

Compte-rendu des travaux du Comité Européen du Béton

Autor(en): **Saillard, Yves**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **20 (1960)**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-17566>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Compte-rendu des travaux du Comité Européen du Béton

Compte-rendu des Travaux (5e Session, Vienne, Avril 1959). Préparation de Recommandations pratiques Européennes de calcul à rupture des ouvrages en Béton Armé

Europäischer Beton-Ausschuß

Tätigkeitsbericht der 5. Tagung, Wien, April 1959. Vorbereitung von praktischen europäischen Richtlinien für die Bruchberechnung bei Eisenbetonbauwerken

European Committee on Concrete

Report on the Work of the 5th Meeting, Vienna, April 1959. Preparation of Practical European Standards for the Ultimate Strength Calculation of Reinforced Concrete Structures

YVES SAILLARD

Ingénieur Civil des Ponts et Chaussées
Secrétaire Permanent du Comité Européen du Béton

Chacun sait combien, au cours des quinze dernières années, l'amélioration constante de la qualité et du contrôle des bétons, l'utilisation croissante d'aciers d'armatures à haute nuance et à haute adhérence, la connaissance plus approfondie des phénomènes d'adhérence et de fissuration, ont fait évoluer, d'une manière décisive, la conception et la réalisation des constructions en béton et en béton armé.

Malheureusement, malgré leur valeur, les Règlements anciens, basés sur les théories classiques de calcul et sur les méthodes élastiques dites «du coefficient d'équivalence» ne peuvent, dans un grand nombre de cas, s'adapter aux progrès constants de ces techniques nouvelles. Les exemples en sont nombreux:

C'est ainsi que les méthodes classiques de calcul reposent essentiellement, en raison-même de leurs hypothèses élastiques, sur le principe de diagrammes contraintes-déformations purement linéaires. Or, — qu'il s'agisse du béton ou des aciers écrouis, — ces diagrammes présentent une courbure presque

continue et ne comportent qu'une zone rectiligne extrêmement courte, qui s'arrête bien en deçà de la limite d'utilisation de ces matériaux. Ceci tend à prouver que ces bétons et ces aciers, fortement sollicités, peuvent travailler dans le domaine plastique.

Il en résulte d'ailleurs que, ne pouvant préjuger des caractéristiques exactes de l'état de rupture, les méthodes classiques ne permettent pas une détermination systématique et précise des coefficients de sécurité. A l'heure actuelle, ces coefficients ne peuvent se traduire que par une limitation arbitraire des contraintes admissibles, qui ne peut tenir compte systématiquement des paramètres essentiels, définissant la construction, — à savoir, notamment:

- le type de la structure et la fonction respective de chacun des éléments considérés;
- la nature et la durée des sollicitations;
- les erreurs et les approximations des calculs;
- la qualité de l'exécution et de la surveillance du chantier;
- le coût des dommages causés par une ruine éventuelle.

C'est pour étudier systématiquement ces facteurs essentiels, — c'est, plus généralement, pour susciter et coordonner, à l'échelon Européen, les études et les recherches, tendant à une meilleure connaissance des conditions de fissuration, de plasticité, de fluage, d'adaptation, de rupture et de sécurité des ouvrages en béton, que, sur l'initiative de la Chambre Syndicale des Constructeurs en Ciment Armé de France, s'est constitué à Luxembourg, en Novembre 1953, le *Comité Européen du Béton*.

Plus précisément, l'objet de ce Comité consiste à préparer des *Recommandations pratiques unifiées à l'échelon Européen*, qui doivent permettre aux Constructeurs de disposer de nouvelles méthodes de calcul, simples et commodes, basées sur une meilleure connaissance du comportement du béton et de l'acier dans les structures.

Cet objectif, nous le poursuivons depuis six années, au cours desquelles nous avons tenu cinq réunions plénières: — à Luxembourg, tout d'abord; — à Fontainebleau, en 1954; — à Madrid, en 1956; — à Rome, en 1957; et, enfin, à Vienne, en Avril 1959, sous la présidence du Professeur FRANCO LEVI, de Turin.

Dix-neuf nations Européennes participent actuellement à nos travaux. Ce sont: l'Allemagne, l'Autriche, la Belgique, le Danemark, l'Espagne, la Finlande, la France, la Grande-Bretagne, la Grèce, l'Italie, le Luxembourg, la Norvège, les Pays-Bas, la Pologne, le Portugal, la Suède, la Suisse, la Turquie et la Yougoslavie.

Chacun de ces dix-neuf pays se trouve représenté au Comité par une délégation de deux ou trois membres, dont le nombre volontairement restreint semble devoir garantir l'efficacité de nos réunions techniques. Dans de nombreux cas, — par exemple, dans celui de la France, — ces délégués officiels

se trouvent assistés par des membres suppléants, par des membres correspondants, par des membres experts, qui veulent bien, au sein de nos Commissions de travail, nous faire bénéficier de leur spécialisation, de leur expérience, de leur compétence scientifique.

Parmi ces Commissions de travail, deux des plus importantes ont eu pour objet de mettre au point les principes fondamentaux et les méthodes pratiques de *calcul à rupture, en flexion simple, en flexion composée, en compression excentrée et en compression simple*.

Les principes de ce calcul ont été progressivement élaborés, au cours des six premières années d'activité du Comité Européen. Leur mise au point, lors de la récente session de Vienne, permettra désormais le dimensionnement et la vérification pratique des sections sollicitées en flexion et en compression, soit par application de méthodes simplifiées, soit par utilisation d'abaques de calcul, susceptibles de tenir compte scientifiquement de tous les paramètres du phénomène.

L'une des questions les plus délicates qu'ait eues à résoudre le Comité Européen, a été la définition-même de *l'état de référence*, devant servir de base au calcul de la rupture. Dans leur nouveau Règlement de béton armé, paru en 1953, les Constructeurs Autrichiens, rejoints par leurs collègues Allemands, avaient défini un «*état critique*», caractérisé par une limitation arbitraire de la valeur du raccourcissement unitaire du béton comprimé et de l'allongement unitaire de l'acier tendu dans une section; cet «*état critique*», qui servait également de base au calcul des flèches et des déformations d'ensemble de la pièce, précédait sensiblement l'état d'écroulement sous charges de courte durée, mais représentait pratiquement l'état de rupture sous charges de longue durée. La confrontation de ce point de vue avec celui des autres délégations du Comité Européen, — et, notamment, de la délégation Française, — conduisit, lors de la session de Fontainebleau, en 1954, à définir, comme état de référence de rupture, un «*état d'épuisement*», au-delà duquel la pièce considérée ne pouvait plus répondre à l'usage auquel elle était destinée, soit en raison de sa ruine, soit en raison d'une fissuration excessive, soit en raison d'une flèche ou d'une déformation exagérée.

Mais, dans la pratique, cette définition théorique de l'«*état d'épuisement*» s'est heurtée à certaines difficultés d'application:

La première difficulté réside dans la vérification expérimentale de l'état d'épuisement. En effet, les mesures des déformations longitudinales du béton et de l'acier, dans une section transversale dont la position est à priori inconnue, se révèlent extrêmement délicates, notamment en ce qui concerne la zone comprimée du béton. Dans la pratique, les expérimentateurs savent bien que le seul paramètre facilement mesurable ne peut être que la charge maximale, indiquée par le curseur du cadran de la presse d'essai. A cela, on peut répondre que le moment d'épuisement peut être mesuré comme moment de rupture sous charges de longue durée; malheureusement, les essais de longue durée

sont, eux aussi, très délicats, très encombrants, très coûteux, et ne peuvent être réalisés que dans des laboratoires bien équipés.

La seconde difficulté est qu'il s'avère pratiquement impossible de prendre en compte, dans un calcul unique à rupture, les impératifs résultant d'une limitation de la fissuration et des déformations; en effet, ces deux limitations dépendent, dans une large mesure, de la nature des ouvrages et de leurs conditions d'exploitation. Il doit s'agir, en effet, de vérifications complémentaires, indépendantes du calcul de résistance, se rapportant, non plus à l'état de rupture, mais à l'état de service.

Ces difficultés ont ainsi conduit le Comité Européen à définir *experimentalement* l'état de référence de rupture. A cet effet, ont été définies, lors de la session de Madrid, en 1956, des *Recommandations unifiées, concernant l'exécution des essais*, en flexion et en compression. Ces recommandations concernent notamment la mesure des caractéristiques de résistance et des diagrammes contraintes-déformations du béton et de l'acier, le mode d'application des charges, ainsi que les données qu'un Rapport complet d'essais doit comporter obligatoirement, pour que son interprétation puisse être considérée comme valable. En ce qui concerne le *processus de chargement*, il a été recommandé:

a) *Durant la première heure*, d'appliquer la charge par fractions de 15 % de la charge théorique de rupture, à des intervalles de 15 minutes.

b) *Au delà de la première heure*, c'est à dire après application de 60 % de la charge théorique de rupture, d'augmenter la charge par fraction de 5 % de cette charge théorique, à des intervalles de 15 minutes, chaque accroissement de charge étant appliqué en une minute.

Cette durée minimale de *trois heures* a été reconnue comme indispensable à une mise en place correcte des charges et à une stabilisation de la poutre d'essai dans ses stades successifs de chargement. L'influence du fluage étant pratiquement négligeable, l'essai peut être considéré comme un essai de courte durée, *la charge maximale correspondante étant considérée comme «charge de rupture»*.

A titre d'exemple, et sous réserve de vérification statistique, les hypothèses de calcul suivantes ont été proposées lors de la session de Madrid, en 1956:

1. Pour la *loi de répartition des déformations*, a été adoptée l'hypothèse de planéité des sections transversales, jusqu'à rupture de la pièce, — compte-tenu, le cas échéant, d'un glissement des armatures par rapport au béton.

