Zeitschrift: Jahrbuch der Reallehrerkonferenz des Kantons Zürich

Herausgeber: Reallehrerkonferenz des Kantons Zürich

Band: - (1938)

Artikel: Aufgabe und Gestaltung des Unterrichts im Kopfrechnen : mit einem

methodischen Aufbau des Stoffes für das vierte bis sechste Schuljahr

Autor: Honegger, Robert / Bresin, Otto / Klauser, Walter

Kapitel: Der methodische Aufbau des Stoffes für das Kopfrechnen im vierten bis

sechsten Schuljahr

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-819621

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.12.2025

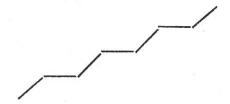
ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

B. DER METHODISCHE AUFBAU DES STOFFES FÜR DAS KOPFRECHNEN IM VIERTEN BIS SECHSTEN SCHULJAHR

von OTTO BRESIN, Dr. ROBERT HONEGGER und Dr. WALTER KLAUSER

I. Grundsätze für Aufbau und Anwendung des Stoffes.

Wie die tägliche Beobachtung in der Schule lehrt, und wie wissenschaftliche Untersuchungen (siehe u. a. G. F. Lipps: "Das Wirken" S. 61f). ergeben haben, entwickeln sich mit zunehmender Reife des Schülers Zahlengedächtnis und Rechenfertigkeit. Zur größeren geistigen Reife, zur müheloseren und besseren Merkfähigkeit gesellt sich der Umstand, daß sich bei den meisten Menschen im Laufe der Zeit künstliche Gedächtnishilfen bilden, die die Anschaulichkeit der Zahlvorstellungen und der Zahlbeziehungen heben und die entsprechenden Gedächtnisleistungen fördern. (Katz: "Psychologie und mathematischer Unterricht", Seemann: "Die Rechenfehler".) Der eine Rechner (visueller Typ, Eidetiker) sieht die geschriebenen Zifferbilder der Zahlen vor sich, ein anderer reproduziert die Zifferbilder auf kinästhetische Weise durch Bewegungen mit einem Finger oder mit dem Fuß. Die einen sehen die Zahlen am russischen Zählrahmen angeordnet, andere in Geraden von links nach rechts, wieder andere in aufwärts und waagrecht verlaufenden Diagrammen.



Das Zuzählen wird als ein Vorwärtsschreiten von links nach rechts oder von unten nach oben, das Wegzählen als ein Rückwärtsschreiten in der entgegengesetzten Richtung vorgestellt u. ä. Gelegentlich werden Zahlen mit bestimmten Farbenvorstellungen (1 schwarz, 5 blau, 9 dunkelrot) verknüpft. Natürliche Entwicklung, künstliche Gedächtnishilfen und Übung bewirken, daß das Auffassen von Zahlen und Rechnungsaufgaben von Schuljahr zu Schuljahr leichter fällt, und daß Behalten und Wiedergeben eher gewährleistet werden. Die Anforderungen dürfen daher von Klasse zu Klasse gesteigert werden.

Doch darf man sich durch die Entwicklung der geistigen Fähigkeiten und Fertigkeiten nicht verleiten lassen, immer größere Ansprüche an die Gedächtnisleistung zu stellen. Der Gedächtnisleistung, der Vorstellbarkeit von Zahlgrößen und dem Erfassen von Zahlbeziehungen werden durch die Beschränktheit des menschlichen Geistes Grenzen gesetzt. Bei größeren Zahlen

vermindern sich Veranschaulichungsmöglichkeit und Anschaulichkeit. Es ist eine erwiesene Tatsache, daß das Rechnen mit größeren Zahlen mit besonderen Schwierigkeiten verbunden ist; auch der geübte Erwachsene kann nur eine kleine Anzahl von gleichzeitig oder kurz aufeinander dargebotenen Zahlen im Kopf behalten.

Als Mittel zur Beurteilung des ungefähren Schwierigkeitsgrades einer Rechenaufgabe verwenden Lehrplan und Stoffprogramm für den Kanton Zürich die Anzahl und die Verteilung der Wertziffern (W-Z). Je mehr W-Z, desto schwieriger gestaltet sich in der Regel die Aufgabe. Mit der Größe des Zahlenraumes wächst die Möglichkeit der W-Z-Anzahl, wie aus nachstehender Übersicht hervorgeht, die das Zuzählen zweier Summanden berücksichtigt:

Zahlenreihe bis	Aufgabe	W-Z-Anzahl eines Postens	W-Z-Anzahl beider Posten
10	3 + 5	1	2
100	39 + 45	2	4
1000	562 + 349	3	6
10000	7213 + 1467	4	8
100000	43921 + 52746	5	10
1000000	312736 + 276543	6	12

Aus dieser Tatsache leiten wir den Grundsatz ab: Die Schwierigkeit einer Aufgabe wächst mit der Anzahl der W-Z.

