le centre de gravité et perpendiculaires à l'axe principal de rotation du pendule à boule d'un régulateur de Trenck (corps de révolution).

1° *Détermination du centre de gravité du corps de révolution.* — Dans la portion en haut et à gauche du dessin, on a représenté la courbe méridienne du pendule à boule du régulateur en grandeur naturelle.

Pour la détermination du centre de gravité à l'aide de la formule

$$s = \frac{2\pi \int z dM}{2\pi \int dM}$$

il faut tout d'abord calculer la fonction  $M$ , c'est-à-dire le moment statique par rapport à l'axe de révolution de la portion de surface comprise entre l'axe des  $z$ , l'axe des ordonnées, la courbe méridienne et l'ordonnée d'abscisse  $z$ , en fonction de la variable  $z$ . A cet effet on divise l'abscisse  $z$  par un certain nombre de verticales 1, 2, 3... 13. On suit alors avec la pointe de l'intégrateur le contour de la surface hachurée en quadrillé en suivant le sens des flèches et en revenant au point de départ  $O$ . On obtient à l'intégrateur le moment statique  $3,8 \text{ cm}^3$  relatif à la verticale 1 ; on recommence la même opération en suivant maintenant le contour jusqu'à la verticale 2 et en revenant au point de départ  $O$  dans le sens des flèches (portion hachurée simplement). La lecture à l'intégrateur donne le moment statique  $7,3 \text{ cm}^3$  correspondant à la verticale 2 et ainsi de suite.

Pour obtenir l'intégrale  $\int z dM$  du numérateur, on portera en ordonnées (figure au milieu et à gauche du dessin) à partir d'un axe des abscisses  $oz$  et sur les mêmes

verticales de division 1, 2, 3... 13, les valeurs du moment  $M$  obtenues précédemment à une certaine échelle. Sur le dessin, l'échelle des ordonnées est de  $1 \text{ cm.} = 5 \text{ cm}^3$ . On portera donc sur la verticale 1, exemple pour  $M = 3,8 \text{ cm}^3$  la longueur  $7,6 \text{ mm}$  ; sur la verticale 2 pour le moment  $M = 7,3 \text{ cm}^3$ , la longueur  $14,6 \text{ mm}$  etc. et on obtient ainsi par points la courbe des  $M$  rapportée au point  $O$  et à la variable  $Z$ .

Pour le planimétrage de la surface limitée par cette courbe des  $M$  l'échelle des surfaces est :

$1 \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}^3 = 5 \text{ cm}^4$ . En évaluant l'aire comprise entre la courbe des  $M$ , l'axe des ordonnées  $OM$  et l'horizontale extrême, on trouve (surface hachurée).

$$f = 256,5 \text{ cm}^2 = 256,5 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm}^4/\text{cm}^2 = 1282,5 \text{ cm}^4.$$

L'intégrale en dénominateur  $\int dM$  est égale à l'ordonnée maximum de la courbe des  $M$  dont il vient d'être question, soit  $76,2 \text{ cm}^3$  (c'est aussi le moment statique de la surface totale limitée par la courbe méridienne, surface hachurée dans la moitié inférieure du pendule à boule, figure en haut à gauche du dessin).

Portant ces valeurs dans la formule, on obtient pour l'abscisse du centre de gravité :

$$Zg = \frac{2\pi \times 1282,5 \text{ cm}^4}{2\pi \times 76,2 \text{ cm}^3} = 16,7 \text{ cm.}$$

2° *Détermination des moments d'inertie polaires  $I_x, I_y$  du corps de révolution par rapport à deux axes rectangulaires passant par le centre de gravité et perpendiculaires à l'axe de rotation.*

