

Détermination expérimentale de la charge de flambement et des souplesses d'encastrement d'un élément

Autor(en): **Lazard, A. / Mouty, J.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **27 (1967)**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-21541>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Détermination expérimentale de la charge de flambement et des souplesses d'encastrement d'un élément

Experimentelle Bestimmung der Knicklast und des Einspannungsgrades eines Druckstabes

Experimental Determination of the Buckling Load and Degree of Fixing Flexibility of a Structural Steel Member

A. LAZARD

Ingénieur Général à la S.N.C.F., Paris

J. MOUTY

Ingénieur à la Société Vallourec,
Valenciennes

Le Senior des auteurs a montré récemment dans deux communications [1] [2] comment il était possible de déterminer expérimentalement la charge de flambement d'un élément de construction métallique encasturé élastiquement à ses extrémités. La méthode — aisée à mettre en œuvre — est basée sur la mesure de la variation de la rigidité transversale d'un ou de deux points de l'élément au cours d'un chargement progressif de l'élément: le flambement correspond à l'annulation de cette rigidité transversale.

Les expériences ont été tellement probantes qu'il a été proposé de se contenter d'une seule mesure de la rigidité transversale, par exemple celle sous charge nulle. En réalité il s'agit alors d'une approximation, en général dans le sens de la sécurité. L'intérêt de la méthode est apparu tel que des études ont été poursuivies indépendamment par les deux auteurs en vue de déterminer la grandeur de l'approximation obtenue.

Le résultat en est qu'il devient fort aisé de déterminer:

1. La charge de flambement d'un élément.
2. Les valeurs des encastrements de ses extrémités.

Cela suppose, bien entendu, que l'élément se comporte d'une manière élastique et que les caractéristiques des encastrements ne se modifient pas au cours de chargements allant jusqu'au flambement.

Ces divers points seront traités dans l'article dans l'ordre suivant:

I. Rappel de la méthode expérimentale proposée pour la détermination de la charge de flambement.

II. Détermination de la charge de flambement à partir de la rigidité transversale à vide en fonction des encastremets des extrémités.

III. Détermination des encastremets d'extrémités par la mesure d'une ou de deux flèches.

IV. Limites d'application des méthodes proposées.

On commencera par définir les notations employées.

Notations

1. Souplesses d'encastremets élastiques

Si on applique un Moment M à une extrémité d'un élément de longueur l_0 , celle-ci tourne d'un angle θ proportionnel

$$M = \alpha \theta.$$

Il est commode de définir la souplesse de l'encastrement par l'une des notations suivantes:

$$\mathfrak{A} = \frac{EI}{l_0 \alpha} = \frac{EI \theta}{l_0 M} \quad \text{ou:} \quad \delta = \frac{6 EI}{l_0 \alpha} = 6 \mathfrak{A}^{(1)},$$

où \mathfrak{A} et δ sont des nombres sans dimension (exprimés en radians) et tels qu'ils soient

nuls si l'élément est parfaitement encastré (aucune souplesse),
infinis si l'élément est articulé (souplesse infinie).

Pour éviter d'utiliser des nombres infinis, nous considérerons également le nombre

$$X = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{A} + 1} = \frac{EI}{EI + l_0 \alpha} = \frac{EI}{EI + \frac{M l_0}{\theta}} \quad \text{ou} \quad X = \frac{\delta}{\delta + 6},$$

qui varie entre 0 et 1

d'où l'on tire $\mathfrak{A} = \frac{X}{1-X}$ et $\delta = \frac{6X}{1-X}$.

2. Rigidités transversales

Nous appelons rigidité transversale d'un élément en un point le rapport entre un effort transversal faible P appliqué en ce point et la flèche ν que prend l'élément en ce point

¹⁾ On trouve la notation δ (sous la forme β) dans le traité de M. COURBON-DUNOD 1965. L'intervention du nombre 6 met cette notation plus en rapport avec les nombres a et b utilisés autrefois par PIGEAUD.

$$K = \frac{P}{\nu}$$

c'est, en fait, la valeur de l'effort transversal à appliquer pour obtenir une flèche unitaire (exprimé par exemple en kg par cm).

