

Le calcul des pièces à plan moyen

Autor(en): **Massonnet, Ch.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht**

Band (Jahr): **3 (1948)**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-4087>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ib3

Le calcul des pièces à plan moyen

Die Berechnung von Vollwandträgern

The calculation of plate girders

CH. MASSONNET

Chargé de Cours à l'Université de Liège

Désignons sous le nom de pièces à plan moyen les pièces formées d'une âme plane garnie sur ses bords de semelles normales à l'âme et s'étendant symétriquement de part et d'autre de celle-ci (fig. 1). L'âme peut éventuellement être munie de raidisseurs droits ou courbes. On peut d'ailleurs considérer une pièce en caisson comme formée de deux pièces à plan moyen identiques accolées (fig. 2).

On rencontre dans la pratique de nombreuses pièces de ce genre dont le calcul ne peut se faire par les règles de la résistance des matériaux. Les plus importantes sont sans doute les nœuds de portiques, pont Vierendeel et charpentes continues, qui peuvent présenter deux, trois ou quatre branches.

J'ai établi une méthode qui permet de calculer ces pièces, quelle que soit leur forme, avec une bonne précision.

Je suppose d'abord que les tensions sont uniformément réparties sur toute la largeur des semelles. Cette hypothèse est conforme à la réalité, sauf si les semelles présentent une forte courbure. Dans ce cas, la distribution des tensions n'est pas uniforme, comme l'a montré H. Bleich ⁽¹⁾, mais on peut alors corriger cet effet en remplaçant la section réelle de la semelle par une section fictive plus faible, à l'aide des coefficients de réduction donnés par Bleich.

Je suppose ensuite que les semelles sont assez minces pour que les tensions soient uniformément réparties dans leur épaisseur. En d'autres termes, je néglige les couples répartis transmis par les semelles à l'âme et j'assimile pour le calcul les semelles à des fils élastiques, au sens qu'on donne à ce vocable en mécanique rationnelle. Cette hypothèse est très généralement admise et l'on peut montrer qu'elle est très approximativement vérifiée en pratique.

⁽¹⁾ *Stahlbau*, 6 janvier 1933, pp. 3 à 6.

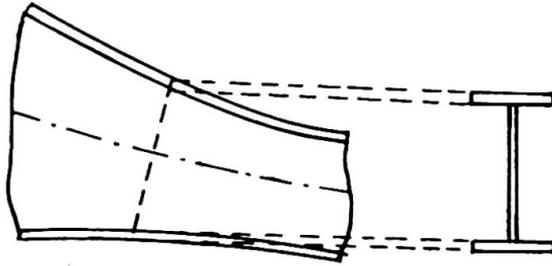


Fig. 1.

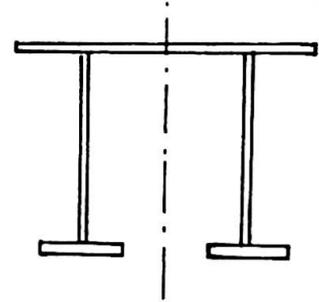


Fig. 2.

la semelle à l'âme en se servant de l'équation vectorielle d'équilibre d'un (fig. 3) :

ρ , rayon de courbure;

Ω , aire de la section droite;

N , effort de traction ou de compression simple, orienté suivant la tangente à la semelle, rapportée à la longueur d'arc s comptée le long de l'axe de la semelle.

L'âme, d'épaisseur h , est en état double de tension défini par les trois composantes σ_n , σ_s et τ_{ns} (fig. 4).

D'après ce qui vient d'être dit, on peut calculer l'effort transmis par la semelle à l'âme en se servant de l'équation vectorielle d'équilibre d'un fil, soit (fig. 3)

$$h\vec{\theta}_n = \frac{d\vec{N}}{ds}, \quad (1)$$

à condition de désigner par $\vec{\theta}_n$ le vecteur-tension sur la facette ds de l'âme.