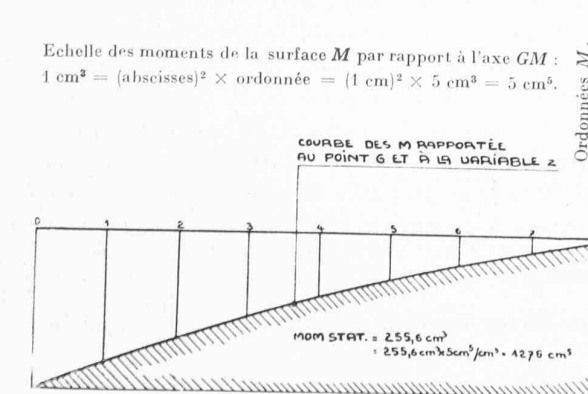
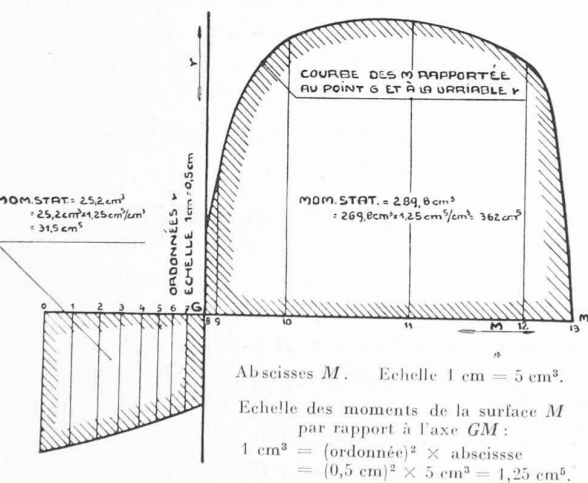
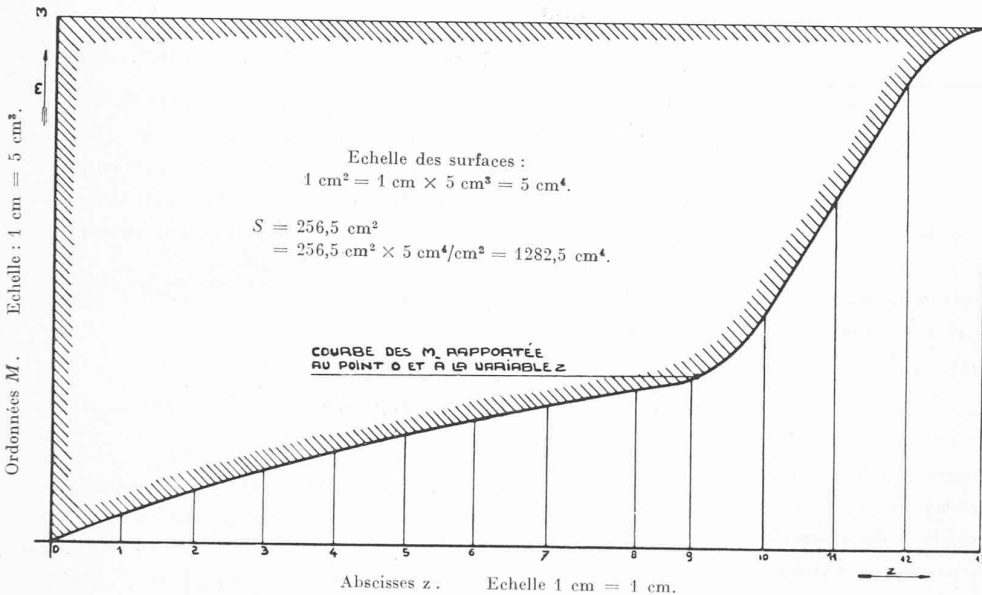
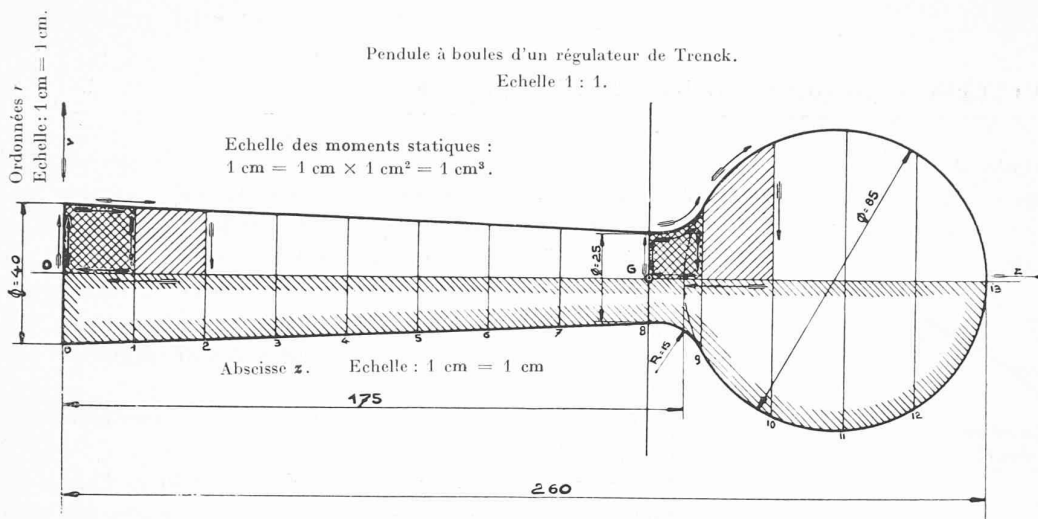
Pour cette détermination il faut transporter l'origine des coordonnées au centre de gravité  $G$ . Pour plus de simplicité, nous supposons que ce centre de gravité tombe sur la verticale de division 8, ce qui est à peu près le cas.