Nous désignerons par K_0 la rigidité transversale médiane d'un élément bi-articulé, sous charge longitudinale nulle,

$$K_0 = 48 \frac{EI}{l_0^3}.$$

3. Facteurs m et $m' - q$

La charge de flambement d'une pièce bi-articulée étant

$$N_0 = \pi^2 \frac{EI}{l_0^2}$$

la charge de flambement N_{cr} d'un élément plus ou moins encastré peut se définir par le facteur de référence

$$m = \frac{N_{cr}}{N_0},$$

qui est employé dans les Règlements Officiels Français.

La plupart des règlements de construction métallique donnent la contrainte de flambement en fonction de l'élançement réel de l'élément considéré, aussi, préfère-t-on souvent définir la longueur de flambement $l = ql_0$

q varie de 1 à $\frac{1}{2}$.

$$\text{Evidemment } q = \frac{1}{\sqrt{m}}.$$

La rigidité transversale médiane \bar{K}_0 du même élément, sous charge longitudinale nulle, peut se définir par le facteur de référence

$$m' = \frac{\bar{K}_0}{K_0}$$

variant également de 1 à 4.

Toute la présente étude est basée sur le fait que m' est très voisin de m et que la mesure de m' , aisée, constitue une excellente approximation de m .

4. Angle auxiliaire u

On sait que de nombreux calculs classiques sur le flambement utilisent l'angle auxiliaire u

$$u = \frac{\pi}{2} \sqrt{m},$$

qui varie de $\pi/2$ à π .

I. Rappel de la méthode expérimentale proposée pour la détermination de la charge de flambement

Sur le diagramme du type de la fig. 1, où sont portées en abscisses les rigidités transversales K (ou les m') et en ordonnées les charges longitudinales N (ou les m), tout essai de chargement depuis une valeur nulle jusqu'au flambement sera représenté par une courbe continue dans laquelle la rigidité transversale médiane partira de sa valeur sous charge nulle \bar{K}_0 pour atteindre la valeur zéro. L'intérêt de la considération d'une telle courbe est qu'elle est pratiquement assimilable à une droite. De sorte qu'il suffit d'en déterminer expérimentalement quelques points pour pouvoir, par extrapolation linéaire, déterminer une valeur approchée — largement suffisante dans la pratique — de la charge de flambement. Telle est la méthode expérimentale que nous avons proposée et appliquée avec succès [1].

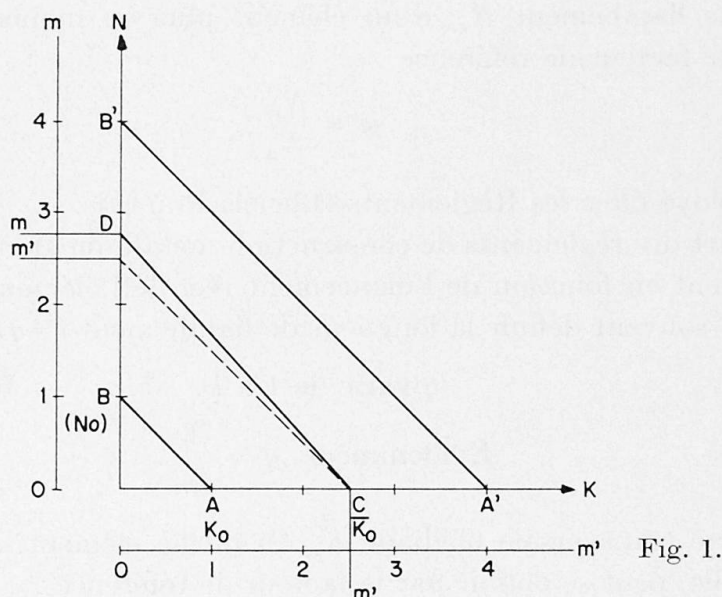


Fig. 1.

La courbe AB représente la variation de K (ou m') en fonction de N (ou m) pour un élément bi-articulé.

La courbe $A'B'$ est relative à un élément parfaitement bi-encasté, de même longueur. Ces deux courbes sont homothétiques dans le rapport 4 et sont assimilées à deux droites parallèles.