Par ailleurs, la continuité de la pièce exige que les allongements proportionnels de l'âme et de la semelle à la jonction âme-semelle soient les mêmes. L'allongement proportionnel de l'âme le long de son bord vaut, d'après les lois de l'élasticité plane,

$$\varepsilon_{\text{âme}} = \frac{1}{E} (\sigma_s - \eta\sigma_n),$$

E étant le module d'élasticité et η le coefficient de Poisson.

L'allongement proportionnel de la semelle simplement tendue vaut

$$\varepsilon_{\text{semelle}} = \frac{N}{E\Omega}.$$

En égalant ces deux allongements proportionnels, on trouve

$$N = \Omega (\sigma_s - \eta\sigma_n),$$

ou, en précisant la direction du vecteur \vec{N} ,

$$\vec{N} = \Omega (\sigma_s - \eta\sigma_n) \vec{1}_s, \quad (2)$$

à condition de désigner par $\vec{1}_s$ le vecteur-unitaire allongé suivant l'axe de la semelle.

Pour éliminer l'effort N inconnu, il suffit de remplacer \vec{N} par sa valeur (2) dans (1). On trouve ainsi

$$h\vec{\theta}_n = \frac{d}{ds} \left[\Omega (\sigma_s - \eta\sigma_n) \vec{1}_s \right].$$

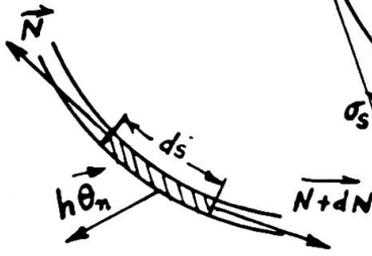


Fig. 3.

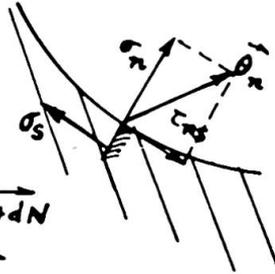


Fig. 4.

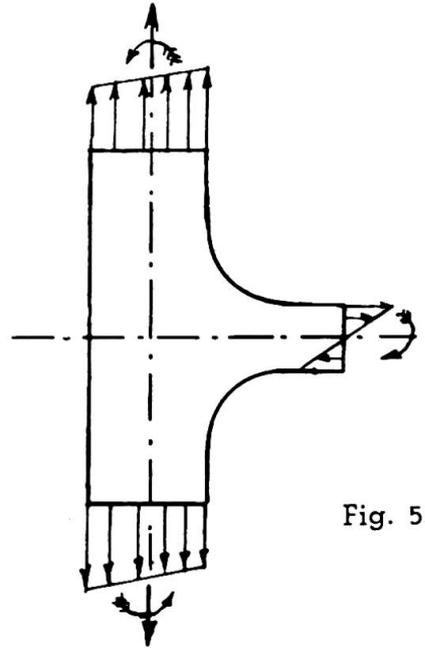


Fig. 5.

Cette condition vectorielle, équivalente à deux conditions scalaires, doit être vérifiée tout le long des semelles garnissant la pièce considérée.

Par ailleurs, on connaît généralement les efforts agissant aux extrémités de la pièce, soit que ce soient des efforts extérieurs donnés, soit que dans les sections d'extrémité les tensions obéissent aux lois élémentaires de la flexion composée des poutres droites. Ce dernier cas se présente par exemple pour le nœud Vierendeel représenté à la figure 5.

Ainsi donc, sur tout le contour de l'âme de la pièce, l'état de tension dans cette âme doit obéir à des conditions aux limites connues et bien déterminées. L'étude d'une pièce à plan moyen est ramenée à un problème d'élasticité plane. Ce problème peut être résolu pratiquement, grâce à un appareil qui permet de résoudre mécaniquement tous les problèmes d'élasticité plane ⁽¹⁾.

La méthode que je viens de décrire a été appliquée avec succès à l'étude du nœud représenté à la figure 5. Dans l'exécution pratique des calculs, on divise les semelles en un nombre suffisant de segments Δs égaux et l'on remplace la condition différentielle aux limites (5) par la condition finie

$$h\theta_n = \frac{\Delta N}{\Delta s}.$$

Cela revient à substituer à la courbe funiculaire matérialisée par la semelle un polygone funiculaire inscrit à nombre de côtés suffisamment grand. Les efforts N en les différents points de la semelle sont alors les rayons polaires du polygone des forces associé à ce funiculaire.

