Zeitschrift: Jahrbuch der Sekundarlehrerkonferenz des Kantons Zürich
Herausgeber: Sekundarlehrerkonferenz des Kantons Zürich
Band: - (1909)

Artikel: Zur Behandlung der 3. Wurzel
Autor: Gassmann, Emil
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-819578

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Zur Behandlung der 3. Wurzel.

Von Emil Gaßmann, Winterthur.

Kubikwurzeln der Zahlen von 1 bis 125.

z	$\sqrt[3]{z}$	z	$\sqrt[3]{z}$	z	$\sqrt[3]{z}$	z	$\sqrt[3]{z}$
0	0,00000	30	3,10723	60	3,9148$\underline{7}$	90	4,48140
1	1,00000	31	3,14138	61	3,9365$\underline{0}$	91	4,49794
2	1,25992	32	3,17480	62	3,95789	92	4,5143$\underline{6}$
3	1,4422$\underline{5}$	33	3,20753	63	3,9790$\underline{6}$	93	4,53065
4	1,58740	34	3,23961	64	4,00000	94	4,5468$\underline{4}$
5	1,7099$\underline{8}$	35	3,2710$\underline{7}$	65	4,0207$\underline{3}$	95	4,56290
6	1,81712	36	3,3019$\underline{3}$	66	4,04124	96	4,5788$\underline{6}$
7	1,91293	37	3,33222	67	4,0615$\underline{5}$	97	4,59470
8	2,00000	38	3,3619$\underline{8}$	68	4,0816$\underline{6}$	98	4,6104$\underline{4}$
9	2,08008	39	3,39121	69	4,1015$\underline{7}$	99	4,6260$\underline{7}$
10	2,15443	40	3,41995	70	4,1212$\underline{9}$	100	4,6415$\underline{9}$
11	2,22398	41	3,4482$\underline{2}$	71	4,1408$\underline{2}$	101	4,6570$\underline{1}$
12	2,2894$\underline{3}$	42	3,4760$\underline{3}$	72	4,1601$\underline{7}$	102	4,6723$\underline{3}$
13	2,35133	43	3,5034$\underline{0}$	73	4,1793$\underline{4}$	103	4,6875$\underline{5}$
14	2,41014	44	3,5303$\underline{5}$	74	4,1983$\underline{4}$	104	4,7026$\underline{7}$
15	2,46621	45	3,55689	75	4,21716	105	4,71769
16	2,51984	46	3,5830$\underline{5}$	76	4,23582	106	4,73262
17	2,57128	47	3,60883	77	4,25432	107	4,7474$\underline{6}$
18	2,62074	48	3,63424	78	4,2726$\underline{6}$	108	4,76220
19	2,66840	49	3,6593$\underline{1}$	79	4,29084	109	4,7768$\underline{6}$
20	2,7144$\underline{2}$	50	3,68403	80	4,3088$\underline{7}$	110	4,7914$\underline{2}$
21	2,75892	51	3,7084$\underline{3}$	81	4,3267$\underline{5}$	111	4,8059$\underline{0}$
22	2,8020$\underline{4}$	52	3,73251	82	4,34448	112	4,8202$\underline{8}$
23	2,8438$\underline{7}$	53	3,7562$\underline{9}$	83	4,36207	113	4,8345$\underline{9}$
24	2,8845$\underline{0}$	54	3,77976	84	4,3795$\underline{2}$	114	4,84881
25	2,9240$\underline{2}$	55	3,80295	85	4,3968$\underline{3}$	115	4,86294
26	2,9625$\underline{0}$	56	3,82586	86	4,41400	116	4,8770$\underline{0}$
27	3,00000	57	3,84850	87	4,4310$\underline{5}$	117	4,89097
28	3,0365$\underline{9}$	58	3,8708$\underline{8}$	88	4,44796	118	4,9048$\underline{7}$
29	3,0723$\underline{2}$	59	3,8930$\underline{0}$	89	4,4647$\underline{5}$	119	4,91868
						120	4,93242
						121	4,9460$\underline{9}$
						122	4,9596$\underline{8}$
						123	4,97319
						124	4,98663
						125	5,00000

$$\sqrt[3]{\pi} = 1,46459$$

NB. Die unterstrichenen Ziffern sind aufgerundet.

Erläuterungen zur Wurzeltabelle.

1. Einleitung.

Das Wurzelverfahren nach der Formel

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

hat mehr theoretischen als praktischen Wert. Für die Anwendung zur Lösung geometrischer Aufgaben ist es zu umständlich und zeitraubend. Eine Tabelle der Kubikwurzeln der Zahlen von 1 bis 125 leistet in diesem Falle bessere Dienste und erweist sich für Schulzwecke als vollkommen genügend.