Nous avons posé que la courbe représentative de tout élément de même longueur partiellement encasté à ses deux extrémités serait sensiblement une droite CD , et admis en première approximation qu'elle serait parallèle à AB et $A'B'$.

L'essai du pont sur le Loing a magnifiquement confirmé les deux hypothèses avec $m' = m = 1,6$.

L'essai du pont sur l'Erier a bien montré que les points expérimentaux

s'alignaient sur une droite, mais il faisait ressortir que cette droite était un peu plus pentée que la parallèle à AB et $A'B'$ correspondant à $m' = 2,7$; donc que m était supérieur à m' ($m = 3,23$).

En rendant compte de ces essais, nous n'avions pas trouvé la raison de cette discordance.

C'est à la suite d'un essai fait à *Valenciennes*, dans l'Usine de la Société *Vallourec*²⁾, dans le cadre d'un programme exécuté pour le compte du C.I.D.E.C.T.³⁾ où nous avons prêté l'équipe d'essais constituée au sein de la Subdivision des Ouvrages d'Art de la Région du Sud-Est de la S.N.C.F., que nous est apparue la raison de la discordance. L'idée en revient à M. BRUGERE, Ingénieur Civil des Ponts et Chaussées, Chef d'Etudes à la Subdivision, qui dirigeait cette équipe et que nous tenons à remercier ici.

Indépendamment, M. MOUTY, Ingénieur à *Vallourec*, résolvait le problème de son côté.

II. Détermination de la charge de flambement à partir de la rigidité transversale à vide en fonction des souplesses d'encastrement des extrémités

Appelons \mathfrak{A} et \mathfrak{B} ou δ_A et δ_B les souplesses d'encastrement des extrémités d'un élément. La condition de flambement s'écrit:

$$2 \sin u (\sin u - u \cos u) + u (\sin 2u - 2u \cos 2u) (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 4u^3 \sin 2u \mathfrak{A} \mathfrak{B} = 0$$

ce qui permet de calculer chaque fois u , donc m , connaissant \mathfrak{A} et \mathfrak{B} (ou δ_A et δ_B).

Le rapport des rigidités transversales médianes à vide m' s'écrit directement en fonction de \mathfrak{A} et \mathfrak{B} (ou de δ_A et δ_B)

$$m' = 4 \frac{1 + 4(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 12 \mathfrak{A} \mathfrak{B}}{1 + 7(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 48 \mathfrak{A} \mathfrak{B}} \quad (\text{MOUTY}).$$

ou

$$m' = \frac{1}{1 - \frac{9}{4} \frac{\frac{\delta_A + \delta_B}{2} + 1}{(\delta_A + 2)(\delta_B + 2) - 1}} \quad (\text{LAZARD})$$

ou encore, en fonction de X et de Y des extrémités

$$m' = 4 \frac{1 + 3(X + Y) + 5XY}{1 + 6(X + Y) + 35XY} \quad (\text{MOUTY}).$$

L'abaque de M. MOUTY (fig. 2) donne les courbes m ou m' constantes et de

²⁾ Sur une diagonale tubulaire d'une poutre de pont-roulant soudée sur une membrure supérieure constituée d'un fer H et sur une membrure inférieure en tubes.

³⁾ C.I.D.E.C.T. = Comité International pour l'Etude et le Développement de la Construction Tubulaire.