2. Pour la *loi de répartition des contraintes de compression du béton*, a été recommandée l'utilisation d'un *diagramme parabolique*, s'étendant sur toute la zone soumise à un raccourcissement, — étant entendu que, sur la fibre extrême comprimée, pour un raccourcissement unitaire de $3,5\text{‰}$, la contrainte maximale du béton est prise égale à la résistance de compression sur cylindre de 30 cm de hauteur et de 15 cm de diamètre, suivant les Recommandations de la R.I.L.E.M. Dans le cas de *pièces bétonnées verticalement*, — par exemple,

dans le cas des poteaux sollicités en flexion composée, — il a été demandé d'appliquer, à cette résistance sur cylindre, conformément aux constatations expérimentales, une réduction de 10 %. Quant à la contribution du béton tendu à la résistance à rupture de la pièce, elle a été considérée comme pouvant être négligée.

3. Pour la *loi de répartition des contraintes de traction de l'acier*, a été recommandée l'utilisation d'un module d'YOUNG de 21 000 kg/mm², ainsi que l'utilisation d'un diagramme simplifié, établi par la Commission «Aciers».

Pour les *aciers naturels*, la limite de proportionnalité a été supposée confondue avec la limite élastique. En conséquence, le diagramme simplifié peut être considéré comme composé de la droite de HOOKE et d'une droite parallèle à l'axe des abscisses, correspondant au palier d'écoulement. Pour les aciers à haute limite élastique, dont le palier d'écoulement est de très faible longueur, l'adoption de ce diagramme simplifié entraîne, pour les poutres à pourcentage faible ou moyen, une sous-estimation sensible des moments de rupture, qu'il n'est pas possible de prévoir, en raison de l'impossibilité de garantir industriellement, du moins à l'heure actuelle, la longueur du palier d'écoulement d'un acier naturel.

Pour les *aciers écrouis à froid*, le Comité Européen s'est efforcé de mettre au point un diagramme analogue. La limite de proportionnalité étant supposée égale aux 80 % de la limite élastique conventionnelle à 0,2 % d'allongement rémanent, ce diagramme simplifié pourrait être considéré comme composé de la droite de HOOKE (jusqu'à la limite de proportionnalité), d'une courbe de raccordement (de la limite de proportionnalité à la limite élastique conventionnelle) et d'une droite, dont l'inclinaison serait égale à dix fois la limite élastique conventionnelle et qui serait utilisable, dans le calcul à rupture, jusqu'à allongement unitaire de 1 %.

Un contrôle systématique de cette proposition de diagramme simplifié a été opéré, d'après l'interprétation des données statistiques de contrôle, que le Comité Européen a pu recueillir auprès des divers fabricants d'aciers d'armatures. Les résultats de cette étude ont confirmé que, d'une manière générale, les diagrammes de traction des aciers écrouis de diverses catégories peuvent se déduire, les uns des autres, par une affinité parallèle à la droite de HOOKE. Cette constatation est valable, même si les aciers de départ présentent initialement, à l'état naturel, des caractéristiques sensiblement différentes: en effet, le *traitement par écrouissage* tend pratiquement à faire disparaître ces écarts. C'est pourquoi, dans le calcul à rupture, il vaudrait mieux, de préférence à un diagramme simplifié arbitraire, utiliser un diagramme plus précis, déduit par affinité, d'un diagramme de référence, établi statistiquement, — compte-tenu de la valeur réelle de la limite de l'acier considéré.

Sur la base de ces hypothèses de calcul, une *comparaison statistique* a été entreprise par la Commission «Essais», sous la direction de son Rapporteur, Monsieur MOENAERT, de Bruxelles, avec la collaboration du Professeur

MASSONNET¹⁾, de Liège, qui a bien voulu mettre son matériel de calcul électronique à la disposition du Comité Européen du Béton. Cette interprétation statistique a porté sur environ 400 essais de flexion composée et de compression excentrée, et sur plus de 1800 essais de flexion simple, recueillis et sélectionnés à Paris par le Secrétariat Permanent. De nombreux résultats ont dû être éliminés de cette documentation expérimentale, en raison de l'ignorance de la valeur exacte de certains paramètres essentiels: par exemple, caractéristiques exactes du béton et de l'acier de *chacune* des pièces essayées, dimensions géométriques réelles de la section de rupture, position réelle des armatures de traction, etc.

En flexion simple, l'application des hypothèses de calcul du Comité Européen, sans aucun coefficient de correction, conduit à une erreur moyenne de +8,7 %, pour les poutres rectangulaires simplement armées d'aciers naturels, de +4,6 %, pour les poutres rectangulaires simplement armées d'aciers écrouis, de +5,2 %, pour les poutres rectangulaires comportant des armatures de compression, et de +8,0 % pour les poutres en T. Les écarts quadratiques moyens correspondants sont compris entre 9 % et 10 %. Il apparaît ainsi que ces hypothèses de calcul conduisent, d'une manière systématique, à une légère marge de sécurité, — du moins, dans la mesure où l'on ne tient pas compte de l'effet de la durée d'application des charges et de l'influence du fluage correspondant.

En flexion composée, l'application de ces mêmes hypothèses de calcul, sans aucun coefficient de correction, conduit à une erreur moyenne de +7,8 %, avec un écart quadratique moyen de l'ordre de 9 %. L'approximation obtenue est donc la même qu'en flexion simple.

D'ailleurs, il est important de préciser que les écarts, mis en évidence par ces interprétations statistiques, sont dûs, non seulement à l'imprécision de la méthode de calcul, mais également à l'ignorance des caractéristiques réelles du béton et de l'acier dans la section de rupture. Il n'existe en effet, qu'une correspondance assez imparfaite entre les valeurs de résistance, plus ou moins dispersives, fournies par les essais préliminaires sur éprouvettes, et le comportement réel des matériaux dans les pièces fléchies ou comprimées.

Compte-tenu de ces considérations, une étude complémentaire, poursuivie à Turin par Monsieur ROSSETTI, a permis de comparer, pour diverses séries de poutres dites «identiques», — c'est-à-dire coulées avec le même béton, armées des aciers d'un même lot, exécutées et expérimentées dans des conditions strictement semblables, — d'une part, la *dispersion expérimentale*, due à l'exécution de l'essai, — d'autre part, la *dispersion théorique*, due à l'imprécision de la méthode de calcul.

¹⁾ CH. MASSONNET, P. MOENAERT, Calcul du béton armé à la rupture en flexion simple ou composée. Comparaison statistique de diverses théories avec l'ensemble des résultats expérimentaux, 6^e Congrès de l'A.I.P.C., Stockholm 1960, Publication Préliminaire, p. 105.

Les résultats de cette étude ont montré que *l'influence dispersive des hypothèses de base, correspondant aux Recommandations de calcul du Comité Européen, restait, en moyenne, inférieure à l'influence dispersive des matériaux béton et acier.*

C'est ainsi que, pour les essais de pièces surabondamment armées, exécutées par Monsieur CHAMBAUD, de Paris, et par le Professeur GEHLER, de Dresde, l'erreur $\frac{dM}{M}$ résultant de la dispersion sur la résistance du béton atteignait 12 %, tandis que l'erreur correspondant à l'imprécision des hypothèses du calcul en flexion ne dépassait pas, pour ces mêmes essais, 6,8 %. Il ne semble donc pas nécessaire de rechercher, dans la mise au point d'une méthode de calcul, une précision plus poussée, car, dans la pratique, cette précision risque de devenir illusoire.

* * *

Il n'en est pas moins intéressant d'étudier systématiquement, d'un point de vue scientifique, l'influence que divers paramètres essentiels, tels que la vitesse et la durée de chargement, la nature des sollicitations, la forme géométrique de la section exercent sur le diagramme de répartition des contraintes du béton, et, partant, sur le moment de rupture de la pièce considérée.

Ces recherches ont été entreprises par la Commission «Compression excentrée», sous la direction du Professeur RÜSCH, de Munich; elles doivent permettre, dans un stade ultérieur, la mise au point d'une *théorie générale de rupture en flexion et en compression.*

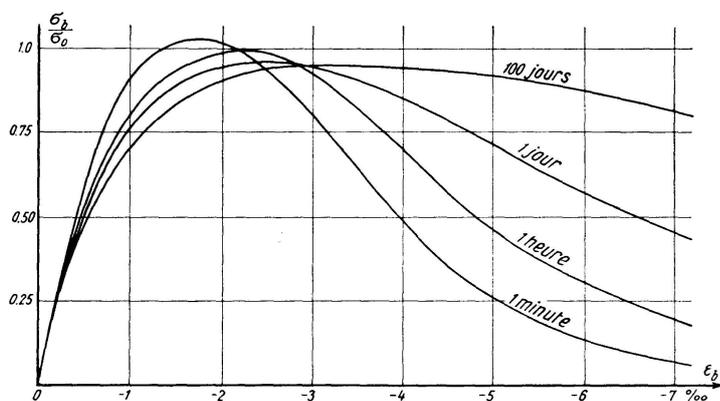


Fig. 1.

L'un des paramètres les plus importants semble la *vitesse de mise en charge* ; en effet, dans une pièce fléchie, les différentes fibres de la zone de compression se trouvent déformées à des vitesses différentes, proportionnelles à leur distance à la fibre neutre. Il en résulte une influence sensible sur la répartition des contraintes de compression. Cette influence a été déterminée expérimentalement, au cours d'essais réalisés à Munich sur des éprouvettes prismatiques,

prises en charge, en compression simple, sous différentes vitesses de déformations, maintenues constantes lors de chaque essai.

Les mesures effectuées ont permis le tracé des diagrammes contraintes-raccourcissements du béton, pour des durées de chargement s'échelonnant de 10 minutes à 100 jours et même 1 année (fig. 1). Ces diagrammes caractérisent l'influence de la vitesse de « mise en déformation » de la pièce fléchie sur le comportement de sa zone comprimée.

Pour déterminer la valeur correspondante du raccourcissement ultime du béton sur la fibre extrême comprimée, il suffit de calculer, à partir des précédents diagrammes, pour chaque durée de chargement, la valeur du raccourcissement, correspondant au maximum du moment résistant. Mais, si l'on fait cette étude pour divers types de pièces, l'on constate une influence, non seulement de la *position de la fibre neutre*, mais également de la *forme géométrique de la section* de la zone de béton comprimé.

