

Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 16 (1956)

Artikel: Ein Beitrag zur zweckförmigen Formgebung der Kappenschalen über rechteckigem Grundriss
Autor: Csonka, P.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-15060>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 08.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ein Beitrag zur zweckmäßigen Formgebung der Kappenschalen über rechteckigem Grundriß

Expedient shaping of calotte shells over rectangular bases

Contribution au modelage convenable de voiles en calotte sur plan rectangulaire

Prof. P. CSOKA, Budapest
Mitglied des ständigen Ausschusses

1. Einleitung

Die auf vier Randbögen aufliegenden doppelsymmetrischen kuppelartigen Schalen — die sogenannten *Kappenschalen* — sind sehr zweckmäßige und gefällige Konstruktionen (Fig. 1), die jedoch trotz ihrer Vorteile nur auffallend selten angewendet werden. Der Grund der seltenen Anwendung dieses sonst sehr vorteilhaften Schalentyps liegt hauptsächlich in den nicht allzu kleinen Schwierigkeiten, mit denen seine statische Berechnung verbunden ist. Dieser Umstand macht es äußerst wünschenswert, Verfahren ausfindig zu machen, mit Hilfe derer die sonst sehr schwerfälligen Berechnungen vereinfacht und dem praktischen Ingenieur zugänglich gemacht werden können. Vorliegender Aufsatz soll diesem allgemeinen Verlangen entgegenkommen.

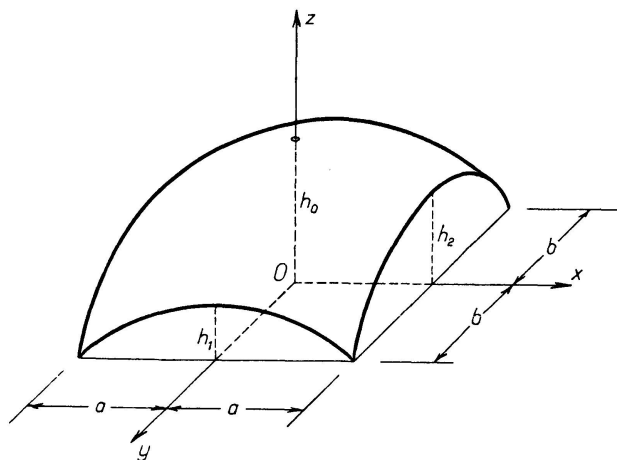


Fig. 1. Kappenschale über rechteckigem Grundriß.

2. Allgemeine Grundlagen

Es wird vorausgesetzt, daß in der Schale und in ihren Randbögen infolge der Belastung im wesentlichen nur Membrankräfte entstehen und die Biege- bzw. Torsionskräfte den Membrankräften gegenüber überall — auch an den Schalenrändern — vernachlässigt werden können.

Als Belastung werden nur vertikale Kräfte angenommen, deren Wert je waagerechter Flächeneinheit durch Z bezeichnet und von oben nach unten wirkend als positiv betrachtet wird.

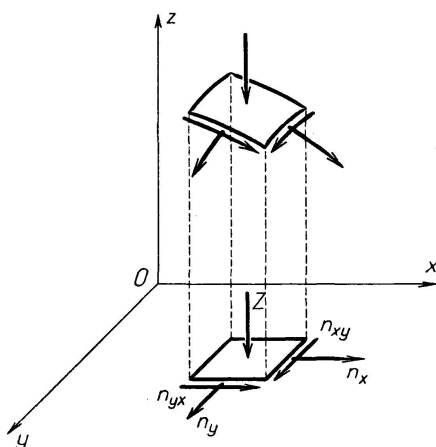


Fig. 2. Die Komponenten der Innenkräfte und ihre Grundrißprojektionen.

Zur Beschreibung der Spannungsverhältnisse der Schale werden laut Fig. 2 die horizontalen Komponenten der Schnittkräfte — die sog. reduzierten Schnittkräfte — benutzt, deren auf die Linienelemente der Grundrißfläche bezogene spezifische Werte mit n_x , n_{xy} , n_y , n_{yx} bezeichnet werden, wobei $n_{xy} = n_{yx}$. Zur Bestimmung der Schnittkräfte wird — wie üblich — eine Spannungsfunktion $F(x, y)$ eingeführt, und zwar so, daß

$$n_x = F_{yy}, \quad n_{xy} = n_{yx} = -F_{xy}, \quad n_y = F_{xx} \quad (1)$$

wird. Hiedurch kann, wie bekannt [1], das Gleichgewicht der Außen- und Innenkräfte durch eine einzige partielle Differentialgleichung ausgedrückt werden:

$$f_{xx} F_{yy} - 2f_{xy} F_{xy} + f_{yy} F_{xx} = Z. \quad (2)$$

Hierin werden die Ordinaten der Mittelfläche der Schale mit

$$z = f(x, y)$$

bezeichnet. Die mit Doppelindizes versehenen Werte f bzw. F bezeichnen die zweiten partiellen Derivierten der betreffenden Funktionen.