Les deux moments d'inertie polaires cherchés  $I_x$  et  $I_y$  sont donnés par la formule :

$$I_x = I_y = \frac{1}{2} 2\pi \left[ \int_0^2 dM + 4 \int_0^2 \frac{z^2}{2} dM \right]$$

Pour évaluer mécaniquement les deux intégrales contenues dans la parenthèse, il faudra commencer par calculer les valeurs de la fonction  $M$  à partir de la nouvelle origine  $G$  pour les différentes verticales de division. Il faudra donc de nouveau suivre avec la pointe de l'intégrateur, en partant et en revenant au point  $G$ , les parcours indiqués par les flèches dans la partie supérieure et à droite de la courbe méridienne du corps de révolution (figure en haut, à gauche du dessin). Par exemple : pour la verticale 9 (portion couverte de hachures quadrillées) lecture à l'intégrateur  $M = 1,7 \text{ cm}^3$  ; pour la verticale 10 (portion hachurée simplement) lecture à l'intégrateur  $M = 11,7 \text{ cm}^3$  et ainsi de suite, et cela tout aussi bien pour la partie du corps située à droite que celle située à gauche du centre de gravité. Pour la détermination de l'intégrale  $\int \frac{z^2}{2} dM$  on portera dans un système d'axes (figure en dessous du milieu à gauche

Pendule à boules d'un régulateur de Trenck.  
Echelle 1 : 1.



Détermination du centre de gravité  
du corps de révolution.

Formule :

$$S = \frac{\int z dV}{\int dV} = \frac{2\pi \int z \frac{r^2}{2} dz}{2\pi \int \frac{r^2}{2} dz} = \frac{2\pi \int z dM}{2\pi \int dM}$$

où  $M$  = moment statique de  $O$  à  $Z$  de la surface méridienne par rapport à l'axe  $Oz$ .

Calcul de la courbe des  $M$  rapportée à  $O$ .

Ordonnée N°	Mom. depuis $O$ à l'ordonnée $M$ (cm <sup>3</sup> )	Ordonnée	Mom. depuis $O$ à l'ordonnée $M$ (cm <sup>3</sup> )
0	0	7	20,3
1	3,8	8	22,7
2	7,3	9	24,4
3	10,5	10	34,4
4	13,4	11	52,4
5	16,0	12	68,8
6	18,3	13	76,2

Planimétrage de la surface des  $M$  (au planimètre)

$$S = 256,5 \text{ cm}^2 = 1282,5 \text{ cm}^4.$$

Moment statique total par rapport à  $Oz$  de la courbe méridienne (à l'intégrateur)

$$M = 76,2 \text{ cm}^3.$$

Abscisse du centre de gravité

$$Z_G = \frac{2\pi \cdot 1282,5 \text{ cm}^4}{2\pi \cdot 76,2 \text{ cm}^3} = \frac{8055 \text{ cm}^4}{478 \text{ cm}^3} = 16,7 \text{ cm}.$$

Détermination du moment d'inertie polaire  
du corps de révolution

par rapport à un axe passant par le centre de gravité et perpendiculaire à l'axe de rotation.

$$I_x = \int (y^2 + z^2) dV \quad I_y = \int (x^2 + z^2) dV$$

Formule :

$$I_x = I_y = \frac{I_x + I_y}{2} = \frac{1}{2} \int \int (r^2 + z^2) r \cdot \varphi dz$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2\pi \left[ \int \frac{r^4}{4} dz + 2 \int z^2 \frac{r^2}{2} dz \right]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2\pi \left[ \int \frac{r^4}{2} dM + 4 \int z^2 dM \right]$$

Calcul de  $\int \frac{r^2}{2} dM$ .