Wenn im Stoffprogramm der 5. Klasse bestimmt ist, daß beim Zu- und Wegzählen in beiden Posten zusammen höchstens 6 W-Z vorkommen dürfen, muß diese Einschränkung auch für die 6. Klasse, ja selbst für die Ober- und die Sekundarschulstufe aufrecht erhalten werden. Auch für den Erwachsenen liegt hier die Grenze der Aufnahmefähigkeit. Die im Stoffprogramm berücksichtigten Höchstanforderungen können auch durch Übung nicht übersteigert werden, da sie durch die Natur des menschlichen Vorstellens und Denkens bedingt sind.

Nicht nur aus lebenspraktischen, sondern auch aus psychologischmethodischen Gründen erhebt sich daher die Forderung, das Rechnen innerhalb 1000 besonders zu pflegen.

Bei keinem Fache tritt der lückenlose, nach Grund und Folge festgefügte Aufbau so gebieterisch hervor wie beim Rechenunterricht, namentlich beim Kopfrechnen. Das Wesen der Zahl bringt es mit sich, daß der Aufbau leicht erkennbar ist, und daß Lücken im Stufengang sich rächen. Es sind daher die weiteren Grundsätze, die sich für den Aufbau ergeben, streng zu beachten.

Auch wenn im einzelnen eine scharfe Trennung nicht möglich ist, haben wir die Zahlauffassungsübungen von den eigentlichen Operationsaufgaben zu scheiden.

A. Die erste Gruppe (Übungen im Zahlaufbau, in der Zahlbildung) bietet für den methodischen Aufbau keine besonderen Schwierigkeiten; der Weg ist durch die fortschreitende Zahlenreihe aufgedeckt. Damit für den Anfang möglichst wenig Glieder, d. h. hier Stellenwerte, verändert werden müssen,

empfiehlt es sich, stets die größeren Stellenwerte zuerst einzuführen: 100, 200, 300 ... bis 1000; denn hier sind nur zehn Möglichkeiten vorhanden; dann 110, 120, 130, ... und erst zuletzt 101, 102, 103 ... Bei den Einern tun sich dem Schüler 900 neue Einzelfälle auf. Den Tausendern folgen also die Hunderter, nicht die Einer. Werden zwischen W-Z leere Stellen eingeschoben, erfolgt dieser Nullenschub von links nach rechts. Die Aufbauübungen sind nach folgenden Schwierigkeitsgraden durchzuführen:

7000 + 200	7500 + 2000	7000 + 2800
7000 + 20	7050 + 2000	7000 + 2080
7000 + 2	7005 + 2000	7000 + 2008

B. Bei den eigentlichen Rechenaufgaben handelt es sich um das Vollziehen einer Operation. Wir unterscheiden die grundlegenden Operationen (Zuzählen, Wegzählen, Vervielfachen, Messen und Teilen) von den abgeleiteten (Ergänzen, Vermindern, Zerlegen in Summanden, Zerlegen in Faktoren). In der vorliegenden Stoffsammlung beschränken wir uns auf die grundlegenden Operationen. Die Fülle der Beispiele erlaubt uns nicht, auch die abgeleiteten Operationen anzuführen. Wir wollen nicht alle Aufgaben, die nach Lehrplan und Stoffprogramm möglich sind, erwähnen, sondern nur auf die verschiedenen Arten hinweisen.

Bei der Division stößt man auf das Teilen und auf das Messen. Beim Teilen ist die Anzahl der Teile bekannt, gesucht wird die Größe eines Teiles. Beim Messen ist die Größe der Teile bekannt, gesucht wird die Anzahl der Teile. Aus den Vervielfachungsaufgaben und ihren Umkehrungen gewinnt der Schüler das zur Lösung der Teilungs- und Messungsaufgaben erforderliche Wissen um die multiplikativen Beziehungen. Aus der Vervielfachungsaufgabe 3×300 und deren Umkehrung $300 \times 3 = 900$ ergeben sich folgende Ableitungen:

a)
$$900:300=3$$
 b) $900:3=300$

und die Messungs- und Teilungsaufgaben

```
a_1) 900 m : 300 m = 3 x b_1) 900 m : 3 m = 300 x (Messen) a_2) 900 m : 3 0 = 3 m b_2) 900 m : 3 = 300 m (Teilen).
```

Im Kopfrechnen mit unbenannten Zahlen kommt der Unterschied zwischen Messen und Teilen nicht zum Ausdruck (900: 3, gesprochen: neunhundert durch drei).

Gemäß der Bestimmung für das 4. Schuljahr: Divisor einstellig, fallen für das systematische Üben die Aufgaben a_1 und a_2 außer Betracht. Diese Einschränkung soll jedoch die aus der Erweiterung des Zahlsystems sich ergebenden Zahlauffassungsübungen nicht ausschließen (10000: 1000 = 10).