⁽¹⁾ La théorie et la description de cet appareil ont été données en résumé dans le volume IX des *Mémoires de l'A. I. P. C.* L'exposé complet de la méthode a paru en septembre 1949 dans le volume IV du *Bulletin du Centre d'Etudes, de Recherches et d'Essais scientifiques des Constructions du Génie civil de Liège.*

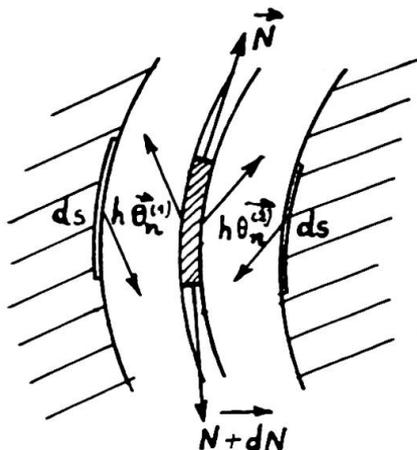


Fig. 6.

La méthode peut s'étendre sans difficulté au cas où l'âme de la pièce est munie de raidisseurs droits ou courbes.

En effet, détachons le raidisseur et la partie d'âme adjacente du restant de l'âme par deux coupes parallèles (fig. 6). On retrouve le même cas de sollicitation que pour une semelle, sauf que l'âme agit ici sur les deux faces. L'effort dans le raidisseur est donné par une formule entièrement analogue à (4) :

$$N = \Omega (\sigma_s^{(1)} - \eta \sigma_n^{(1)}) \vec{1}_s = \Omega (\sigma_s^{(2)} - \eta \sigma_n^{(2)}) \vec{1}_s .$$

Appelons $\vec{\theta}_n^{(1)}$ et $\vec{\theta}_n^{(2)}$ les vecteurs-tensions dans l'âme sur les faces supérieure et inférieure de la coupe et écrivons l'équilibre de l'élément ds du raidisseur; on trouve :

$$h (\vec{\theta}_n^{(1)} + \vec{\theta}_n^{(2)}) - \frac{dN}{ds} = 0 .$$

C'est la condition aux limites cherchée.

Résumé

Une pièce à plan moyen est constituée d'une âme pleine garnie sur ses bords de semelles normales à l'âme. L'auteur établit les conditions auxquelles doit satisfaire l'état plan de tension dans l'âme sur le bord de celle-ci, par suite de sa liaison avec la semelle. Le problème de la recherche des tensions dans une pièce à plan moyen est ainsi ramené à un problème d'élasticité plane relatif à l'âme de la pièce. Ce problème peut se résoudre pratiquement grâce à un appareil spécial qui sera décrit dans le volume 9 des *Mémoires* de l'A. I. P. C.

Zusammenfassung

Ein Vollwandträger besteht aus einem ebenen Stegblech und auf dessen Rändern senkrecht stehenden Lamellen. Der Verfasser stellt die Randbedingungen für den ebenen Spannungszustand des Stegblechs auf

unter Berücksichtigung der Verbindung des Steges mit den Lamellen. Das Problem der Spannungsermittlung in einem Vollwandträger wird dadurch auf das ebene Spannungsproblem des Stegblechs zurückgeführt. Das letztere kann praktisch mit einer speziellen Apparatur gelöst werden. Diese wird in Band 9 der *Abhandlungen* der I. V. B. H. näher beschrieben werden.

Summary

A plate girder consists of a solid web fitted on its edges with flanges at right angles to the web. The author states the conditions to which there must comply the plane state of tension in the web at its edges, owing to its connection with the flange. The problem of studying tensions in a plate girder thus resolves itself into a problem of plane elasticity as regards the web. This problem can be practically solved thanks to a special appliance which will be described in Vol. 9 of the *Publications* of the I. A. B. S. E.

Leere Seite
Blank page
Page vide