Im allgemeinen Falle wird die Aufgabe durch die Bestimmung einer Funktion $F(x, y)$ gelöst, die der Differentialgleichung (2) sowie den Anfangsbedingungen

$$F_{yy}(\pm a, y) = 0, \quad F_{xx}(x, \pm b) = 0 \quad (3)$$

genutzt. Da aber eine all diesen Anforderungen genau entsprechende Spannungsfunktion $F(x, y)$ in geschlossener Form zumeist nicht hergestellt werden kann, bedient man sich im allgemeinen mit verschiedenen Näherungslösungen.

Im folgenden werden nun einige Beispiele zur genauen bzw. annähernden Lösung der Aufgabe vorgeführt. Bei all diesen Aufgaben wird die Schalenform zweckmäßig so gewählt, daß die Berechnung sich womöglich einfach gestaltet. Außerdem kann bei Näherungslösungen die Schalenform auch durch gewisse Genauigkeitsbetrachtungen bedingt werden.

Oft kann bei der Berechnung der Schalen eine über die ganze Grundrißfläche gleichmäßig verteilte Belastung angenommen werden, wodurch auch die Möglichkeit für gewisse weitere Vereinfachungen geboten wird [2].

3. Normale Translationsschalen

Eine besondere Art der Kappenschalen ist die *normale Translationsschale*, d. h. eine nach einer Translationsfläche geformte Schale, bei welcher die Ebenen der Leitkurven der Mittelfläche mit den Ebenen der Randbögen parallel laufen (Fig. 3). Die Form der Mittelfläche ist durch die Gleichung

$$z = f(x, y) = u(x) + v(y) \quad (4)$$

gekennzeichnet, wobei $u(x)$ und $v(y)$ vorläufig willkürliche Funktionen sind, so daß die Differentialgleichung (2) sich folgenderweise gestaltet:

$$u_{xx} F_{yy} + v_{yy} F_{xx} = Z. \quad (5)$$

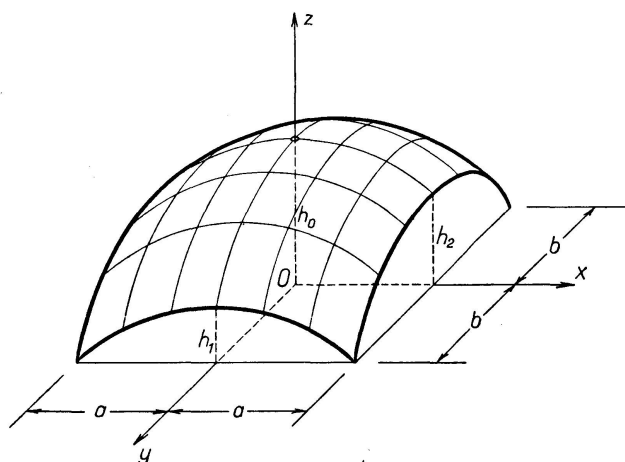


Fig. 3. Normale Translationsschale, mit verschieden hohen Randbögen.

Es soll nun vorausgesetzt werden, daß die Belastung der Schale durch ein Polynom

$$Z = \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) \sum_0^m \sum_0^n C_{ik} \frac{x^{2i} y^{2k}}{a^{2i} b^{2k}} \quad (6)$$

ausgedrückt werden kann. Als Spannungsfunktion soll ein Polynom von der Form

$$F = \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) \sum_0^m \sum_0^n D_{ik} \frac{x^{2i} y^{2k}}{a^{2i} b^{2k}} \quad (7)$$

eingeführt werden, welches den Randbedingungen [3] genau entspricht. Über die Parameter D_{ik} soll später verfügt werden.

Nach Einsetzung von (6) und (7) gestaltet sich die Differentialgleichung folgenderweise:

$$\begin{aligned} & 2 u_{xx} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \sum_0^m \sum_0^n D_{ik} \frac{x^{2i} y^{2k-2}}{a^{2i} b^{2k}} \left[k(2k-1) - (k+1)(2k+1) \frac{y^2}{b^2} \right] + \\ & + 2 v_{yy} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) \sum_0^m \sum_0^n D_{ik} \frac{y^{2k} x^{2i-2}}{b^{2k} a^{2i}} \left[i(2i-1) - (i+1)(2i+1) \frac{x^2}{a^2} \right] = \\ & = \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) \sum_0^m \sum_0^n C_{ik} \frac{x^{2i} y^{2k}}{a^{2i} b^{2k}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Werden die Funktionen $u(x)$ und $v(y)$ willkürlich angenommen, so gestaltet sich die linke Seite der vorigen Gleichung sehr umständlich. Wenn aber die Funktionen $u(x)$ bzw. $v(y)$ zweckmäßig so angenommen werden, daß