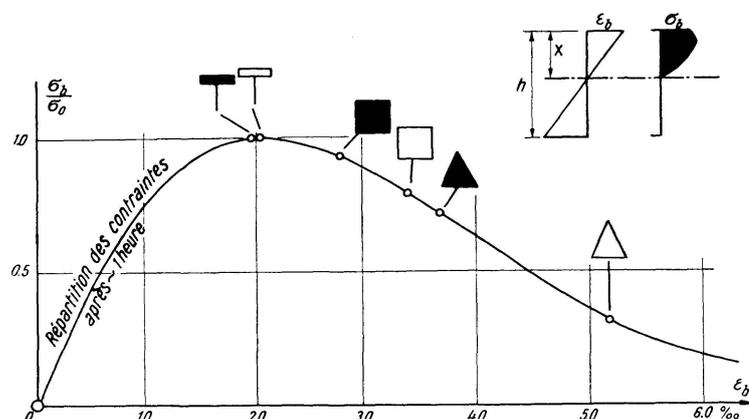


Fig. 2.

Cette influence apparaît clairement sur la fig. 2. Bien que, dans le cas considéré, la qualité du béton et la vitesse de déformation aient été maintenues constantes, les valeurs du raccourcissement extrême, conduisant au moment résistant maximal, varient, suivant les valeurs du pourcentage d'armature :

- de 1,9 à 2,1 ‰, pour une poutre en T;
- de 2,7 à 3,4 ‰, pour une poutre de section rectangulaire;
- de 3,7 à 5,2 ‰, pour une section triangulaire, — cette dernière rendant compte des phénomènes de flexion déviée sur une section rectangulaire. Si l'on modifie la qualité du béton et la vitesse de déformation, il faut s'attendre à des écarts encore plus importants, qui expliquent aisément les divergences expérimentales nombreuses, constatées en ce domaine.

De ces divers diagrammes contraintes-raccourcissements du béton, on peut déduire une *théorie générale* du comportement des pièces en béton armé, sous l'influence d'une sollicitation parallèle à l'axe de la pièce. Cette théorie, qui

doit englober la totalité du domaine compris entre la flexion simple et la compression simple, permettra de tenir compte, non seulement de la position de l'axe neutre et de la forme géométrique de la section, mais également de la *durée de chargement*.

C'est ainsi qu'il sera possible de tracer, pour chaque valeur de la résistance du béton et pour chaque forme géométrique de section, un diagramme pratique de dimensionnement, représentant, en fonction du moment relatif de rupture, pour des durées de chargement s'échelonnant de dix minutes à une année:

- a) le bras de levier relatif des forces intérieures;
- b) l'ordonnée relative de la fibre neutre;
- c) l'allongement unitaire de l'armature principale de traction.

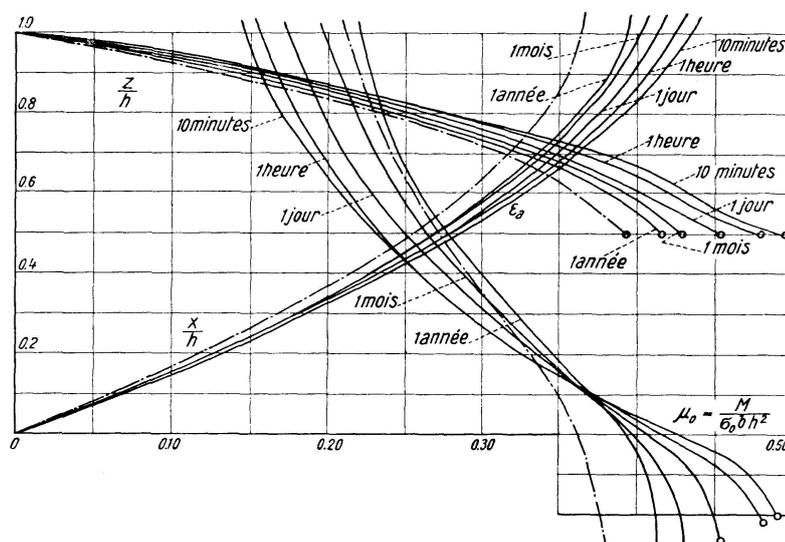


Fig. 3.

A titre d'exemple, a été représenté sur la fig. 3, le réseau de courbes expérimentales correspondant au cas des poutres de section rectangulaire, pour une résistance à la compression du béton de 340 kg/cm² (sur cube). Les cinq courbes représentées en trait plein, correspondent respectivement à des durées de chargement de 10 minutes, d'une heure, d'un jour, d'un mois et d'une année; la courbe tiretée correspond pratiquement à la courbe résultant de l'utilisation du diagramme parabolique du béton et des autres hypothèses de calcul du Comité Européen, qui se trouvent ainsi confirmées, compte-tenu de l'influence du temps, par la théorie générale de flexion.

Des diagrammes analogues peuvent être établis pour le dimensionnement des pièces sollicitées *en compression simple ou en compression excentrée*. Dans ce cas, la résistance à rupture est influencée, d'une manière déterminante, par la chute de résistance du béton sous chargement de longue durée. En compression simple, cette chute de résistance peut atteindre 25 %.

* * *

Le problème qui s'est posé au Comité Européen, à la suite de ces études statistiques et de ces recherches fondamentales, a été de transposer ces Conclusions théoriques dans le domaine de l'application courante. Notre objectif essentiel étant de préparer des Recommandations pratiques de calcul à l'usage des Constructeurs, il importe de présenter ces résultats sous une forme simple et commode, facilement utilisable par le projeteur.

Ainsi, il nous a été objecté que le diagramme parabolique de répartition des contraintes du béton était difficile à utiliser, dans la pratique, pour le calcul des sections de largeur variable, telles que les sections en T, ou pour le calcul des pièces sollicitées en compression excentrée, dans lesquelles la fibre neutre est extérieure à la section.

C'est pourquoi des études complémentaires ont été entreprises, en vue de déterminer un *diagramme simplifié*, — de préférence, un *diagramme rectangulaire*, — ou même, tout autre jeu de coefficients, — susceptibles de conduire, dans la pratique, à des résultats concordant, dans des limites acceptables, avec ceux du diagramme parabolique, considéré comme diagramme de référence. De telles études, de caractère statistique ont été poursuivies, indépendamment, par le Professeur TORROJA, à Madrid, et par Monsieur STEINMANN, à Genève. Les résultats de ces études ont permis d'adopter, lors de la récente session de Vienne, une *méthode pratique de calcul simplifié*, utilisable en flexion et en compression.

En effet, l'expérimentation, réunie par le Comité Européen, démontre qu'il est également possible d'utiliser, en flexion simple et en flexion composée, un diagramme rectangulaire de répartition des contraintes du béton, dont la hauteur serait prise égale aux 75 % *seulement* de la hauteur de la zone soumise à un raccourcissement.

Dans ces conditions, *tant que la hauteur du diagramme, ainsi calculée, ne dépasse pas la moitié de la hauteur utile de la section*, — c'est-à-dire, en d'autres termes, tant que la hauteur de la zone soumise à un raccourcissement ne dépasse pas les deux tiers de la hauteur utile de la section, — la contrainte uniforme du béton, caractéristique du diagramme rectangulaire, est prise égale à la résistance de compression sur cylindre (ou à 90 % de cette résistance, dans le cas des pièces bétonnées verticalement).

Dans le cas des *aciers naturels*, comportant un palier de ductilité, cette méthode permet de déterminer les armatures principales, sans devoir considérer l'équation de compatibilité, exprimant l'hypothèse de planéité de la section.

Dans le cas des *aciers écrouis*, la contrainte de traction de l'armature, au moment de la rupture de la pièce, dépasse généralement la limite élastique conventionnelle de l'acier. Les hypothèses précédentes, jointes à l'hypothèse de planéité de la section et à la prise en compte du diagramme simplifié de traction de l'acier, permettent de déterminer la valeur de cette contrainte et le moment résistant correspondant de la section; d'ailleurs, ce calcul peut se trouver simplifié par des abaques. Mais il est également possible d'appliquer,

à titre de simplification, les formules suivantes:

$$\sigma_a = \sigma_{0,2} \left[1,28 - \frac{\sigma_{0,2}}{5.000} - 0,45 \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_{cy1}} \omega \right]$$

(où toutes les contraintes sont exprimées en kg/cm² et où le pourcentage d'armature ω est rapporté à la hauteur utile).

Pour un acier écroui, dont la limite élastique conventionnelle est voisine de 40 kg/mm², cette formule simplifiée devient:

$$\sigma_a = \sigma_{0,2} \left[1,20 - \frac{1.800}{\sigma_{cy1}} \omega \right].$$

Si la hauteur du diagramme rectangulaire dépasse la moitié de la hauteur utile de la section, — c'est-à-dire, en d'autres termes, si la hauteur de la zone soumise à un raccourcissement dépasse les deux tiers de la hauteur utile de la section, — y compris les cas de compression excentrée et, même de compression simple, — on doit réduire la contrainte uniforme du diagramme rectangulaire, de telle manière que le moment résultant des efforts de compression sur le béton, par rapport au centre de gravité de l'armature tendue ou la moins comprimée, reste constamment égal au moment obtenu pour le cas-limite, — c'est à dire, lorsqu'il n'y a pas d'armature de compression, égal à $0,375 \sigma_0 b h^2$. Cette condition qui condamne en fait les pourcentages relatifs d'armatures très élevés, dépassant 0,50, permet de tenir compte, dans la pratique du dimensionnement, de l'effet de la durée et du mode d'application des sollicitations.

Quant aux *armatures de compression*, elles peuvent être considérées comme travaillant sous leur limite élastique, pourvu qu'elles soient maintenues par des ligatures assez proches et qu'elles soient suffisamment rapprochées de la fibre la plus comprimée, comparativement à la position de la fibre neutre. Les erreurs, résultant de cette approximation, sont très réduites.