Portion de gauche

Portion de droite

Ordonnée N°	Rayon $r$ cm.	Mom. depuis $G$ à l'ordonnée $M$ (cm <sup>3</sup> )	Ordonnée N°	Rayon $r$ cm.	Mom. depuis $G$ à l'ordonnée $M$ (cm <sup>3</sup> )
0	2	22,7	8	1,35	0
1	1,9	18,9	9	2,0	1,7
2	1,8	15,4	10	3,9	11,7
3	1,7	12,2	11	4,3	29,7
4	1,6	9,3	12	3,6	46,1
5	1,5	6,7	13	0	53,5
6	1,45	4,4			
7	1,4	2,4			
8	1,35	0			

Moment statique par rapport à l'axe  $GM$  de la surface des  $M$  rapportée à la variable  $r$  (à l'intégrateur) :

$$\text{Portion de gauche} = 25,2 \text{ cm}^3 = 31,5 \text{ cm}^5$$

$$\text{Portion de droite} = 289,8 \text{ cm}^3 = 362 \text{ cm}^5$$

$$\text{Somme} = \int \frac{r^2}{2} dM = 315,0 \text{ cm}^3 = 393,5 \text{ cm}^5$$

Calcul de  $\int \frac{z^2}{2} dM$ .

Portion de gauche

Portion de droite

Ordonnée N°	Mom. depuis $G$ à l'ordonnée $M$ (cm <sup>3</sup> )	Ordonnée N°	Mom. depuis $G$ à l'ordonnée $M$ (cm <sup>3</sup> )
0	22,7	8	0
1	18,9	9	1,7
2	15,4	10	11,7
3	12,2	11	29,7
4	9,3	12	46,1
5	6,7	13	53,5
6	4,4		
7	2,4		
8	0		

Moment statique par rapport à l'axe  $GM$  de la surface des  $M$  rapportée à la variable  $z$  (à l'intégrateur) :

$$\text{Portion de gauche} = 255,6 \text{ cm}^3 = 1278 \text{ cm}^5$$

$$\text{Portion de droite} = 161,4 \text{ cm}^3 = 807 \text{ cm}^5$$

$$\text{Somme} = \int \frac{z^2}{2} dM = 417,0 \text{ cm}^3 = 2085 \text{ cm}^5$$

Moment d'inertie polaire  $I_x$  et  $I_y$  :

$$I_x = I_y = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \left[ \int \frac{r^2}{2} dM + 4 \int z^2 dM \right]$$

$$= \pi [393,5 + 4 \times 2085]$$

$$= \pi \cdot 8733,5 = 27400 \text{ cm}^8.$$

Fig. 6.

Détermination  
du moment d'inertie d'un corps de  
révolution à l'aide de l'intégrateur  
(méthode Amsler).

(Toutes les échelles mentionnées dans le dessin, indications numériques de la figure, et les calculs contenus dans le texte, se rapportent aux échelles réelles du dessin original. Ces échelles ont été altérées par la reproduction photographique.)

du dessin) en ordonnées les valeurs du rayon  $r$  correspondant aux différentes verticales de division à l'échelle 1 cm. = 0,5 cm. par exemple, et en abscisses les valeurs correspondantes de  $M$  à l'échelle 1 cm. = 5 cm<sup>3</sup> par exemple. On obtiendra ainsi par points la courbe des  $M$  en fonction de la variable  $r$  rapportée à l'origine  $G$ , séparément pour la portion de droite et la portion de gauche du corps de révolution. Pour l'évaluation de  $\int \frac{r^2}{2} dM$  = moment statique de la courbe des  $M$  par rapport à l'axe  $GM$ , l'échelle des indications de l'intégrateur sera : 1 cm<sup>3</sup> = (ordonnée)<sup>2</sup> × abscisse = (0,5 cm)<sup>2</sup> × 5 cm<sup>3</sup> = 1.25 cm<sup>5</sup>.

En suivant les périphéries avec le traçoir de l'intégrateur on trouve :

Portion de gauche : moment par rapport à  $GM$  = 25,2 cm<sup>3</sup> = 31,5 cm<sup>5</sup>  
 » » droite : moment par rapport à  $GM$  = 289,8 cm<sup>3</sup> = 362,0 cm<sup>5</sup>

$$\text{Somme} = \int \frac{r^2}{2} dM = 315,0 \text{ cm}^3 = 393,5 \text{ cm}^5$$

Pour le calcul de la seconde intégrale de la parenthèse  $\int \frac{z^2}{2} dM$  on utilisera les valeurs de  $M$  rapportées à l'origine  $G$  calculée précédemment, mais on tracera la courbe des  $M$  cette fois en fonction de la variable  $z$  (figure en bas et à gauche du dessin). On portera en abscisses les valeurs de  $z$ , par exemple en vraie grandeur 1 cm. = 1 cm. et en ordonnées sur les verticales de division les valeurs de  $M$  à l'échelle 1 cm. = 5 cm<sup>3</sup> par exemple. Dans cette représentation l'échelle des moments statiques des surfaces par rapport à l'axe  $GM$  aura la dimension :

$$1 \text{ cm}^3 = (\text{abscisse})^2 \times \text{ordonnée} = (1 \text{ cm})^2 \times 5 \text{ cm}^3 = 5 \text{ cm}^5.$$