$$u_{xx} = \frac{K_1}{1 - x^2/a^2}, \quad v_{yy} = \frac{K_2}{1 - y^2/b^2}$$

sei, so wird die linke Seite der Gleichung (8) ein dem an der rechten Seite der Gleichung befindlichen Polynom ähnliches Gebilde, und die Parameter D_{ik} können mit Hilfe der Methode der unbestimmten Koeffizienten leicht bestimmt werden.

Zuerst sollen aber die Funktionen $u(x)$ bzw. $v(y)$ festgestellt werden:

$$u(x) = \int \int \frac{K_1}{1 - x^2/a^2} dx dx, \quad v(y) = \int \int \frac{K_2}{1 - y^2/b^2} dy dy.$$

Bei Durchführung der hier angedeuteten Integrationen muß berücksichtigt werden, daß die Scheitelhöhen h_1 bzw. h_2 der Randbögen gegeben sind und daß die Höhenordinaten der Bogenkämpfer gleich Null sind. Es ist daher

$$\begin{aligned} u(x) &= h_1 - \frac{h_1}{2 \ln 2} \left[\left(1 + \frac{x}{a}\right) \ln \left(1 + \frac{x}{a}\right) + \left(1 - \frac{x}{a}\right) \ln \left(1 - \frac{x}{a}\right) \right], \\ v(y) &= h_2 - \frac{h_2}{2 \ln 2} \left[\left(1 + \frac{y}{b}\right) \ln \left(1 + \frac{y}{b}\right) + \left(1 - \frac{y}{b}\right) \ln \left(1 - \frac{y}{b}\right) \right]. \end{aligned}$$

So ergibt sich laut (4) als Gleichung der Mittelfläche

$$f(x, y) = h_1 R(x/a) + h_2 R(y/b), \quad (8)$$

wo die Werte der Funktionen $R(x/a)$ bzw. $R(y/b)$ nach Vorschriften der Formel

$$R(s) = 1 - \frac{1}{2 \ln 2} [(1+s) \ln(1+s) + (1-s) \ln(1-s)] \quad (9)$$

zu bestimmen sind. Das Diagramm der Funktion $R(s)$ — zugleich ein den Leitkurven der Mittelfläche affines Gebilde — wird an der Figur 4 veranschau-

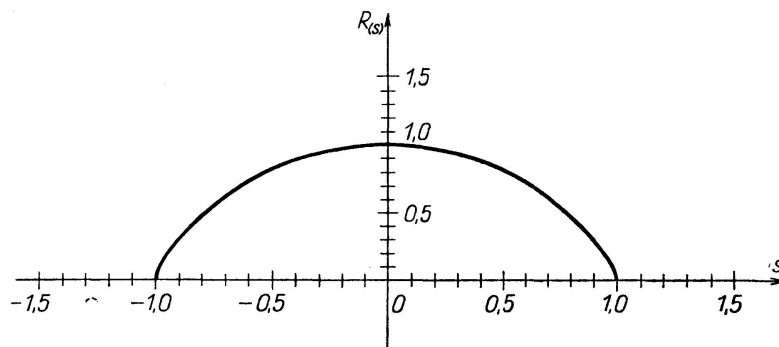


Fig. 4. Diagramm der Funktion $R(s)$, zugleich eine mit den Leitkurven der Mittelfläche affine Kurve.

licht. Einzelne Werte der Funktion $R(s)$ können auch von der folgenden Tabelle abgelesen werden:

$\pm s$	$R(s)$	$\pm s$	$R(s)$	$\pm s$	$R(s)$	$\pm s$	$R(s)$
0,00	1,0000	0,25	0,9544	0,50	0,8113	0,75	0,5436
0,05	0,9982	0,30	0,9341	0,55	0,7692	0,80	0,4690
0,10	0,9928	0,35	0,9097	0,60	0,7219	0,85	0,3843
0,15	0,9837	0,40	0,8780	0,65	0,6690	0,90	0,2864
0,20	0,9710	0,45	0,8485	0,70	0,6098	0,95	0,1687
0,25	0,9544	0,50	0,8113	0,75	0,5436	1,00	0,0000