Cette méthode simplifiée de flexion doit, concurremment aux abaques pratiques de dimensionnement, résultant de l'application du diagramme parabolique de références ou de la théorie générale de flexion, servir de base aux travaux de la nouvelle Commission, constituée à Vienne et chargée de la préparation de « *Recommandations pratiques à l'usage des Constructeurs* ». Cette Commission, qui, au fur et à mesure de la mise au point des Conclusions techniques du Comité Européen, étendra son champ d'activité à tous les domaines du calcul, a tenu ses premières réunions de travail, en vue de la préparation de la 6^o session du Comité, prévue en Janvier 1961.

* * *

La résistance en flexion des *poutres en T* pose des problèmes particuliers, qui ont fait l'objet d'études théoriques et expérimentales, sous la direction du Professeur BRENDL, de Dresde.

Chacun sait que les poutres en T figurent parmi les éléments les plus utilisés en béton armé. C'est pourquoi la Commission a été chargée, — d'une part, de réunir et d'étudier toutes les méthodes de calcul, utilisées jusqu'à ce jour en ce domaine, — d'autre part, de mettre au point une proposition plus satisfaisante, mettant en évidence la contribution de la table de compression à la résistance de la section et pouvant permettre, dans le cadre du calcul à rupture, un dimensionnement plus sûr et plus économique.

Le problème principal consiste à déterminer judicieusement la «*largeur efficace*» de la table, c'est-à-dire la largeur de la table de compression, intervenant effectivement dans la résistance à rupture. Cette largeur efficace a été définie comme la largeur d'une poutre fictive, dont les *contraintes maximales de compression* seraient les mêmes que celles de la poutre réelle ou dont la *courbure* de flexion serait la même que celle de la poutre réelle, — les deux définitions conduisant sensiblement au même résultat. Une fois calculée la largeur efficace de la table, on peut procéder au dimensionnement de la section, en utilisant la méthode traditionnelle de calcul en flexion. Ces deux calculs sont absolument indépendants; il n'y a donc aucune objection à les poursuivre par des méthodes complètement différentes. C'est pourquoi la Commission a choisi d'utiliser le *calcul élastique* classique pour la détermination de la largeur efficace de la table et le *calcul plastique* à rupture pour le dimensionnement de la section.

Ainsi, grâce à l'étude détaillée des phénomènes en phase élastique et à l'interprétation d'essais à rupture, effectués à *Dresde* sur poutres en vraie grandeur ou sur modèles réduits en plâtre, la Commission a pu définir, avec une exactitude suffisante, la contribution réelle de la table de compression à la résistance à rupture de la poutre. Cette contribution s'explique: — d'une part, par la liaison entre la nervure et la table, qui gêne le raccourcissement de la fibre supérieure de l'âme, — d'autre part, par la raideur propre de la table en flexion, qui renforce l'inertie de l'ensemble.

Sur la base de cette étude et sous réserve de la poursuite des recherches expérimentales, le Comité Européen a pu adopter, lors de la récente session de Vienne, une série de Recommandations pratiques, applicables aux *Poutres en T symétriques*, notamment: — dans le cas où les poutres en T sont soumises à des charges uniformes concentrées, — et dans le domaine où la largeur efficace des poutres en T intervient pour le calcul des moments hyperstatiques. En ce qui concerne les *poutres en T dissymétriques*, on pourra, dans l'attente de résultats nouveaux, calculer la largeur efficace, de chaque côté de la table, en utilisant à chaque fois, le calcul des poutres en T symétriques.

Dans les Conclusions de la session de Vienne, sont insérés des *Tableaux numériques*, correspondant aux courbes des fig. 4 et 5, et permettant la détermination de la largeur efficace b_M de la table de compression, pour les *poutres en T sur appuis libres*, présentant, — soit une nervure unique, soit une série de nervures parallèles associées à un hourdis commun. Ces tableaux et

ces courbes explicitent bien l'influence sensible de la *raideur* de la table en flexion, pour différentes valeurs de l'épaisseur relative de cette table, rapportée à la hauteur totale de la section, et pour différentes valeurs du rapport de la portée de la poutre à la largeur de l'âme.

Les valeurs indiquées sont valables pour une *répartition uniforme* (ou pratiquement uniforme) des charges appliquées. Elles sont également applicables dans le cas d'une répartition triangulaire, parabolique ou sinusoïdale des charges; elles le sont encore dans le cas d'un moment constant.

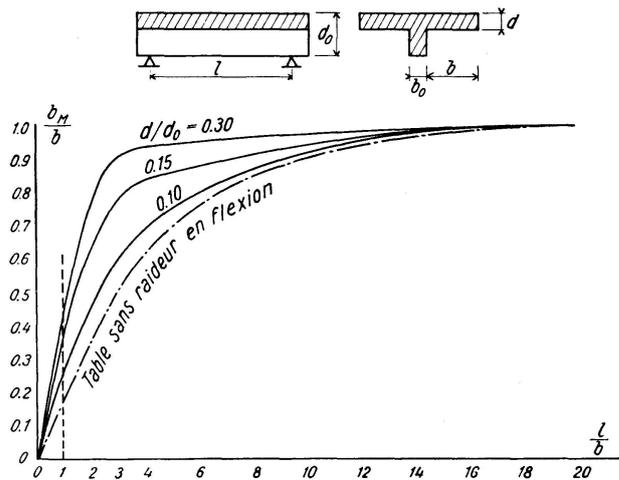


Fig. 4.

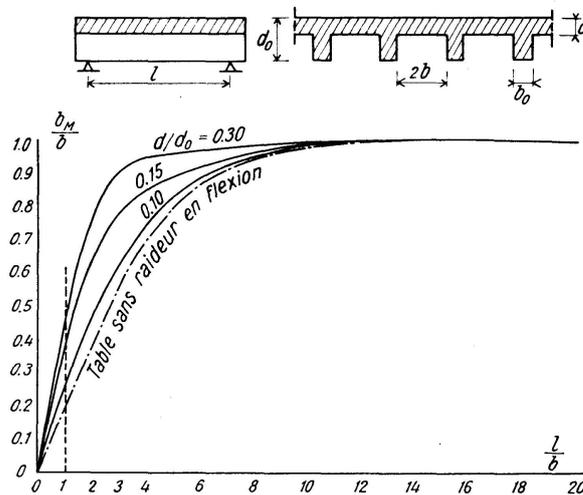


Fig. 5.

Par contre, si la poutre en T supporte une *charge localisée*, la largeur efficace de la table de compression subit une striction très caractéristique, au voisinage de cette charge. Pour une charge rigoureusement concentrée, le Comité Européen propose un coefficient multiplicatif de minoration, dont la valeur varie linéairement de 0,5 à 0,9, lorsque le rapport de la portée de la poutre à la

largeur de la table varie de 0 à 20. En fait, dans la réalité, il n'existe guère de charges rigoureusement concentrées. D'ailleurs, lorsque la longueur de la zone d'application de la charge localisée dépasse le dixième ($1/10$) de la portée de la poutre, aucune minoration n'est prévue. Pour les cas intermédiaires, on peut procéder à une interpolation linéaire.

Dans le cas de *poutres en T continues*, — ou, plus généralement, dans celui des poutres en T, pour lesquelles se présentent, pour un état de charges déterminé, des changements de signe du moment fléchissant, — les mêmes Recommandations sont applicables, pour la détermination de la largeur efficace de la table, à condition d'adopter, comme valeur de la portée libre, celle de la distance entre les points de moment nul.

Dans les cas où existent simultanément *différents systèmes de sollicitations*, qui, s'ils agissaient isolément, détermineraient les moments M_1, M_2, \dots et les largeurs efficaces b_{M_1}, b_{M_2}, \dots la largeur efficace b_M de la poutre en T sera calculée d'après la formule:

$$b_M = \frac{M_1 + M_2 + \dots}{\frac{M_1}{b_{M_1}} + \frac{M_2}{b_{M_2}} + \dots}.$$

Par ailleurs, des Recommandations particulières ont été formulées, — d'une part, lorsque la section considérée se trouve au voisinage *d'un appui libre*: dans ce cas, la largeur efficace de la table ne pourra pas excéder la distance entre l'appui et la section considérée, — d'autre part, lorsque l'âme se trouve raccordée à la table par des *goussets*: dans ce cas, la largeur réelle de la nervure sera remplacée, dans le calcul, par une largeur fictive, qui tiendra compte des caractéristiques géométriques du gousset.

Enfin, le Comité Européen a admis que, dans le cas d'un *calcul approché de poutre en T*, on pouvait supposer, en première approximation, que la largeur efficace de la table était proportionnelle, — soit, à la portée libre, dans le cas d'une poutre sur appuis simples, — soit, à la distance entre les points de moment nul, dans le cas d'une poutre continue. Comme valeur moyenne de ce coefficient de proportionnalité, on peut admettre, pour une charge quelconque, la valeur $1/10$.

Ces diverses propositions, concernant le calcul des poutres en T, complètent la méthode générale de calcul en flexion.

* * *

Le phénomène de *flambement* constitue également l'un des critères possibles de rupture. Il a été étudié systématiquement, du point de vue théorique et du point de vue expérimental, par une Commission du Comité Européen, dont le Rapporteur est le Docteur AAS-JAKOBSEN, d'Oslo.

Le principe fondamental de la proposition de Monsieur AAS-JAKOBSEN est de *ramener le calcul de flambement au calcul usuel de rupture en compression excentrée*.

En effet, si l'on considère une pièce soumise à une compression axiale, on constate que, dans une section transversale quelconque, l'effort normal présente une excentricité, qui se compose: — d'une part, de *l'excentricité connue ou intentionnelle*, — d'autre part, de *l'excentricité accidentelle et inévitable*, résultant des défauts de l'exécution, — et, enfin, de la *flèche*, correspondant aux déformations de flexion de la pièce, qui résultent des deux premières composantes de l'excentricité. La valeur de cette flèche est influencée par le fluage du béton.