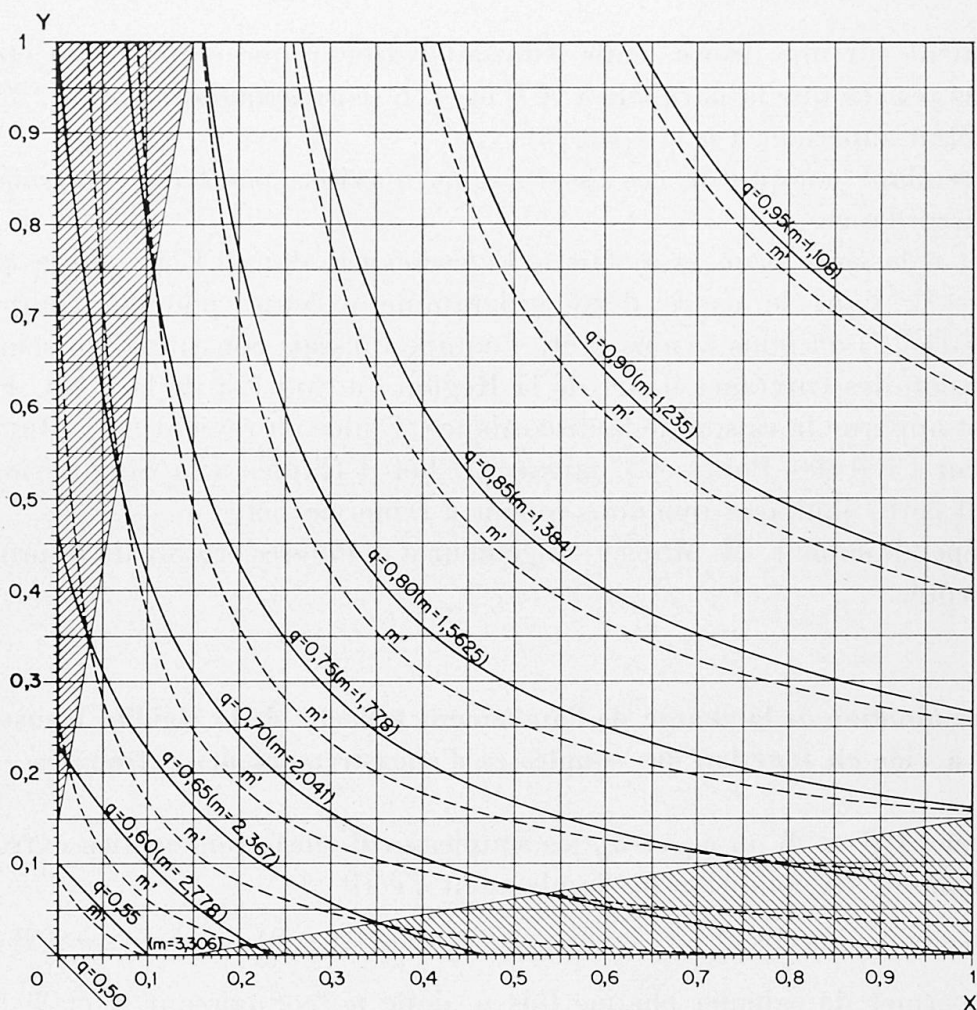


Fig. 2.

même valeur en fonction des souplesses d'encastrement. Les valeurs choisies pour m correspondent à des valeurs de q variant de 5 en 5 centièmes.

On y voit que les courbes m et m' de même cote sont extrêmement voisines et de plus qu'en général, c'est-à-dire exception faite des cas d'extrême dissymétrie des encastremets (zones hachurées voisines des axes), les courbes m' sont en dessous des courbes m .

Comme les m et m' vont en croissant quand on se rapproche de l'origine de l'abaque, la valeur de m' lue sur l'abaque, pour un X et un Y donnés, sera, en général, inférieure à la valeur de m ; c'est-à-dire que la valeur (m') donnée par la mesure expérimentale de la rigidité transversale sera une approximation de m par défaut — donc dans le sens de la sécurité.

C'est bien ce qui a été constaté au pont sur l'Erier où les encastremets étaient égaux (valeurs kd_1 et kd_3 sensiblement identiques — voir fig. 12 de [1]. Le plus grand écart est obtenu quand la pièce a des encastremets égaux (ou symétriques) ($X = Y$: bissectrice de l'abaque MOUTY)

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B},$$

$$\delta_A = \delta_B.$$

La figure 3 et les tableaux donnent pour ce cas et sous une autre forme les valeurs de m et m' en fonction de la valeur des souplesses d'encastrement.