Es müssen noch die Parameter D_{ik} der Formel (7) bestimmt werden. Dies geschieht, wie gesagt, durch die Gleichsetzung der Koeffizienten der beiderseits befindlichen Glieder von gleicher Ordnung in der Gleichung (8). Man beginnt mit der Bestimmung des Koeffizienten D_{mn} von höchster Ordnungszahl, setzt mit der Bestimmung von $D_{m-1,n}$ bzw. $D_{m,n-1}$ fort und stellt dann den Koeffizienten $D_{m-1,n-1}$ fest. So kann man den Wert sämtlicher Koeffizienten D_{ik} Schritt für Schritt nach der Reihe bestimmen. Bei der Berechnung kann man zweckmäßig von der Rekursionsformel

$$D_{ik} = \left[(k+1)(2k+1)h_1 D_{i,k+1} + (i+1)(2i+1)h_2 D_{i+1,k} + \frac{\ln 2}{2} a^2 b^2 C_{ik} \right] \cdot \frac{1}{H_{ik}}$$

Gebrauch machen, wobei

$$H_{ik} = (k+1)(2k+1)h_1 + (i+1)(2i+1)h_2$$

ist. Bei Anwendung dieser Formel muß man aber an Stelle der Koeffizienten D_{ik} im Falle $i > m$ bzw. $k > n$ den Wert Null einsetzen.

Im Sonderfalle $Z = \text{konst}$, der jetzt näher betrachtet werden soll, ist $C_{00} = Z$, hingegen sind die übrigen Koeffizienten C_{ik} gleich Null. In diesem Sonderfalle beträgt von den Parametern D_{ik} allein D_{00} einen von Null abweichenden Wert

$$D_{00} = \frac{Z \ln 2}{2(h_1 + h_2)} a^2 b^2,$$

wodurch die Spannungsfunktion eine besonders einfache Form erhält:

$$F(x, y) = \frac{Z \ln 2}{2(h_1 + h_2)} (a^2 - x^2)(b^2 - y^2). \quad (10)$$

Einfach gestalten sich auch die Formeln (1) der Spannkkräfte:

$$\begin{aligned} n_x &= -\frac{Z \ln 2}{h_1 + h_2} (a^2 - x^2), \\ n_y &= -\frac{Z \ln 2}{h_1 + h_2} (b^2 - y^2), \\ n_{xy} &= -\frac{Z \ln 2}{h_1 + h_2} \cdot 2xy. \end{aligned} \quad (11)$$

Eine nach den obigen Vorschriften gebildete normale Translationsschale ist auf Fig. 5 dargestellt.

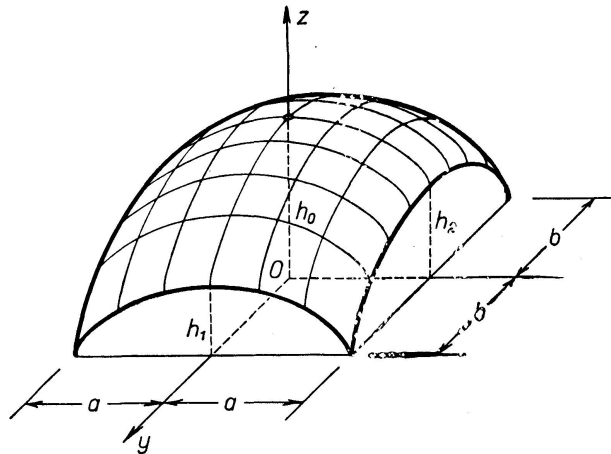


Fig. 5. Normale Translationsschale mit zykloidähnlichen Randbögen.

4. Diagonale Translationsschalen

Eine andere einfache Art der Kappenschalen ist die *diagonale Translationschale*, d. h. eine nach einer Translationsfläche geformte Schale, bei welcher die Ebenen der Leitkurven der Mittelfläche mit den Diagonalen des Grundrechtecks parallel sind (Fig. 6). Die Gleichung der Mittelfläche dieser Schalen ist im schiefwinkligen Koordinatensystem $O(\xi, \eta, z)$

$$z = f(\xi, \eta) = g(\xi) + g(\eta). \quad (12)$$

Ein in Ungarn bekanntes Beispiel der diagonalen Translationsschalen ist die *zusammengesetzte Kappenschale* von K. SZMODITS [3]. Die Mittelfläche dieser Schale besteht aus Teilen von fünf elliptischen Paraboloiden mit vertikaler Achse (Fig. 7), die sich einander tangential anpassen. Die Scheitelhöhe h_0 der Schale ist anderthalbfach so groß wie die Höhe h der Randbögen. Die Spannungsfunktion der Schalen ist im Falle $Z = \text{konst}$ nach einer diagonalen Translationsfläche geformt (Fig. 8). Der mittlere Teil dieser Fläche wird aus