Es liegt in der Natur der Sache, daß die Aufgaben, die das Wurzelverfahren verlangen, einfache Zahlen aufweisen (zu einem gedachten Volumen sind die Dimensionen aufzusuchen). Daher sind gerade die Wurzeln aus großen Kubikzahlen (die Paradebeispiele des Wurzelverfahrens) in praktischen Beispielen selten, sozusagen unmöglich, während die irrationalen Wurzeln aus relativ kleinen Zahlen die Regel bilden.

Auch solche Zahlen, die größer als 125 sind, sowie Brüche können durch geeignete Umformungen in den Bereich der Tabelle gezogen werden. Diese Umformungen sind einfach und bieten für die Schüler der dritten Klasse keine großen Schwierigkeiten; sie sind vielleicht die einzige praktische Anwendung dessen, was sie aus der Potenz und Wurzellehre gelernt haben.

2. Umformung von Zahlen vor der Verwendung der Tabelle.

Wir wollen kurz die Sätze entwickeln, die für solche Umformungen in Betracht kommen.

$$(3 \,.\, 4)^3 = 3 \,.\, 4 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 3 \,.\, 4 = 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 4 \,.\, 4 = 3^3 \,.\, 4^3$$

Probe: $12^3 = 1728$ $\qquad$ $27 \,.\, 64 = 1728$

allgemein:

$$(a \,.\, b)^3 = a \,.\, b \,.\, a \,.\, b \,.\, a \,.\, b = a \,.\, a \,.\, a \,.\, b \,.\, b \,.\, b = a^3 \,.\, b^3$$

Ein Produkt wird in die dritte Potenz erhoben, indem man die einzelnen Faktoren in die dritte Potenz erhebt.

Hieraus ergibt sich die Umkehrung

$$\sqrt[3]{1728} = 12 \qquad \sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{27} \,.\, \sqrt[3]{64} = 3 \,.\, 4$$

allgemein:

$$\sqrt[3]{a \,.\, b} = \sqrt[3]{a} \,.\, \sqrt{b}$$

Aus einem Produkt zieht man die Kubikwurzel, indem man sie aus jedem Faktor zieht.

$$\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4^3}{5^3}$$

allgemein:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3}$$

Man erhebt einen Bruch in die dritte Potenz, indem man Zähler und Nenner in die dritte Potenz erhebt.

Durch Umkehrung erhalten wir den entsprechenden Wurzelsatz:

$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{4}{5}$$

allgemein:

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

Aus einem Bruch zieht man die dritte Wurzel, indem man sie aus Zähler und Nenner zieht.

Bei der *Zerlegung der Zahlen in Produkte* muß man in erster Linie darauf sehen, daß die Faktoren ganzzahlig werden. Wenn dies nicht möglich ist, empfiehlt sich eine Division durch Kubikzahlen (8, 27, 125, 1000).

Beispiele:

$$\sqrt[3]{7000} = \sqrt[3]{1000 \,.\, 7} = \sqrt[3]{1000} \,.\, \sqrt[3]{7} = 10\sqrt[3]{7}$$

$$\sqrt[3]{4500} = \sqrt[3]{45}\sqrt[3]{100} \text{ oder } \sqrt[3]{125} \,.\, \sqrt[3]{36}$$

$$\sqrt[3]{10000} = \sqrt[3]{1000} \,.\, \sqrt[3]{100} = 10 \,.\, \sqrt[3]{100}$$

$$\sqrt[3]{6743} = \sqrt[3]{8} \,.\, \sqrt[3]{8} \,.\, \sqrt[3]{105{,}35} \text{ oder } = \sqrt[3]{125} \,.\, \sqrt[3]{54} \quad (54 \text{ statt } 53{,}94)$$

$$\sqrt[3]{78532} = \sqrt[3]{729} \,.\, \sqrt[3]{108} \; (108 \text{ statt } 107{,}7) \text{ oder } = \sqrt[3]{1000} \,.\, \sqrt[3]{78{,}5}$$

usw.

Die *Wurzel aus einem Bruch* wird dadurch vereinfacht, daß man *erweitert*, bis der Nenner eine Kubikzahl ist.

$$\sqrt[3]{\frac{3}{4}} = \sqrt[3]{\frac{6}{8}} = \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{6}}{2}$$

$$\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{18}{27}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{3}$$

$$\sqrt[3]{5{,}3} = \sqrt[3]{\frac{5300}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{5300}}{10} = \frac{\sqrt[3]{53} \cdot \sqrt[3]{100}}{10}$$

usw.