On a

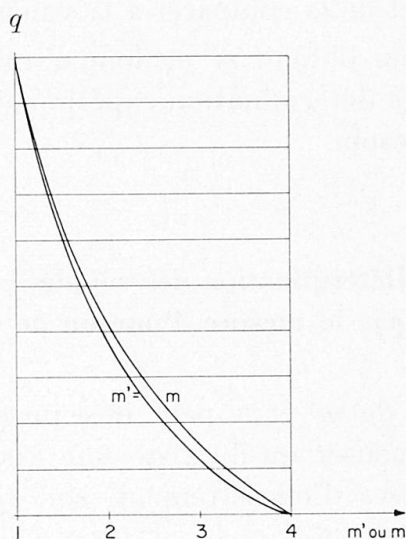
$$m' = \frac{4X+4}{7X+1} = \frac{8\mathcal{A}+4}{8\mathcal{A}+1} = \frac{4\delta+12}{4\delta+3},$$

$$X = \frac{4-m'}{7m'-4} = \frac{\operatorname{tg} u}{\operatorname{tg} u - 2u},$$

$$\mathcal{A} = \frac{4-m'}{8m'-8} = -\frac{\operatorname{tg} u}{2u},$$

$$\delta = \frac{3}{4} \frac{4-m'}{m'-1} = -\frac{3 \operatorname{tg} u}{u}.$$

| q | X (ou Y) | A (ou B) | δ ($\delta_A = \delta_B$) |
|------|-------------|-------------|---------------------------------------|
| 1 | 1 | ∞ | ∞ |
| 0,95 | 0,785 | 3,649 | 21,894 |
| 0,90 | 0,619 | 1,625 | 9,748 |
| 0,85 | 0,487 | 0,951 | 5,705 |
| 0,80 | 0,381 | 0,615 | 3,688 |
| 0,75 | 0,293 | 0,413 | 2,481 |
| 0,70 | 0,218 | 0,279 | 1,676 |
| 0,65 | 0,155 | 0,183 | 1,100 |
| 0,60 | 0,099 | 0,110 | 0,662 |
| 0,55 | 0,049 | 0,051 | 0,308 |
| 0,50 | 0 | 0 | 0 |



| m' | m |
|-------|-------|
| 1 | 1 |
| 1,099 | 1,108 |
| 1,214 | 1,235 |
| 1,349 | 1,384 |
| 1,507 | 1,563 |
| 1,696 | 1,778 |
| 1,928 | 2,041 |
| 2,216 | 2,367 |
| 2,594 | 2,778 |
| 3,126 | 3,306 |
| 4 | 4 |

Fig. 3.

L'écart ne peut dépasser 7% de m et ce pour des valeurs de m ou m' comprises entre 2,5 et 3⁴).

Les cas où la détermination de m' donne une approximation par excès de m sont ceux des excès de dissymétrie des encastresments de l'élément.

Le maximum d'écart s'obtient pour la pièce la plus dissymétrique qui soit articulée — parfaitement encastree où

$$m' = \frac{16}{7} = 2,28 \text{ quand } m = 2,05 \text{ seulement.}$$

Soit une erreur par excès de 11%.

Sur l'abaque MOUTY, on voit qu'il y a égalité de m et m' sensiblement sur les droites

4) En fait à l'Erier l'écart expérimental atteint presque 20%. $m' = 2,7$, $m = 3,23$.

$$Y = 0,18 X - 0,03 \quad \text{et} \quad X = 0,18 Y - 0,03$$

soit
$$\mathfrak{X} = \frac{1,03 \mathfrak{B} + 0,03}{0,15 - 0,85 \mathfrak{B}} \quad \text{ou} \quad \mathfrak{B} = \frac{0,15 \mathfrak{X} - 0,03}{0,85 \mathfrak{X} + 1,03} \quad \text{et symétriquement.}$$

Le cas de l'élément de fer à U essayé au pont du LOING [1] en donne un exemple. Cela se produira fréquemment dans les portions de barres attachées sur les membrures haute ou basse d'un ouvrage ancien à treillis multiples.

En résumé, *la mesure expérimentale de m' donne toujours une valeur approchée de m , l'approximation étant dans le sens de la sécurité pour les pièces les plus courantes* (où la dissymétrie des encastremets n'est pas exagérément prononcée).

Il suffit donc de mesurer la rigidité transversale médiane à vide \bar{K}_0 de l'élément testé (c'est-à-dire l'inverse de la flèche sous une faible charge transversale appliquée) et de la comparer à la valeur K_0 calculée comme si la pièce était bi-articulée pour obtenir m' et donc m ($m' = \bar{K}_0/K_0$).