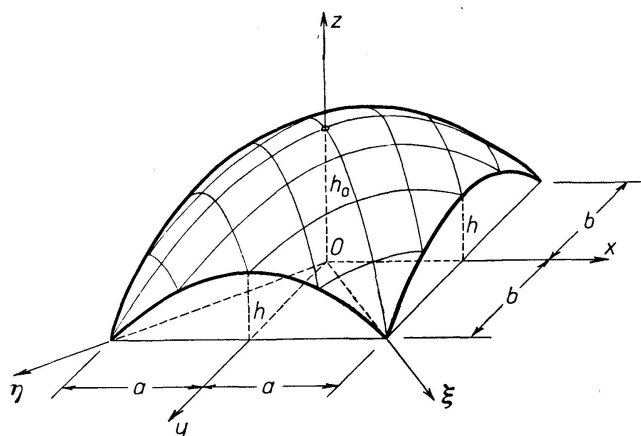


Fig. 6. Diagonale Translationsschale.

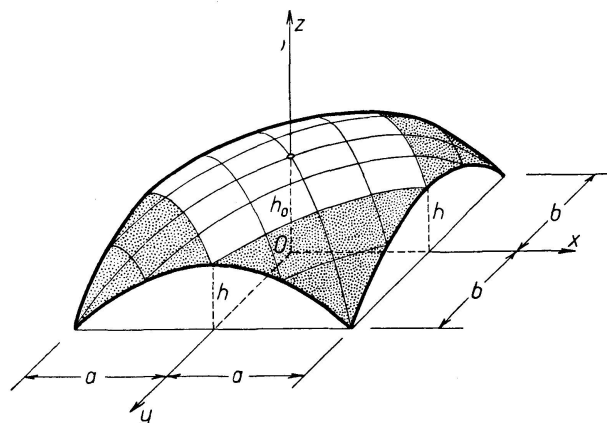


Fig. 7. Zusammengesetzte Kappenschale.

einem elliptischen Paraboloid gebildet, hingegen die Eckzonen bestehen aus Teilen hyperbolischer Paraboloiden. Letztere schließen sich an den mittleren Flächenteil tangential an. Der Spannungszustand der Schale zeigt bei den Berührungslinien der einzelnen Schalenteile sprunghafte Änderungen. Im mittleren Teil ist

$$n_x = -\frac{Z}{8h}a^2, \quad n_{xy} = 0, \quad n_y = -\frac{Z}{8h}b^2,$$

hingegen in den Eckteilen ist

$$n_x = 0, \quad |n_{xy}| = \frac{Z}{8h}ab, \quad n_y = 0.$$

Will man eine diagonale Translationsschale mit stetigen Spannkraften herstellen, so muß man eine Schalenform wählen, bei welcher die Krümmungsverhältnisse in allen Punkten der Mittelfläche stetig sind. In diesem Falle kann man bei der Annahme der Schalenform dasselbe Verfahren benützen, welches zur Bildung eines anderen einfachen Schalentyps im folgenden angewendet wird.

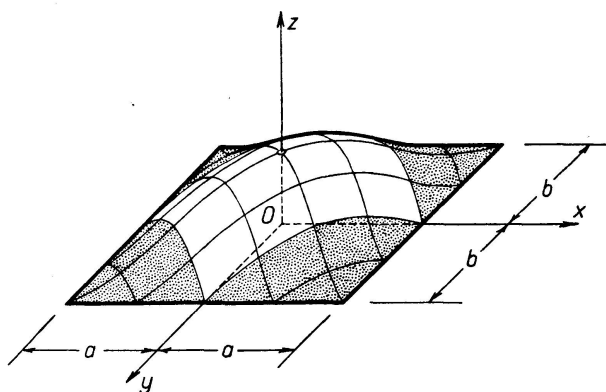


Fig. 8. Diagrammfläche der Spannungsfunktion der zusammengesetzten Kappenschale.

5. Abgeflachte Paraboloidschalen

Ein anderes Beispiel der einfach handlichen Kappenschalen ist die *abgeflachte Paraboloidschale*, d. h. eine Schale, bei welcher die mit den Ebenen der Randbögen parallelen Schnitte der Mittelfläche Parabeln zweiten Grades mit vertikaler Achse sind. Diese Parabeln werden gegen die Mitte der Schale immer flacher und flacher (Fig. 9). Die Gleichung der Mittelfläche der abgeflachten Paraboloid-Schalen ist im allgemeinen

$$z = f(x, y) = h_0 - (h_0 - h_2) \frac{x^2}{a^2} - (h_0 - h_1) \frac{y^2}{b^2} - (h_1 + h_2 - h_0) \frac{x^2 y^2}{a^2 b^2},$$

wobei

$$h_1 + h_2 - h_0 > 0$$

ist.