Ainsi, dans la pratique, la compression centrée, — dite «compression simple», — n'existe pas, car, en fait, elle se complique toujours de flexion, — ce qui rend inapplicable la théorie classique du flambement élastique. C'est pourquoi le Comité Européen s'est orienté résolument vers un mode de calcul à rupture, basé sur le fait que les conditions de rupture d'une pièce comprimée permettent de calculer approximativement sa flèche maximale, à l'état de rupture; les efforts de rupture étant alors connus, la *résistance au flambement peut être évaluée, d'après les procédés généraux de calcul en compression excentrée et en flexion composée*.

En somme, tout se passe comme si l'on devait calculer la section à rupture en compression excentrée, en tenant compte d'un *moment complémentaire, agissant en même temps que l'effort normal*. L'expression de ce moment complémentaire se déduit facilement des hypothèses de base du calcul en flexion, suivant:

$$M_c = 0,3 N h_i \frac{\sigma_0}{\sigma_E}$$

expression dans laquelle N représente l'effort normal utile, supposé calculé suivant la théorie du premier ordre et multiplié par le coefficient de sécurité correspondant; h_i représente la hauteur géométrique totale de la section; σ_0 représente la résistance de référence, utilisée pour le calcul d'une pièce courte en compression excentrée, c'est-à-dire la résistance sur cylindre, ou les neuf-dixièmes de cette résistance sur cylindre, suivant le sens de bétonnage de la pièce; enfin, σ_E représente la *contrainte caractéristique d'Euler*, calculée suivant les formules habituelles. Ainsi, par exemple, dans le cas d'un poteau articulé à ses deux extrémités, la contrainte caractéristique d'EULER est égale à:

$$\sigma_E = E_0 \frac{\pi^2}{\lambda^2}$$

expression dans laquelle E_0 , module d'YOUNG du béton, peut être pris égal approximativement à $1000 \sigma_0$ et dans laquelle λ , coefficient d'élancement, correspond au rapport de la longueur libre du poteau au rayon de giration de la section de béton, compte non tenu des armatures.

Ce mode de calcul du flambement présente un caractère d'application tout à fait général: il est applicable pour les pièces armées et pour les pièces non

armées, — quelle que soit la valeur du pourcentage d'armature, — quelle que soit l'excentricité de l'effort normal; — il est également applicable au dimensionnement des *éléments à deux dimensions*, — tels que, par exemple, les dalles, les voiles, les coques minces.

D'ailleurs, le contrôle expérimental de cette proposition sur les 143 résultats d'essais, rassemblés par le Comité Européen, a conduit, pour des valeurs du coefficient d'élanement comprises entre 40 et 140, à une valeur moyenne 1,16 du rapport entre l'effort observé et l'effort théorique de flambement; l'écart quadratique moyen s'est élevé à 15 %.

Des études complémentaires ont été poursuivies, en vue de tenir compte du *fluage*, pouvant résulter d'une longue durée d'application des charges. Les résultats expérimentaux de flambement sous chargement de longue durée étant encore très rares, le Comité Européen a dû se limiter, pour le moment, à des Recommandations de caractère général. S'il convient de tenir compte de l'effet d'une charge de longue durée γN , — γ représentant le rapport de la charge permanente à la charge totale, — on devra multiplier le moment complémentaire par un coefficient $(1 + \gamma \psi)$. La valeur du coefficient ψ , qui doit être comprise entre 0 et 1, selon l'importance des déformations plastiques prévisibles, ne peut encore être définie avec précision; il semble, néanmoins, que la valeur $\psi = 0,6$ puisse être provisoirement utilisée.

* * *

L'un des calculs complémentaires du calcul de résistance est constitué par la *vérification de la fissuration de la pièce considérée, dans ses conditions de service*. Au Comité Européen, ces problèmes ont été étudiés par une Commission de travail, constituée en 1956, lors de la session de Madrid, sous l'autorité de Monsieur BRICE, de Paris.

Ces trois années d'activité ont essentiellement été consacrées à la recherche d'une documentation expérimentale et à la comparaison systématique des diverses théories de calcul de la fissuration, en traction ou en flexion, en vue de la proposition d'une théorie de synthèse, pouvant servir de base à des Recommandations du Comité Européen.

Le premier problème a consisté à déterminer les *valeurs admissibles de l'ouverture des fissures*, dans les conditions de service, — compte-tenu du type de la structure, du mode de chargement de la construction et du milieu ambiant, dans lequel elle doit être exploitée. La Commission «Fissuration» du Comité Européen, se basant notamment sur les observations réalisées aux Pays-Bas et en Suède, d'après le comportement réel d'ouvrages fissurés, a considéré, à priori, les tolérances suivantes:

- 0,1 mm, pour les éléments de construction, soumis à des actions très agressives;
- 0,2 mm, pour les éléments de constructions ordinaires, non protégés;
- 0,3 mm, pour les éléments de construction ordinaires protégés.

Mais, lors de la session de Vienne, il a été convenu de ne pas expliciter ces tolérances dans le texte des Conclusions, en raison de la difficulté de procéder dans la pratique à des vérifications précises et du grand nombre de facteurs, qui interviennent effectivement dans le phénomène. Il a été rappelé notamment que le recouvrement des aciers et la qualité du béton d'enrobage exercent une grande influence sur le risque de corrosion des aciers.

De toute façon, il faut bien insister, avant toute proposition de calcul, sur le fait fondamental que la *fissuration constitue un phénomène essentiellement aléatoire*, dont le processus dépend de très nombreux paramètres, souvent mal définis.

L'ouverture des fissures dépend surtout de la forme des barres (lisses ou rugueuses), du diamètre et de la contrainte de traction des aciers, ainsi que du pourcentage d'armatures, rapporté à une certaine section de béton d'enrobage, considérée comme *section de référence*.

A titre d'exemples, sous réserve d'une comparaison statistique avec les résultats expérimentaux et avec les dispositions constructives usuelles des ouvrages, le Comité Européen a proposé deux définitions différentes de cette section de référence de béton d'enrobage, et, à partir de ces deux définitions, *deux méthodes de calcul simplifiées*, applicables aux pièces sollicitées en flexion ou en traction:

Dans la première proposition, résultant des travaux de synthèse poursuivis par la Commission, on considère, comme section de référence, la section de béton entourant les armatures principales et possédant le même centre de gravité que l'ensemble des aciers, — étant entendu que cette définition se rapporte à des sections comportant des lits normaux d'armatures, réparties d'une manière sensiblement uniforme. Cette proposition n'est valable que si le pourcentage d'armature, correspondant à cette section de référence, se trouve compris entre 2 % et 20 % environ; le cas des *dalles* doit encore faire l'objet d'études ultérieures de la Commission.

Le calcul de fissuration consiste à vérifier que, dans les conditions de service de l'ouvrage, le diamètre ϕ des armatures, leur contrainte de traction σ_{af} au droit de la fissure et le pourcentage d'armature ω_1 satisfont à la condition suivante:

$$(0,40 + 4,50 \omega_1) \frac{\phi}{\omega_1} \sigma_{af} \leq \alpha$$

ou bien, si l'on envisage la limite élastique σ_e de ces aciers et le coefficient de sécurité γ_0 correspondant:

$$(0,40 + 4,50 \omega_1) \frac{\phi}{\omega_1} \frac{\sigma_e}{\gamma_0} \leq \alpha.$$

Les valeurs de α , pour les barres lisses et pour les barres rugueuses, ont été déterminées, d'après les statistiques expérimentales, pour diverses conditions d'exploitation des ouvrages:

Profil de l'acier	Eléments soumis à des actions très agressives (1)	Eléments de constructions ordinaires	
		non protégés (2)	protégés (3)
Barres lisses	2.100	4.200	6.300
Barres rugueuses	3.300	6.600	9.900

Unités: \varnothing en mm, σ_{af} en kg/mm².

Certaines Délégations ont fait remarquer qu'il était très difficile de pouvoir garantir, avec une armature en barres lisses, une ouverture de fissure compatible avec des actions très agressives. C'est pourquoi il n'est pas recommandé d'utiliser des barres lisses, dans des cas semblables.

Dans la deuxième proposition, due au Professeur RÜSCH, de Munich, on suppose que la section de béton de référence est une fraction à peu près constante de la section totale de l'âme. Dans le cas des poutres à section rectangulaire, la section de référence est prise égale à la section totale de l'âme. Dans le cas des tirants ou des poutres à talon, la section de référence est prise égale au triple de la section totale du tirant ou du talon.

Le calcul de fissuration consiste à vérifier que, dans les conditions de service de l'ouvrage, le diamètre \varnothing des armatures, leur contrainte de traction σ_{af} au droit de la fissure et le pourcentage d'armature ω_2 , correspondant à la section de béton de référence, satisfont à la condition suivante:

$$\phi \frac{\omega_2}{(\sigma_{af})^2} \leq \beta$$

ou bien, si l'on envisage la limite élastique σ_e de ces aciers et le coefficient de sécurité γ_0 correspondant:

$$\phi (\gamma_0)^2 \frac{\omega_2}{(\sigma_e)^2} \leq \beta.$$

Les valeurs de β , pour les barres lisses et pour les barres rugueuses, ont été déterminées par le Professeur RÜSCH, d'après les résultats de ses propres essais, pour diverses conditions d'exploitation des ouvrages:

Profil de l'acier	Eléments soumis à des actions très agressives (1)	Eléments de constructions ordinaires	
		non protégés (2)	protégés (3)
Barres lisses	—	$5 \cdot 10^5$	$10 \cdot 10^5$
Barres rugueuses	$2,5 \cdot 10^5$	$12 \cdot 10^5$	$22 \cdot 10^5$

Unités: \varnothing en mm, σ_{af} en kg/mm².

Ces propositions de calcul sont valables en flexion ou en traction, mais ne tiennent pas compte de *l'influence de l'effort tranchant*. Les premières recherches théoriques et expérimentales, poursuivies en ce domaine, semblent indiquer que l'ouverture des fissures tend à augmenter sensiblement, en fonction des contraintes de cisaillement. Il en est de même des *fissures dans l'âme*, qui sont susceptibles d'apparaître dans les poutres de grande hauteur. Des précautions constructives doivent être prises, en vue de réduire des fissures d'âme, dont l'ouverture peut dépasser notablement celle des fissures voisines de la zone des armatures principales de traction: il est suggéré, à cet effet, de disposer, le long des parements de l'âme, des armatures longitudinales ou des treillis à mailles rectangulaires, dont le dimensionnement doit faire l'objet d'études ultérieures de la Commission «Fissuration».