3. Erreichbare Genauigkeit.

Für ganze Zahlen von 1 bis 125 gibt die Tabelle die Kubikwurzeln auf 5 Dezimalen genau. Wenn wir die Wurzel aus einem Produkt von zwei ganzzahligen Faktoren ziehen sollen, so liefert uns die Tabelle zwei Faktoren, die auf fünf Stellen genau sind. Weil aber die höchsten Stellen Einer sind, so wird das Produkt wenigstens auf 4 Dezimalen genau. Am wenigsten zuverlässig sind die Wurzeln aus Produkten, in denen ein Faktor gebrochen ist. ($6743 = 125 \cdot 53{,}94$.) Es ist hier vorteilhaft, den gebrochenen Faktor möglichst groß zu lassen; denn je größer die Zahlen sind, um so weniger unterscheiden sich die Tafeldifferenzen ihrer Wurzeln. Von 101 an unterscheiden sie sich nie mehr als um einen Tausendstel. Bei den letzten Zahlen der Tafel sind es nur noch sieben Zehntausendstel. Wir können deshalb im Bereich dieser Zahlen durch Interpolation eine Genauigkeit auf drei Dezimalen erreichen.

Beispiel: $\sqrt[3]{6743} = \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{105{,}35} = 4 \cdot \sqrt[3]{105{,}4}$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{105} &= 4{,}71769 \\ \sqrt[3]{106} &= 4{,}73262 \end{aligned} \quad \text{Differenz} = 1484 \quad \text{davon } \frac{4}{10} = 592$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{105{,}4} &= 4{,}72361 & & 4{,}723 \\ 4 \cdot \sqrt[3]{105{,}4} &= 18{,}89444 & \text{oder} \quad & 18{,}892 \end{aligned}$$

4. Aufgaben.

Aufgabe 1. Wie groß ist die Seite eines würfelförmigen Blechgefäßes, das 1 hl. fassen soll, zu machen?

Lösung: $1 \text{ hl} = 100 \text{ l} = 100 \text{ dm}^3$

$$s = \sqrt[3]{100} = \mathbf{4{,}64} \text{ dm}$$

Aufgabe 2. Ein Trog von prismatischer Form faßt 50 hl. Breite und Tiefe sind gleich, die Länge ist doppelt so groß als die Breite. Welches sind seine Dimensionen?

Lösung: Breite $= b$, Tiefe $= b$, Länge $= 2b$

$$\begin{aligned} J &= 2b^3 = 5000 \text{ l} = 5000 \text{ dm}^3 \\ b^3 &= 2500 \\ b &= \sqrt[3]{2500} = \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{20} \\ &= 5\sqrt[3]{20} = \mathbf{18{,}42} \text{ dm} \end{aligned}$$

Aufgabe 3. Ein zilindrisches Reservoir soll 1000 m³ fassen. Wie tief wird es, wenn der Durchmesser doppelt so groß als die Tiefe sein muß?

Lösung: $h = r$ $\quad J = r^3\pi = 1000$

$$r^3 = \frac{1000}{\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{1000}{\pi}} = \frac{10}{\sqrt[3]{\pi}} = \mathbf{6{,}828}\ \mathrm{m}$$

Aufgabe 4. Das bei Stuttgart verunglückte Luftschiff des Grafen Zeppelin faßte 15,000 m³ Gas. Wie groß müßte der Durchmesser eines kugelförmigen Ballons mit gleich großer Füllung sein?

Lösung: $\frac{4}{3} r^3\pi = 15000$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3\,.\,15000}{4\,.\,\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6\,.\,15000}{8\,.\,\pi}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{90000}}{\sqrt[3]{8}\,.\,\sqrt[3]{\pi}} = \frac{10\sqrt[3]{90}}{2\sqrt[3]{\pi}}$$

$$= \frac{5\,.\,4{,}4814}{1{,}46459} = 15{,}3$$

$$d = \mathbf{30{,}6}\ \mathrm{m}$$

Aufgabe 5. Ein Knabe will aus 1 kg. Blei eine Kugel gießen. Welchen Durchmesser muß er ihr geben? (Spez.-G. von Blei = 11.)

Lösung: $J = \frac{4}{3} r^3\pi = \frac{1000}{11}\ \mathrm{cm}^3$

$$r = \sqrt{\frac{1000\,.\,3}{11\,.\,4\,.\,\pi}} = 5\sqrt{\frac{6}{11\,.\,\pi}}$$

$$= \frac{5\,.\,1{,}81712}{2{,}22398\,.\,1{,}46459} = 2{,}789$$

$$d = \mathbf{5{,}58}\ \mathrm{cm}$$