Im Gegensatz zum allgemeinen Fall soll hier nur der Sonderfall

$$h_1 = h_2 \equiv h$$

behandelt werden. In diesem Falle ergibt sich als Gleichung der Mittelfläche

$$z = f(x, y) = h_0 - (h_0 - h) \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + c \frac{x^2 y^2}{a^2 b^2} \right), \quad (13)$$

mit

$$c \equiv \frac{2h - h_0}{h_0 - h} > 0, \quad (14)$$

und so gestaltet sich die Differentialgleichung (2) folgenderweise:

$$-2(h_0 - h) \left[\left(1 + c \frac{y^2}{b^2} \right) \frac{F_{yy}}{a^2} + \left(1 + c \frac{x^2}{a^2} \right) \frac{F_{xx}}{b^2} - 4c \frac{xy}{ab} \cdot \frac{F_{xy}}{ab} \right] = Z. \quad (15)$$

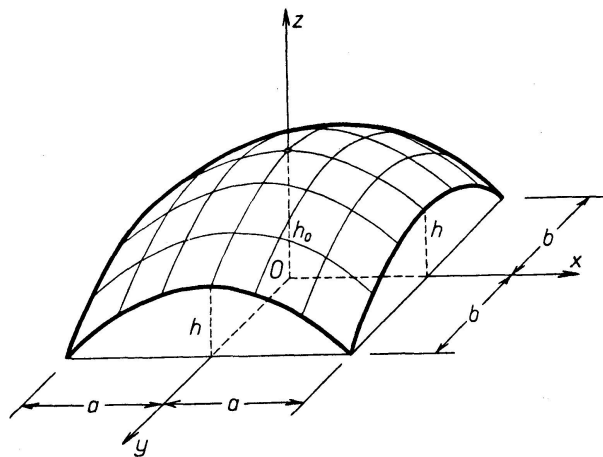


Fig. 9. Abgeflachte Paraboloidschale mit verschieden hohen Randbögen.

Im folgenden soll nun eine Näherungslösung für die Differentialgleichung (15) hergestellt werden. Als annähernde Spannungsfunktion F^* wird eine lineare Kombination der den Randbedingungen genau entsprechenden Funktionen

$$F_1^* = K \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right),$$

$$F_2^* = K \left(1 - \frac{x^4}{a^4} \right) \left(1 - \frac{y^4}{b^4} \right)$$

gewählt:

$$F^* = m_1 F_1^* + m_2 F_2^*. \quad (16)$$

In diesen Formeln ist

$$K \equiv \frac{a^2 b^2}{4(h_0 - h)}, \quad (17)$$

hingegen sind m_1 und m_2 frei wählbare Parameter. Es entspricht dieser Spannungsfunktion laut Gleichung (15) ein Lastsystem

$$Z^* = m_1 \left[2 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + c \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{6x^2 y^2}{a^2 b^2} \right) \right] + \\ + m_2 \left[3 \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^4 y^2}{a^4 b^2} - \frac{x^2 y^4}{a^2 b^4} \right) + c \left(\frac{3x^4}{a^4} + \frac{3y^4}{b^4} + \frac{10x^4 y^4}{a^4 b^4} \right) \right], \quad (18)$$

welches je nach der Annahme der Parameter m_1 und m_2 von der tatsächlichen Belastung Z mehr oder weniger abweicht. Um die Abweichung womöglich klein zu halten, muß gefordert werden, daß das Fehlerquadrat

$$H^2 = \int_0^a \int_0^b (Z^* - Z)^2 dx dy \quad (19)$$

minimal werde, d. h.

$$\frac{\partial H^2}{\partial m_1} = 0, \quad \frac{\partial H^2}{\partial m_2} = 0$$

sei. So erhält man zwei lineare Gleichungen, von welchen dann m_1 und m_2 berechnet werden können.

Im weiteren soll nur der einfachste Fall $Z = \text{konst}$ näher behandelt werden. In diesem Sonderfalle erhält man für die Parameter m_1 bzw. m_2 die Werte

$$m_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} Z, \quad m_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_0} Z, \quad (20)$$

wobei

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= 1 + 2,095\,488\,c + 2,475\,750\,c^2 + 0,741\,336\,c^3 + 0,537\,918\,c^4, \\ \gamma_1 &= 0,115\,802 + 0,308\,515\,c + 0,318\,873\,c^2 + 0,106\,159\,c^3, \\ \gamma_2 &= 0,028\,745 - 0,035\,931\,c - 0,086\,646\,c^2 - 0,021\,969\,c^3 \end{aligned}$$

ist. Auf Grund dieser Formeln erhält man bei Schalen mit verschiedenen Höhenverhältnissen die an der Fig. 10 dargestellten Werte von γ_1/γ_0 bzw. γ_2/γ_0 . Einige Werte sind auch in folgender Tabelle zusammengestellt:

c	γ_1/γ_0	γ_2/γ_0	h_0/h
0,08	0,4871	0,1710	1,926
0,12	0,4967	0,1437	1,893
0,16	0,5049	0,1180	1,862
0,20	0,5118	0,0940	1,833
0,24	0,5176	0,0716	1,807