Le problème de la détermination expérimentale de la charge de flambement est ainsi aisément résolu.

III. Détermination des souplesses d'encastrement par la mesure d'une ou de deux flèches

La connaissance de m' et m peut être jugée insuffisante, soit qu'on ait de bonnes raisons de penser qu'il existe une assez grande dissymétrie dans les valeurs des souplesses d'encastrement, soit qu'on désire les connaître avec une assez bonne précision.

Ces valeurs sont utiles pour les calculs des systèmes statiques ou hyperstatiques tant d'élasticité que de plasticité; en particulier, quand on désire surcharger un ouvrage calculé suivant des règlements désuets ou lorsque le règlement à appliquer ne définit pas explicitement la manière de les déterminer.

La mesure de m' donne une première relation entre X et Y (ou entre \mathfrak{X} et \mathfrak{B} ou entre δ_A ou δ_B) suffisante pour les pièces symétriquement encastrees. Sur la fig. 2 la détermination de X et Y est immédiate: intersection des courbes m' avec la bissectrice,

$$\text{soit} \quad X = Y = \frac{4 - m'}{7 m' - 4}, \quad \mathfrak{X} = \mathfrak{B} = \frac{4 - m'}{8 (m' - 1)}, \quad \delta_A = \delta_B = \frac{3}{4} \frac{4 - m'}{m' - 1}.$$

Dans les autres cas, une seconde relation est indispensable: il faut alors se ramener au cas général et mesurer les déformations en deux points de l'élément fléchi sous une charge transversale P connue.

Les équations classiques bien connues sont d'un maniement difficile. Afin de faciliter les essais et les calculs, il semble judicieux d'appliquer les charges