Enfin, il est rappelé, dans le texte des Conclusions de la session de Vienne, que l'ouverture des fissures peut être influencée par les divers *effets thermiques ou hygrométriques*, — ainsi que par *le mode et la durée d'application des sollicitations* (sollicitations répétées ou alternées, sollicitations de longue durée). La prise en compte de ces paramètres doit être également étudiée au Comité Européen.

* * *

Parallèlement au calcul des conditions de fissuration des ouvrages, *la vérification des déformations en service*, — et, plus particulièrement, celle des *flèches*, — ont fait l'objet de recommandations pratiques, lors de la récente session du Comité Européen. Ces recherches ont été poursuivies, sous la direction du Docteur SORETZ, de Vienne.

En 1957, lors de la session de Rome, le Professeur ROBINSON, de Paris, avait déjà présenté une proposition de calcul des déformations, basée sur l'expression analytique de la courbure dans une section. Dans cette proposition, la détermination de l'allongement de l'armature est basée sur le calcul de fissuration, tandis que celui du raccourcissement du béton tient compte, non seulement de l'action instantanée des charges, mais également de l'effet du fluage et du retrait.

Ce calcul de la courbure étant effectué pour un nombre suffisant de sections, réparties sur toute la longueur de la pièce considérée, il suffit, pour déterminer la déformée, de procéder à une double intégration numérique. A l'issue des discussions de Vienne, cette proposition de calcul a été adoptée par le Comité Européen, en particulier, *dans le cas des ouvrages de grandes dimensions*. En effet, il a été objecté que, dans les cas les plus courants de la pratique quotidienne, cette méthode de calcul des déformations risquait de conduire à des calculs trop importants; pour que l'utilisation de cette méthode puisse être généralisée, il serait donc désirable de pouvoir la présenter sous forme d'abaques ou de tableaux numériques, facilitant son emploi dans les bureaux d'études.

Dans cette attente, le Comité Européen recommande d'utiliser, *dans le cas des ouvrages ne présentant pas un caractère exceptionnel*, une méthode de détermination des flèches, basée sur une proposition du Professeur JÄGER, de Vienne, et simplifiée par approximation:

Suivant cette proposition, le *calcul des flèches sous chargement de courte durée* peut être effectué:

a) *Jusqu'à fissuration, en section homogène* (Etat I), avec une raideur égale à:

$$K_I = E_b I_I$$

expression dans laquelle E_b , module d'YOUNG du béton, peut être pris égal à:

$$18.000 \sqrt{\sigma_{28}} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

et dans laquelle I_I représente le moment d'inertie en section homogène. La flèche partielle correspondante est égale à:

$$f_I = \alpha l^2 \frac{M_I}{K_I}$$

expression dans laquelle M_I représente le moment fléchissant lors de l'apparition des premières fissures, calculé en section homogène pour la résistance en traction du béton, et dans laquelle le coefficient α doit tenir compte de la disposition des charges et de la répartition correspondante des moments.

b) *Après apparition de la fissuration* (Etat II), avec une raideur égale à:

$$K'_{II} = 0,75 E_a A h^2 (1 - 2 \omega_0) (1 - \frac{2}{3} \omega_0)$$

expression dans laquelle E_a , module d'YOUNG de l'acier, peut être pris égal à 21 000 kg/mm² et dans laquelle ω_0 représente le pourcentage relatif d'armatures. La flèche partielle correspondante est égale à:

$$f'_{II} = \alpha l^2 \frac{M_{II}}{K'_{II}}$$

expression dans laquelle M_{II} représente la différence entre le moment fléchissant total M et le moment partiel M_I correspondant à l'apparition de la fissuration.

La flèche totale f_0 , pour un chargement de courte durée, est égale à la somme des deux flèches partielles f_I et f'_{II} . Toutefois, le calcul comporte une vérification complémentaire: il faut vérifier en effet, que la flèche totale f_0 ne dépasse pas la flèche f_{II} , calculée dans l'état de fissuration, sans tenir compte de l'état homogène. Soit:

$$f_0 = f_I + f'_{II} \leq f_{II} = \alpha l^2 \frac{M}{K_{II}}$$

expression dans laquelle la raideur K_{II} est prise égale à:

$$K_{II} = E_a A h^2 (1 - 2 \omega_0) (1 - \frac{2}{3} \omega_0).$$

On peut tenir compte de l'influence d'un chargement de longue durée, — compte-tenu de l'effet du fluage et du retrait, — en triplant la flèche, telle qu'elle résulte du calcul précédent, pour la part de charge qui peut être considérée comme charge permanente.

Si le chargement de longue durée est effectué, en plusieurs stades, à des intervalles de temps importants, on peut également tenir compte de l'influence d'une plus longue durée de durcissement sur la résistance, sur le fluage et sur le retrait du béton. C'est ainsi que:

a) Pour une durée de durcissement dépassant 3 mois, la résistance du béton peut être prise égale à 1,1 fois la résistance de base, tandis que l'influence de la durée de chargement peut être réduite aux trois-quarts de sa valeur initiale.

b) Pour une durée de durcissement dépassant 6 mois, la résistance du béton peut être prise égale à 1,2 fois la résistance de base, tandis que l'influence de la durée de chargement peut être réduite aux soixante-cinq-centièmes de sa valeur initiale.

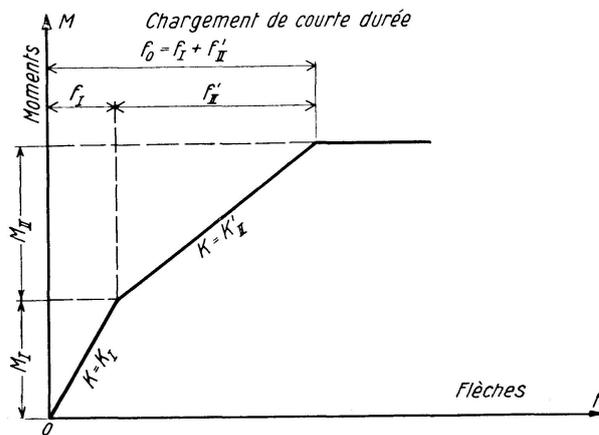


Fig. 6.

Comme pour la fissuration, le problème complémentaire du calcul des déformations consiste à déterminer les *valeurs maximales des flèches* admissibles en service et compatibles avec une exploitation normale de l'ouvrage. Il s'agit là d'un problème particulièrement délicat, pour lequel l'examen comparatif des divers Règlements nationaux a conduit à des résultats particulièrement décevants. De toute façon, dans les cas courants, ce ne sont pas les excès de déformations ou de flèches (ou même, éventuellement, de courbure), qui constituent, en eux-mêmes, une gêne pour l'utilisation de l'ouvrage: ce sont, plus généralement, les dégâts ou les dommages que les excès de déformations d'un élément particulier de la structure peuvent entraîner dans l'ensemble de la construction. On peut citer, par exemple, dans le cas des bâtiments, le décollement et la fissuration des cloisons, des enduits, des revêtements de surface, etc., qui, sans mettre en cause la stabilité de la construction, peuvent causer néanmoins des dommages très importants et très coûteux.

Il n'a pas été possible, lors de la session de Vienne, d'aboutir, sur ce point, à des Recommandations précises. Le texte des Conclusions indique seulement que «*la limitation nécessaire des flèches peut être également obtenue grâce à une limitation des élancements*». D'ailleurs, cette limitation figurait déjà dans certains Règlements antérieurs; à l'heure actuelle, le Comité des Normes Allemandes envisage d'adopter la condition suivante:

$$\frac{l}{h} \leq \frac{90.000}{15 |\sigma_b| + |\sigma_a|},$$

qui se rapporte à la théorie classique et où les contraintes admissibles sont exprimées en kg/cm².

Selon les conditions aux appuis, la portée l doit être affectée d'un coefficient multiplicatif de majoration ou de minoration: *1,00*, pour la poutre de référence, reposant sur deux appuis simples; *0,75*, pour une poutre reposant sur un appui simple et encastrée à l'autre extrémité; *0,60*, pour une poutre encastrée à ses deux extrémités; *1,20*, pour une poutre-console.

Au Comité Européen, la Commission «Déformations» a été chargée de la mise au point d'une condition analogue; cette condition serait applicable, non seulement aux poutres, mais également aux éléments sollicités dans deux directions, tels que les dalles, les planchers-dalles, les planchers-champignons. Dès maintenant, la Commission entreprend, avec l'aide des Bureaux de Contrôle, une étude statistique des causes et des caractéristiques des dégâts réellement observés.

* * *

Parmi les autres problèmes, dont l'étude au Comité Européen n'a pas encore permis la mise au point de Conclusions pratiques, il faut citer, en tout premier lieu, le problème de *l'effort tranchant*. Il n'est pas utile d'énumérer toutes les difficultés d'un problème, qui, depuis la mise au point de la théorie du Professeur MÖRSCH, il y a cinquante ans, a passionné tous les chercheurs.

En 1957, lors de la session de Rome, Monsieur CHAMBAUD, de Paris, a présenté au Comité Européen une théorie nouvelle de calcul et de dimensionnement à rupture des pièces soumises à un effort tranchant. Cette théorie, jointe aux nombreuses séries expérimentales réalisées dans les Laboratoires des États-Unis, a servi de base aux premières recherches de la Commission «Effort tranchant», dont le Rapporteur est le Professeur PADUART, de Bruxelles.

Le point essentiel des Conclusions de Vienne, relatives à l'effort tranchant, consiste dans la Recommandation, faite aux Constructeurs, de *ne pas exécuter des poutres importantes sans armatures transversales*. Cette recommandation n'est pas inutile, car, dans de nombreux pays, les recherches théoriques et expérimentales envisagent, essentiellement, des poutres sans étriers.