Nachdem die Parameter m_1 und m_2 schon bekannt sind, kann man die Werte der reduzierten Schnittkräfte mit Hilfe der Formel (1) bestimmen:

$$\begin{aligned} n_x &= -\frac{2}{b^2} \left[m_1 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) + 3 m_2 \frac{y^2}{b^2} \left(1 - \frac{x^4}{a^4} \right) \right] \cdot Z, \\ n_y &= -\frac{2}{a^2} \left[m_1 \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right) + 3 m_2 \frac{x^2}{a^2} \left(1 - \frac{y^4}{b^4} \right) \right] \cdot Z, \\ n_{xy} &= -\frac{4}{ab} \left[m_1 \frac{xy}{ab} + 2 m_2 \frac{x^3 y^3}{a^3 b^3} \right] \cdot Z. \end{aligned} \quad (21)$$

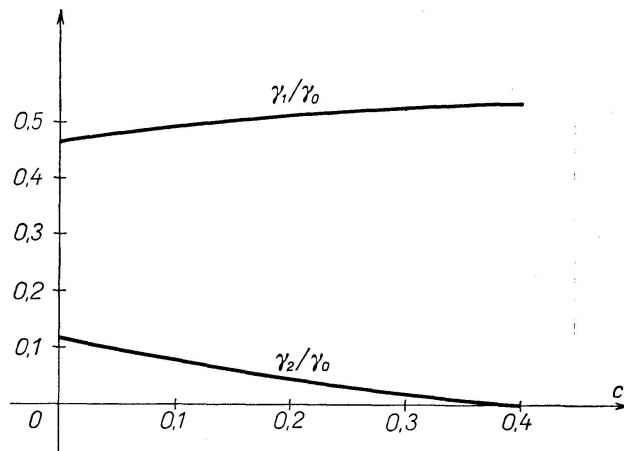


Fig. 10. Diagramm der Werte γ_1/γ_0 bzw. γ_2/γ_0 .

Somit ist die gestellte Aufgabe eigentlich schon gelöst. Fraglich ist jedoch noch die Größe des Fehlers, welcher durch die angewandte Näherungsmethode begangen wurde. Deshalb muß man noch den relativen Fehlerwert

$$H_r = \frac{H}{abZ} = \frac{1}{abZ} \left[\int_0^a \int_0^b (Z^* - Z)^2 dx dy \right]^{1/2}$$

bestimmen. Die Durchführung dieser Rechnung liefert bezüglich des relativen Fehlers die in der Fig. 11 angegebenen Werte. Wie ersichtlich ist, bleibt der relative Fehler H_r im Falle

$$0,08 \leq c \leq 0,24$$

unter 5%. Der Fehler wird minimal, wenn

$$c = 0,15925 \quad (22)$$

ist. In diesem optimalen Falle beträgt der relative Fehler den äußerst kleinen Wert

$$H_r = 0,7\%.$$

Da der Wert c frei gewählt werden kann, ist man immer in der Lage, die Höhenverhältnisse der Schale so anzunehmen, daß der vorerwähnte optimale Fall vorliegt. Dies ist der Fall, wenn

$$h_0 = \frac{2+c}{1+c} h = 1,8626 h$$

ist. Dabei steht es noch immer frei, auch gewisse ästhetische Gesichtspunkte geltend machen zu können. Es kann z. B. im Falle $a=b$ gefordert werden, daß die Mittelfläche der Schale womöglich einer Kugelfläche ähnlich geformt sei. Dieser Fall liegt vor, wenn

$$h_0 = 0,545 a, \quad h = 0,292 a$$

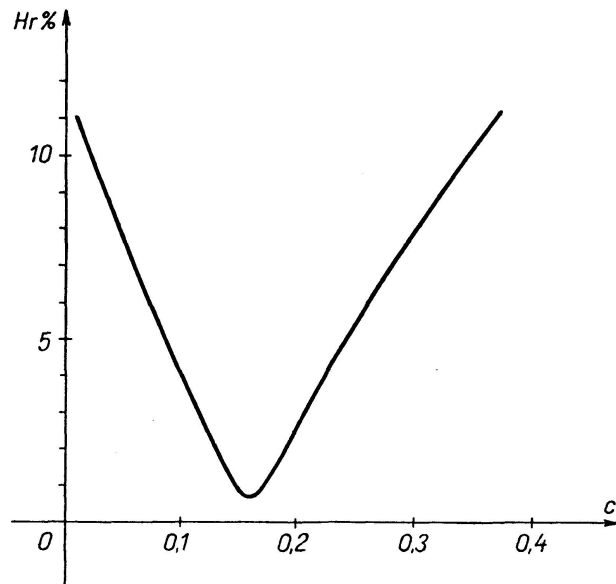


Fig. 11. Diagramm des relativen Fehlers.