| Modes de chargement | Condi-tions d'extré-mité | Cas fondamentaux | | | Encastrements élastiques | | | | | |
|---------------------|--------------------------|--|---|--|-------------------------------|---|---|--|--|--|
| | | Bi-arti-culée | Encastrée-articulée | Bi-en-castrée | Symétriques | | Quelconques | | | |
| | | $\mathfrak{A} \rightarrow \infty$ $\mathfrak{B} \rightarrow \infty$ | $\mathfrak{A} = 0$ $\mathfrak{B} \rightarrow \infty$ | $\mathfrak{A} = 0$ $\mathfrak{B} = 0$ | $\mathfrak{A} = \mathfrak{B}$ | | $\mathfrak{A} \neq \mathfrak{B}$ | | | |
| Au 1er tiers | Positions flèches | 1er tiers | $\frac{64}{81}$ | $\frac{176}{729}$ | $\frac{128}{729}$ | $\frac{64}{81} \left[1 - \frac{41\mathfrak{A} + 7}{9(1+2\mathfrak{A})(1+6\mathfrak{A})} \right]$ | | $\frac{64}{81} \left[1 - \frac{7 + 16\mathfrak{A} + 25\mathfrak{B}}{9[1+4(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})+12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]} \right]$ | | |
| | | Milieu | $\frac{23}{27}$ | $\frac{8}{27}$ | $\frac{5}{27}$ | $\frac{23}{27} \left[1 - \frac{18}{23(1+2\mathfrak{A})} \right]$ | | $\frac{23}{27} \left[1 - \frac{18 + 48\mathfrak{A} + 60\mathfrak{B}}{23[1+4(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})+12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]} \right]$ | | |
| | | 2ème tiers | $\frac{56}{81}$ | $\frac{184}{729}$ | $\frac{88}{729}$ | $\frac{56}{81} \left[1 - \frac{320\mathfrak{A} + 52}{63(1+2\mathfrak{A})(1+6\mathfrak{A})} \right]$ | | $\frac{56}{81} \left[1 - \frac{52 + 160(\mathfrak{A} + \mathfrak{B})}{63[1+4(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]} \right]$ | | |
| Au milieu | Positions flèches | 1er tiers | $\frac{23}{27}$ | $\frac{8}{27}$ | $\frac{5}{27}$ | $\frac{23}{27} \left[1 - \frac{18}{23(2\mathfrak{A} + 1)} \right]$ | | $\frac{23}{27} \left[1 - \frac{18 + 48\mathfrak{A} + 60\mathfrak{B}}{23[1+4(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]} \right]$ | | |
| | | Milieu | 1 | $\frac{7}{16}$ | $\frac{1}{4}$ | $1 - \frac{3}{4(2\mathfrak{A} + 1)}$ | | $1 - \frac{3 + 9(\mathfrak{A} + \mathfrak{B})}{4[1+4(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]}$ | | |
| | | 2ème tiers | $\frac{23}{27}$ | $\frac{11}{27}$ | $\frac{5}{27}$ | $\frac{23}{27} \left[1 - \frac{18}{23(2\mathfrak{A} + 1)} \right]$ | | $\frac{23}{27} \left[1 - \frac{18 + 48\mathfrak{B} + 60\mathfrak{A}}{23[1+4(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]} \right]$ | | |
| Au 2ème tiers | Positions flèches | 1er tiers | $\frac{56}{81}$ | $\frac{184}{729}$ | $\frac{88}{729}$ | $\frac{56}{81} \left[1 - \frac{320\mathfrak{A} + 52}{63(1+2\mathfrak{A})(1+6\mathfrak{A})} \right]$ | | $\frac{56}{81} \left[1 - \frac{52 + 160(\mathfrak{A} + \mathfrak{B})}{63[1+4(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]} \right]$ | | |
| | | Milieu | $\frac{23}{27}$ | $\frac{297}{729}$ | $\frac{5}{27}$ | $\frac{23}{27} \left[1 - \frac{18}{23(1+2\mathfrak{A})} \right]$ | | $\frac{23}{27} \left[1 - \frac{18 + 60\mathfrak{A} + 48\mathfrak{B}}{23[1+4(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]} \right]$ | | |
| | | 2ème tiers | $\frac{64}{81}$ | $\frac{320}{729}$ | $\frac{128}{729}$ | $\frac{64}{81} \left[1 - \frac{41\mathfrak{A} + 7}{9(1+2\mathfrak{A})(1+6\mathfrak{A})} \right]$ | | $\frac{64}{81} \left[1 - \frac{7 + 25\mathfrak{A} + 16\mathfrak{B}}{9[1+4(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]} \right]$ | | |
| Au 1er tiers | Positions flèches | 1er quart | $\frac{11}{16}$ | | | | $\frac{11}{16} \left[1 - \frac{18 + 45\mathfrak{A} + 63\mathfrak{B}}{22[1+4(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]} \right]$ | | | |
| | | Milieu | | | | $1 - \frac{3 + 9(\mathfrak{A} + \mathfrak{B})}{4[1+4(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]}$ | | | | |
| | | 3ème quart | $\frac{11}{16}$ | | | | $\frac{11}{16} \left[1 - \frac{18 + 63\mathfrak{A} + 45\mathfrak{B}}{22[1+4(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + 12\mathfrak{A}\mathfrak{B}]} \right]$ | | | |

transversales soit au milieu, soit aux tiers de l'élément et de mesurer les flèches en ces mêmes points.

Le tableau ci-dessus donne, en fonction de $\frac{Pl_0^3}{48EI}$, les valeurs des flèches obtenues pour ces modes de chargement.

Bien entendu, quand agit un effort longitudinal N (supposé connu, au moins approximativement) les calculs des flèches sont bien plus compliquées. Mais il paraît suffisant d'admettre que les flèches sous effort longitudinal nul sont alors multipliées par le facteur classique

$$\frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}$$

Dans lequel N_{cr} a été déterminé par la méthode expérimentale décrite plus avant.

C'est ainsi que dans le premier essai de *Valenciennes* auquel nous avons fait allusion, où les flèches étaient mesurées non pas exactement aux tiers mais aux $\frac{2}{9}$ et $\frac{7}{9}$ de l'élément pour un chargement transversal médian, il a été possible de déterminer les valeurs d'encastrement de:

- 1,1 milliradian par 100 m · kg pour l'encastrement haut,
- 0,3 milliradian par 100 m · kg pour l'encastrement bas,

qui rendent évidemment compte à la fois de la constitution des membrures et de la jonction des éléments entre eux.