Les autres Conclusions concernent surtout les *recherches futures* de la Commission. Un programme expérimental détaillé a été mis au point, sur propo-

sition de la Délégation Suisse. Ce programme très complet, qui se rapporte, en principe, à des poutres standards d'une portée de 3 mètres et d'une hauteur utile de 30 centimètres, doit comporter l'étude systématique de tous les paramètres essentiels du phénomène:

— *forme géométrique de la section*

(à partir de la section rectangulaire de référence, on envisage, soit un amincissement progressif de l'âme, soit l'adjonction d'une table de compression, — ce qui doit permettre l'étude des divers types de poutre à talon et de poutres en T);

— *mode de chargement*

(charges concentrées ou charges réparties);

— *pourcentage d'armature longitudinale*

(variable de 0,5 % à 3,5 %);

— *caractéristiques d'adhérence de l'armature longitudinale*

(armatures lisses, rugueuses ou filetées — réparties en une, deux ou quatre barres);

— *caractéristiques de l'armature de cisaillement*

(étriers verticaux ou inclinés, suivant des espacements de 5, 10, 15 ou 20 cm);

— *résistance en compression du béton*

(variable de 200 à 600 kg/cm²);

— enfin, *degré d'encastrement de la poutre expérimentée.*

Le Comité Européen insiste également sur la nécessité absolue de connaître, avec précision, — non seulement la charge de rupture par effort tranchant, — mais également, toutes les circonstances de cette rupture, compte-tenu du processus de fissuration, de la disposition exacte des armatures longitudinales et transversales par rapport à la zone de rupture, de leurs caractéristiques d'adhérence et de scellement, de l'évolution des déformations, etc. Ces renseignements sont rigoureusement indispensables à une interprétation valable de l'essai; en effet, c'est souvent par manque de renseignements suffisants qu'un très grand nombre d'essais antérieurs ont dû être éliminés de notre documentation expérimentale.

Dans un avenir que nous espérons aussi proche que possible, la réalisation de ce programme d'essais doit pouvoir permettre à la Commission d'entreprendre la mise au point d'une *théorie générale de l'effort tranchant*. Evidemment, ce programme ambitieux ne constitue encore qu'une Recommandation du Comité Européen, à l'adresse de tous les Laboratoires d'essais et de recherches. Nous ne nous dissimulons pas les difficultés techniques et financières, qui sont liées à la réalisation d'un tel projet, qui comporte quelques centaines d'essais

de poutres, mais, devant l'intérêt témoigné par certains organismes de recherches, nous conservons l'espoir que ce programme entrera prochainement dans sa phase d'exécution.

A l'heure actuelle, nous procédons à la mise au point d'une première série d'essais, beaucoup plus limitée, mais exécutée avec le maximum de précautions et de mesures, au Laboratoire de Naples, sous la direction du Professeur GIANGRECO. Il s'agit de l'expérimentation de 180 poutres, dont les résultats doivent nous permettre de compléter notre documentation actuelle, en vue de la mise au point rapide d'une *méthode simplifiée de calcul*, qui n'aurait encore qu'un caractère provisoire, mais qui permettrait, dès maintenant, à la nouvelle Commission «Recommandations pratiques» d'établir des Règles pratiques de calcul à rupture de l'effort tranchant; ces Règles provisoires pourraient être modifiées ou remaniées, au fur et à mesure de l'évolution de nos connaissances.

Deux cas pourraient être envisagés a priori, suivant l'importance des rôles respectifs de l'effort tranchant et du moment fléchissant:

Dans le cas où l'effet de l'effort tranchant serait prépondérant, — par exemple, dans les zones voisines d'une charge concentrée ou d'une réaction d'appui, dans lesquelles les fissures sont très inclinées, — la Commission a l'intention de s'orienter vers une «*théorie de bielles*», qui constituerait un aménagement de la théorie actuelle, mais dans laquelle les bielles de béton pourraient être considérées, non plus comme articulées, mais comme encastrées dans la table de compression, — ce qui permettrait d'explicitier la contribution de cette table à la résistance au cisaillement.

Cette proposition permettrait de distinguer les divers types de rupture par effort tranchant:

- rupture d'écrasement du béton des bielles;
- rupture des étriers;
- rupture d'ancrage des armatures longitudinales de traction.

Cette distinction entre les différents modes possibles de la rupture est absolument indispensable au projeteur, lors du dimensionnement de chacun des éléments de la pièce considérée; de plus, elle doit influencer la détermination des coefficients de sécurité correspondants, compte-tenu du caractère plus ou moins brutal de la rupture.

Dans le cas où l'effet du moment fléchissant serait prépondérant et où l'effort tranchant ne jouerait, pour ainsi dire, qu'un rôle perturbateur, — par exemple, au voisinage des zones de moment maximal, dans lesquelles les fissures sont pratiquement verticales, — la Commission tend à s'orienter vers une extension de la théorie de rupture en flexion, en s'inspirant d'une proposition récente du Professeur PAEZ, de Madrid, basée sur les hypothèses de calcul en flexion du Comité Européen et sur les résultats d'essais triaxiaux du Professeur BRESLER, de l'Université de Berkeley.

Nous ne cachons pas que cette première proposition de calcul ne constituera qu'un premier pas vers la mise au point d'une théorie générale de l'effort tranchant, mais nous nous permettons d'espérer que, dès maintenant, ces Recommandations provisoires pourront aider les Constructeurs dans le dimensionnement de leurs structures.

* * *

Un autre problème fondamental, étudié au Comité Européen, a été celui de la *Sécurité des ouvrages*. Une Commission a été créée à cet effet, en liaison avec le Conseil International du Bâtiment, sous la direction du Professeur TORROJA, de Madrid.

Lors des sessions de Madrid et de Rome, en 1956 et 1957, une proposition de calcul de la sécurité, concernant notamment les constructions ne présentant pas un caractère exceptionnel, a été adoptée par le Comité Européen. Cette proposition, basée sur des *principes probalilistes*, introduit, dans le calcul, la notion de «valeurs caractéristiques» des sollicitations et des résistances. On démontre notamment que ces valeurs caractéristiques coïncident pratiquement avec la moyenne de la moitié supérieure (dans le cas des sollicitations) ou de la moitié inférieure (dans le cas de la résistance du béton ou de la limite élastique de l'acier) des mesures expérimentales, supposées au moins égales à 20. A ces valeurs caractéristiques, sont appliquées, suivant les cas, des *coefficients de majoration ou des coefficients de minoration*.

C'est ainsi que les *sollicitations de base*, à introduire dans le calcul, sont égales aux sollicitations caractéristiques, multipliées par un coefficient de majoration, qui dépend, par définition:

- de la valeur admissible de la probabilité d'effondrement de l'ouvrage;
- de l'écart quadratique moyen entre les sollicitations réelles et les sollicitations prévues;
- de la conception de la structure;
- de l'exactitude des hypothèses de base du calcul;
- de la nature des liaisons;
- de la possibilité d'erreurs matérielles dans l'exécution des calculs; ainsi que:
- des conditions d'exécution et de l'efficiencce du contrôle sur chantier.

A titre indicatif, la Commission a proposé un coefficient de majoration de l'ordre de 1,25, valable dans le cas d'une étude et d'une exécution aussi soignée que possible; des majorations supplémentaires sont prévues, dans le cas d'une exécution de qualité moyenne ou de risques de gravité exceptionnelle.

Un calcul analogue est prévu pour les résistances. Les *résistances de base*, à introduire dans le calcul, sont égales aux résistances caractéristiques, divisées par un coefficient de minoration, qui doit tenir compte, par définition, des dispersions dues aux conditions d'exécution sur chantier et qui doit, de ce

fait, avoir une valeur plus élevée pour le béton que pour l'acier, qui est un produit industriel. A titre indicatif, la Commission a proposé un coefficient de minoration de l'ordre de 1,50 pour la résistance du béton (ce coefficient n'étant applicable qu'aux pièces surabondamment armées) et de 1,15 pour la limite élastique de l'acier (ce coefficient n'étant applicable qu'aux pièces faiblement ou normalement armées). Suivant la valeur du pourcentage d'armatures de la pièce à dimensionner, c'est l'un ou l'autre de ces coefficients qui doit être introduit dans le calcul de résistance.

Pratiquement, *la structure devra être dimensionnée, de telle manière que ses divers éléments de construction, soumis aux sollicitations de base du calcul (c'est-à-dire, en principe, à 1,25 fois la valeur caractéristique du poids propre, des surcharges, du vent, de la neige, etc.) ne puissent dépasser un état limite, correspondant aux résistances de base du béton et de l'acier, c'est-à-dire:*

- *pour une pièce faiblement ou normalement armée:* à la limite élastique caractéristique de l'acier, divisée par 1,15 et à la résistance caractéristique du béton;
- *pour une pièce surabondamment armée:* à la résistance caractéristique du béton, divisée par 1,50, et à la limite élastique caractéristique de l'acier.

Cette proposition est valable pour le calcul en *flexion* et en *compression*. Des études complémentaires sont actuellement entreprises pour la détermination de la sécurité au *flambement*, à la *fissuration*, et, dans un stade ultérieur, de la sécurité à *l'effort tranchant*.

* * *

Tel est l'essentiel des Recommandations actuelles de calcul du Comité Européen. Pour être complet, il faut également mentionner les activités de la Commission, chargée de la mise au point de «*Notations unifiées*», concernant les ouvrages en béton. Chacun sait que la confusion des notations constitue souvent, — davantage encore que la diversité des langages ou des unités employées, — l'un des obstacles les plus graves à la compréhension internationale dans le domaine technique.

En ce qui concerne plus particulièrement le béton, le Comité Européen s'est donné pour tâche de préparer, en liaison avec l'I.S.O., une proposition de notations unifiées, dont les principes ont été définis lors de la récente session de Vienne. Les Recommandations suivantes ont été formulées:

Les *majuscules latines* seraient utilisées pour les surfaces et pour toutes les grandeurs statiques qui s'en déduisent, ainsi que pour les forces et les moments, y compris les réactions d'appui.

Les *minuscules latines* seraient utilisées pour les longueurs, ainsi que pour les sollicitations unitaires.