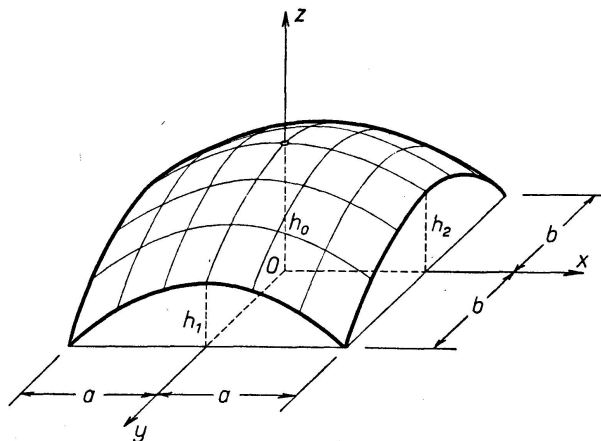


Fig. 12. Abgeflachte Paraboloidschale mit gleichhohen Randbögen im optimalen Falle.

beträgt. Ist hingegen $a \neq b$, so sind die empfehlbaren Maße:

$$h_0 = 0,545 \sqrt{ab}, \quad h = 0,292 \sqrt{ab}.$$

Eine nach den vorerwähnten Vorschriften konstruierte abgeflachte Paraboloidschale ist in der Fig. 12 dargestellt.

Literaturverzeichnis

1. LAFAILLE, B.: Mémoire sur l'étude générale des surfaces gauches minces. Mémoires de l'Association Internationale des Ponts et Charpentiers 3 (1935), pp. 295—332.
2. AAS-JAKOBSEN, A.: Sur le calcul de la voûte cylindrique circulaire, Travaux 49 (1937), pp. 529—535.
3. SZMODITS, K.: Statik der Schalenkonstruktionen (nur ungarisch). Budapest 1950. Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.
4. DRAHAŇOVSKÝ, Z.: Die statische Berechnung der Csonka'schen Kuppel (nur böhmisch), Sborník Vysoké školy Stavitelství Brně (1955), pp. 19—32.

Zusammenfassung

Die Berechnung der Schnittkräfte der Kappenschalen über rechteckigem Grundriß — diese sonst sehr schwierig zu behandelnde Aufgabe — kann durch die zweckmäßige Annahme der Schalenform äußerst vereinfacht werden. Besonders einfach gestaltet sich der Rechnungsgang im Falle einer Translationsschale, bei welcher die Leitkurven der Mittelfläche der Zykloide ähnliche Segmentkurven sind (Fig. 5). Der Aufsatz gibt geschlossene Formeln zur Berechnung der Schnittkräfte dieser Schalen an. Auch die Berechnung der Schnittkräfte der abgeflachten Paraboloidschalen (Fig. 12) gestaltet sich sehr einfach. Für diese Schalen abgeleitete einfache Näherungsformeln sind äußerst genau. Im Falle der optimalen Annahme der Höhenverhältnisse ist der Wert des begangenen relativen Fehlers nur 0,7%.

Summary

The calculation of internal forces of calotte shells over rectangular bases, in general a very complicated problem, can be made very simple by a proper choice of the shell form. The calculation is especially simple with transfer shells the generator curves of which are lobular curves like cycloids. The paper presents closed formulas for the determination of internal forces of these shells. The determination of internal forces of flattened paraboloid shells is also very simple. Approximate formulæ deduced for the latter are very accurate. In case of adequate assumption of the height ratio of the shell the mean error committed is only 0,7%.

Résumé

Le calcul des forces intérieures des voiles en calotte sur un plan rectangulaire — autrement dit un problème très compliqué — devient extrêmement simple si l'on choisit convenablement la forme du voile. Le calcul se simplifie particulièrement dans le cas de voiles à surface de translation, dont les lignes directrices sont des courbes lobulaires pareilles aux cycloïdes. L'étude présente des formules bien définies pour la détermination des forces intérieures de ces voiles. Le calcul des voiles en parabolöide aplati est également très simple. Les formules approchées déduites sont très précises. Si l'on choisit convenablement le rapport de la hauteur du voile, l'erreur moyenne commise est seulement 0,7%.