IV. Limites d'application des méthodes proposées

Il est bien certain que les méthodes décrites supposent:

1. Que les souplesses d'encastrement ne varient pas au cours d'un essai poussé jusqu'aux environs de la charge de flambement.
2. Qu'il ne se produit aucun phénomène de plastification au cours de l'essai.

La réserve 1 n'est pas de pure forme. Le Junior des Auteurs poursuivant un programme d'essais CIDECT sur des assemblages tubulaires a été confronté tout récemment avec un cas où par manque de diaphragmes une variation importante des caractéristiques des encastremets a été constatée au cours de l'essai.

La réserve n° 2 vise le cas de pièces d'élanement extrêmement faible et a fait l'objet de remarques de MM. YU et TALL de Lehigh University au cours de la discussion de notre conférence [2] auxquelles il a été répondu [3].

Conclusions

La simplicité de mise en œuvre et le caractère non destructif des méthodes que nous venons de décrire, devraient permettre une meilleure connaissance du comportement des éléments comprimés faisant partie d'un ouvrage, d'où un dimensionnement plus rationnel.

En particulier peuvent être précisés, grâce aux méthodes proposées, les coefficients d'encastrement des éléments dont les conditions d'assemblage des extrémités ne sont pas susceptibles d'être calculés par les méthodes classiques ou réglementaires.

Bibliographie

1. A. LAZARD: Détermination simple de la charge pratique de flambement pour un élément comprimé d'une poutre à treillis. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Numéro de mai 1964.
2. A. LAZARD: Practical Determination of the Buckling load of a Prismatic Element. The Structural Engineer. Numéro de mars 1966.
3. A. LAZARD: The Structural Engineer. Numéro de juin 1967.

Résumé

Les auteurs décrivent une méthode expérimentale simple permettant la détermination de la charge critique de flambement d'un élément comprimé encastré élastiquement à ses extrémités. Cette méthode est basée sur l'étude de la variation de sa rigidité transversale en fonction du chargement longitudinal.

Après l'avoir expérimentée plusieurs fois avec succès, ils proposent de simplifier la méthode en la réduisant à un essai de flexion sous charge longitudinale nulle.

Ils démontrent que la mesure d'une seule flèche — flèche médiane sous charge transversale médiane — donne une excellente approximation de la charge critique de flambement. Cette approximation est généralement obtenue par défaut, donc, dans le sens de la sécurité (écart maximum 7%).

La connaissance des coefficients d'encastrement des extrémités ne nécessite que la mesure de deux flèches en des points judicieusement choisis.

Zusammenfassung

Die Verfasser beschreiben eine einfache experimentelle Methode zur Bestimmung der kritischen Knicklast eines an den Enden elastisch eingespannten Druckstabes. Dieses Verfahren beruht auf den Ergebnissen, welche durch die

Veränderung der Quersteifigkeit in Abhängigkeit der Längskraft gewonnen wurden.

Auf Grund von mehreren erfolgreichen Experimenten schlagen sie eine Vereinfachung der Methode vor, die Anordnung auf einen Biegeversuch mit Längskraft gleich Null zu beschränken.

Es wird gezeigt, daß die Messung einer einzigen Ausbiegung, nämlich derjenigen in Stabmitte verursacht durch eine mittig angreifende Querkraft, einen ausgezeichneten Näherungswert für die kritische Knicklast ergibt. Dieser Näherungswert ist im allgemeinen mit einem stets auf der sicheren Seite liegenden Fehler von höchstens 7% behaftet.

Zur Bestimmung des Einspannungsgrades der Stabenden brauchen nur die Ausbiegungen an zwei passend gewählten Punkten gemessen zu werden.

Summary

The authors describe a simple experimental method for ascertaining the critical buckling load of a member with flexibly fixed ends under compression. This method is based on the study of the variation of its transverse rigidity as a function of the longitudinal load.

Having carried out several successful experiments, they propose to simplify the method by reducing it to a bending test under a zero longitudinal load.

They demonstrate that the measurement of a single deflection — median deflection under a median transverse load — gives an excellent approximation of the critical buckling load. This approximation is generally on the low side, thus involving an error on the side of safety (maximum error 7%).

Deflection needs only to be measured at two carefully chosen points in order to ascertain the coefficient of restraint of the ends.