Les *majuscules grecques* seraient à éviter, autant que possible.

Les *minuscules grecques* seraient utilisées pour les contraintes et pour les coefficients sans dimension.

En ce qui concerne les *indices*, il a été recommandé d'utiliser: — l'indice *a* pour l'acier, — l'indice *b* pour le béton, — l'indice *e* pour la limite d'écoulement d'un acier à palier, — l'indice *0,2* pour la limite élastique conventionnelle d'un acier écroui à froid, — et enfin, l'indice *r* pour la rupture d'un matériau. Par ailleurs, la *traction* et la *compression* seraient, en général, distinguées par le signe algébrique de leurs contraintes ou de leurs déformations; mais, en cas de nécessité, on pourrait introduire un accent, pour tout ce qui se rapporte à la traction. Enfin, il a été recommandé, autant que faire se peut, d'éviter les *indices multiples*.

Sur ces bases, la Commission a été chargée d'élaborer une *liste des notations nécessaires*; ces notations pourraient servir, dès maintenant, à la rédaction des travaux et des communications du Comité Européen. Elles seraient soumises ensuite à l'examen de l'I.S.O.

* * *

Ce bref exposé des Conclusions techniques de la session de Vienne sera complété prochainement par la publication du *compte-rendu complet* des travaux et des discussions de cette session ²⁾.

Malheureusement, malgré plus de quarante heures de séances, de très nombreux problèmes n'ont pas encore été étudiés. Le caractère très restreint de nos Conclusions techniques montre bien toute l'ampleur du programme d'études et de recherches, qu'il nous reste à réaliser, durant les prochaines années. L'étude de certaines questions, qui comptent parmi les plus fondamentales de la technique du béton, — telles, par exemple, que la prise en compte des phénomènes d'adaptation et leur application au calcul général des structures, — n'a pas encore été entreprise par le Comité Européen. C'est pourquoi, lors de la session de Vienne, *de nouvelles Commissions de travail* ont été constituées.

Parmi ces Commissions, l'une des plus importantes est chargée, sous la direction du Docteur SORETZ, de Vienne, du *calcul de l'adhérence et des ancrages*.

Une autre Commission de travail est chargée du problème général du comportement à rupture des *dalles*, et, plus particulièrement, du calcul pratique des *planchers-dalles* et des *planchers-champignons*. Cette Commission, dont le Rapporteur est le Professeur HAAS, de La Haye, entreprend actuellement la rédaction d'un Rapport de synthèse, qui doit faire le point des études et des recherches expérimentales en ce domaine particulièrement important.

²⁾ Ce compte rendu sera diffusé dans les prochains numéros du Bulletin d'Informations du C.E.B., adressé aux membres délégués et experts, ainsi qu'aux membres correspondants.

Quant à l'analyse systématique des phénomènes d'adaptation, elle vient d'être confiée à une Commission «*Hyperstatique*», dont le Rapporteur est le Professeur BAKER, de Londres. Les travaux de cette Commission ont déjà fait l'objet de plusieurs Rapports préliminaires du Rapporteur, de M. GUYON, de Paris, et de M. MACCHI, de Milan.

Enfin, parmi les nouvelles Commissions de travail du Comité Européen, il faut rappeler ici la Commission des «*Recommandations pratiques à l'usage des Constructeurs*» dont la direction a été confiée à Monsieur ESQUILLAN de Paris. C'est à cette Commission qu'a été confiée la tâche d'établir progressivement, au fur et à mesure du développement de nos travaux, les bases Européennes d'un calcul à rupture des sections en béton armé.

Ces Commissions travaillent en liaison directe et étroite avec celles de l'*American Concrete Institute*, dont les trois représentants permanents au Comité Européen, — le Docteur HOGNESTAD, le Professeur SIESS et Monsieur REESE, — échangent, systématiquement, leurs études et leurs résultats avec les Rapporteurs Européens des Commissions intéressées. Une traduction anglaise de nos divers Bulletins d'information est actuellement diffusée dans les Instituts de recherches et les Bureaux d'études des Etats-Unis, de la Grande Bretagne et du Commonwealth. Une collaboration d'un type analogue est également prévue avec l'*Académie Soviétique de l'Architecture et de la Construction*, à Moscou.

C'est grâce à cet esprit de collaboration, que pourront être conjugués les efforts de tous les techniciens du béton. Ces efforts doivent permettre une meilleure connaissance du comportement et de la sécurité des ouvrages et, par là-même, contribuer à la réalisation de constructions plus économiques et plus rationnelles.

Résumé

L'objet du Comité Européen du Béton, constitué en 1953, consiste essentiellement à préparer des recommandations unifiées à l'échelon européen, devant permettre aux Constructeurs de disposer de nouvelles méthodes de calcul, simples et commodes, basées sur une meilleure connaissance du comportement du béton et de l'acier dans les structures.

Au cours de ses six premières années d'activités, le Comité Européen du Béton s'est efforcé de mettre au point une série de conclusions techniques, concernant notamment les principes fondamentaux et les méthodes pratiques de *calcul à rupture*, en flexion simple, en flexion composée, en compression excentrée et en compression simple, compte-tenu de l'influence de divers paramètres tels que: la vitesse et la durée de chargement, la nature des sollicitations et la forme géométrique de la section.

Ces recommandations ont été complétées par une étude systématique des

phénomènes de *flambement* dont le calcul se trouve ramené, par utilisation d'un moment de flexion complémentaire concomitant à l'effort normal, au calcul usuel de rupture en compression excentrée.

Des vérifications complémentaires concernent l'état de *fissuration* des pièces considérées dans leurs conditions de service, compte-tenu du pourcentage d'armatures, des caractéristiques mécaniques et géométriques des barres, ainsi que de leurs conditions d'enrobage.

Le calcul des *déformations*, et plus particulièrement celui des flèches, a pu également faire l'objet de recommandations pratiques, notamment pour les ouvrages courants.

Ces recherches se trouvent complétées par une proposition concernant la détermination de la *Sécurité* des ouvrages.

D'autres problèmes essentiels sont encore en cours d'étude; parmi ceux-ci figurent, notamment, le calcul de la résistance à l'effort tranchant, le calcul des dalles et des planchers-dalles, la détermination des ancrages, ainsi que l'étude générale des phénomènes d'adaptation et de redistribution dans les structures hyperstatiques.

Zusammenfassung

Die Aufgabe des im Jahre 1953 gegründeten Europäischen Beton-Ausschusses besteht zur Hauptsache in der Vorbereitung von auf europäischer Ebene vereinheitlichten Empfehlungen, welche dem Konstrukteur neue einfache und praktische Berechnungsmethoden zur Verfügung stellen sollen, die auf einer besseren Kenntnis des Verhaltens von Beton und Stahl in den Bauwerken beruhen.

Im Laufe der ersten sechs Jahre seines Bestehens hat der Europäische Beton-Ausschuß versucht, eine Reihe technischer Schlußfolgerungen zusammenzustellen, betreffend die Grundprinzipien und die praktische Anwendung der Bemessung nach dem Bruchzustand bei einfacher und zusammengesetzter Biegung, exzentrischem und zentrischem Druck, unter Berücksichtigung verschiedener Parameter (Belastungsgeschwindigkeit, Belastungsdauer, Art der Beanspruchung sowie geometrische Form des Querschnittes).

Ferner wurde eine systematische Untersuchung der *Knickerscheinungen* vorgenommen, wobei die Berechnung auf die normale *n*-freie Bemessung für exzentrische Normalkraft zurückgeführt wurde, unter Einführung eines zusätzlichen und gleichzeitig mit der Normalkraft wirkenden Biegemomentes.

Eine ergänzende Überprüfung betrifft den *Rissezustand* in Konstruktionsteilen bei normalen Betriebsbedingungen und unter Berücksichtigung des Armierungsgehaltes, der mechanischen und geometrischen Eigenschaften der Stahleinlagen sowie der Bedingungen der Betonumhüllung.

Zur Berechnung der *Verformungen*, insbesondere der Durchbiegungen,

konnten vor allem für die am häufigsten vorkommenden Bauwerke ebenfalls praktische Empfehlungen aufgestellt werden.

Diese Untersuchungen werden durch einen Vorschlag über die Bestimmung der *Sicherheit* in Bauwerken ergänzt.

Weitere wesentliche Probleme werden zur Zeit untersucht, vor allem die Bemessung der Schubsicherung, die Berechnung von Platten und punktförmig gestützten Decken, die Bestimmung der Verankerungen sowie die allgemeine Untersuchung der Anpassungsvorgänge und der Kräfteumlagerung in statisch hochgradig unbestimmten Bauwerken.

Summary

The purpose of the European Committee on Concrete, which was formed in 1953, consists mainly of the preparation of recommendations, standardised for all European countries, which would enable constructors to have at their disposal new methods of calculation, both simple and convenient, based on a more thorough knowledge of the behaviour of concrete and steel in structures.

During the first six years of its work, the European Committee on Concrete has made every endeavour to develop a series of technical conclusions, mainly in regard to the basic principles and practical methods for the *calculation to failure*, of members subjected to simple bending, to combined bending, to eccentric compression and to simple compression, taking into account the effect of various parameters, such as the rate and duration of loading, the nature of the stresses and the geometrical shape of the section.

These recommendations were supplemented by a systematic study of the phenomena of *buckling*, for which the calculation has been reduced, by the use of an additional bending moment accompanying the normal stress, to the usual calculation of the ultimate strength under eccentric compression.

Additional checks were made in regard to *cracking* of the members under service load, taking into account the percentage of reinforcement, the mechanical and geometrical characteristics of the bars, as well as the coating conditions.

The calculation of *deformations*, and more particularly the calculation of deflections, has also been the subject of practical recommendations, mainly for the common types of structure.

These researches were completed by a suggestion regarding the determination of the *safety* of structures.

Other fundamental problems still in course of investigation include the calculation of resistance to shearing stresses, the calculation of slabs and flat slabs, and the determination of anchorages, as well as the general study of the phenomena of adaptation and redistribution in hyperstatic structures.