L'intégrale cherchée est le moment statique par rapport à l'axe  $GM$  de la portion de surface comprise entre cette axe, la courbe des  $M$  en fonction de  $z$  et les horizontales des points extrêmes. On trouvera à l'intégrateur :

Portion de gauche : moment statique par rapport à  $GM$  = 255,6 cm<sup>3</sup> = 1278 cm<sup>5</sup>  
 Portion de droite : moment statique par rapport à  $GM$  = 161,4 cm<sup>3</sup> = 807 cm<sup>5</sup>

$$\text{Somme} = \int \frac{z^2}{2} dM = 417,0 \text{ cm}^3 = 2085 \text{ cm}^5$$

Finalement on aura pour les moments d'inertie polaires  $I_x I_y$  cherchés :

$$\begin{aligned} I_x = I_y &= \frac{1}{2} 2\pi \left[ \int \frac{r^2}{2} dM + 4 \int \frac{z^2}{2} dM \right] \\ &= \pi \left[ 393,5 + 4 \times 2085 \right] = 27400 \text{ cm}^5 \end{aligned}$$

## La méthode Gibson

pour la mesure du débit d'une conduite forcée,

par F. SALGAT, ingénieur aux Ateliers des Charmilles S.A., à Genève.

(Suite et fin<sup>1</sup>.)

*Essais de Muscle Shoals.* — En complément à ce qui précède il nous paraît intéressant de citer ces essais, car ils ont porté sur des groupes importants alimentés par de courtes conduites et ils ont été faits parallèlement à des essais par déversoir. De plus — et surtout — nous avons ici une application du *graphique différentiel*.

Nous n'avons pas parlé de ce genre de graphique car nous n'avons pas l'occasion d'en donner une application. On verra celle-ci plus loin.

Le graphique différentiel donne la différence des surpressions en deux sections de la même conduite. A cet effet la branche  $P$  du manomètre  $B$  (fig. 4) est reliée à la conduite, en amont de la prise  $C$ . Comme alors on mesure la différence des impulsions dans les deux sections considérées, on obtiendra la vitesse  $V_0$  en introduisant dans la formule 1 la distance séparant ces sections et non la longueur de la conduite ; pour  $s_T$  on prend la surface du graphique différentiel.

Cette façon de faire peut simplifier considérablement le travail car elle permet de limiter à une partie de la conduite la détermination des caractéristiques physiques (longueur et section), de s'affranchir des variations de section en choisissant un tronçon de conduite de section constante et enfin d'éviter les difficultés dues à une trop grande pression (voir paragraphe 22).

L'usine de Muscle Shoals (Barrage Wilson sur le Tennessee-Alabama) comprend actuellement huit groupes verticaux dont quatre de 30 000 HP et quatre de 35 000 HP, l'usine est prévue pour l'installation ultérieure de dix autres groupes. La chute varie de 68 pieds à 91 pieds et la vitesse des turbines est de 100 tours/minute. Les essais<sup>2</sup> dont nous parlons sont ceux d'une unité de 30 000 HP construite par *I. P. Morris* et *Westinghouse*.

Le déversoir devant être très long, fut divisé en quinze éléments de 30 pieds de longueur chacun. L'épaisseur d'eau sur la crête était de deux pieds environ pour le débit de pleine charge. Elle était mesurée en deux endroits pour chaque déversoir partiel.

L'appareil Gibson fut installé comme l'indique la fig. 20. Entre les prises supérieure et inférieure la section de la conduite est sensiblement constante. Cette conduite est divisée en trois parties par des parois, aussi des essais ont été faits soit en installant un appareil sur chaque partie, soit en reliant le même appareil aux trois parties ; les résultats furent pratiquement les mêmes.

Comme pour l'objet de notre étude c'est la *comparaison des deux méthodes* qui est intéressante, nous traduisons librement celle qu'en fait *M. F. H. Kohloss* :

« L'exactitude des mesures par déversoir dépend de la

<sup>1</sup> Voir *Bulletin technique* du 9 octobre 1926, page 251.

<sup>2</sup> F. H. KOHLLOSS : Tests at Wilson Dam Power-house. « The Military Engineer », mai-juin 1926.