Bei den Operationsaufgaben sind außerdem noch folgende Grundsätze zu beachten:

1. Gleiche Einheiten. Leicht sind die Aufgaben mit nur gleichen Stellen-Einheiten, auch im Ergebnis:

$$400 + 200 6000 - 5000$$

 $3 \times 2 8 : 4$

- 2. Veränderung von Einheiten.
- a) Anzahl der Veränderungen.

Keine wesentlichen Schwierigkeiten treten auf, wenn nur eine Einheit verändert werden muß

$$237 - 5$$
; $471 - 70$; 3×300 ; $6000 : 3$

Die Schwierigkeit wird gesteigert, wenn zwei, drei oder mehr Einheiten verändert werden müssen

$$634 + 27$$
; $4381 - 205$; 17×360 ; $2708 : 3$.

Der richtige Aufbau vollzieht sich in folgender Weise:

Wir sehen, daß auch bei den Operationsaufgaben neu auftretende Einheiten der Ausgangseinheit nahe zu stellen sind. Auch hier gilt die Regel: Das Einschieben der Nullen erfolgt nach dem Grundsatze: von links nach rechts. Das Zeichen O gibt an, wo in der Stoffsammlung dieser Weg einzuschlagen ist

Wir stützen uns bei diesem "Nullen-Einschub" auch auf die Tatsache, daß in der Regel die Zahlen besser im Gedächtnis haften, deren W-Z unmittelbar aufeinander folgen (7263) und nicht durch leere Stelleneinheiten, d. h. Nullen, voneinander geschieden werden (702063). Damit haben wir wieder einen Maßstab zur Beurteilung des Schwierigkeitsgrades einer Aufgabe gewonnen, es ist der Grundsatz der ununterbrochenen Folge der W-Z.

b) Beibehaltung oder Veränderung der Stelleneinheit.

Jedes Positionssystem weist folgende drei Schwierigkeitsstufen auf:

a) Rechnen innerhalb einer Stelleneinheit (z. B. der Einer, 7-2=5; der Zehner, 30+60=90);

- b) Erreichen¹ einer neuen Stelleneinheit, z.B. der Zehner durch die Einer, 8 + 2 = 10; der Tausender durch die Hunderter, 3600 + 400 = 4000;
- c) Rechnen mit Überschreiten der Stelleneinheiten, 7 + 5 = 12, 240 50 = 190.

Auf diese Schwierigkeitsgrade hat der Unterricht immer von neuem abzustellen, namentlich da, wo es sich um die Einführung einer neuen Rechenart handelt. In der Stoffsammlung weist das Zeichen \triangle [innerhalb, erreichen, überschreiten] auf diese Forderung hin.

Beim Teilen sieht das Stoffprogramm vor, daß ein Zerlegen in zwei (im Zahlenraum bis 1000 in drei) Teildividenden erfolgen dürfe. Die Aufgabe 4800:5 wird gelöst, indem 4800 in die beiden Teildividenden 4500 und 300 zerlegt wird. Die Aufgabe 738:6 erfordert eine erste Zerlegung in 600 + 138, hernach eine zweite Zerlegung in die beiden Teildividenden 120 + 18. Bei der Aufgabe 5203:8 ist nur eine einmalige Zerlegung in Teildividenden möglich: 4800 + 400. Die Zahl 403 zerfällt in den Dividenden 400 und den Rest 3. Die Aufgabe ist daher nach Stoffprogramm möglich. Schon die Aufgabe 5213:8 würde aber über das Stoffprogramm hinausführen. Der Lehrer hat auch in dieser Hinsicht bei der Stellung ähnlicher Aufgaben die Forderungen des Stoffprogrammes zu beachten.

Es zeigt sich nun, daß die hier aufgestellten Grundsätze, als Schwierigkeitsgrade betrachtet, einander gelegentlich überschneiden. Der mathematisch logische Aufbau entspricht nicht immer dem rechenmethodischen. Die Aufgabe 3000 + 1472 ist leichter als die Aufgabe 3400 + 2700, obschon die erste 5, die zweite nur 4W-Z besitzt. In den Grundsatz von der W-Z-Anzahl greift das Gesetz über die Anzahl der Veränderungseinheiten ein. Es bleibt dem Lehrer überlassen, im Einzelfalle zu entscheiden, welche Aufgaben an den Anfang zu stellen sind.

Die Beispiele in der vorliegenden Aufgabensammlung stellen keine geschlossenen methodischen Entwicklungsreihen dar. Es sind nur Einzelfälle aus der reichen Mannigfaltigkeit der Übungsmöglichkeiten herausgegriffen worden, um darzutun, welche Aufgaben gestellt werden können. Der methodische Aufbau ist insofern gewahrt, als wir neben vereinzelten Beispielen durch die angegebenen Zeichen auf die methodischen Grundsätze hinweisen, die zu befolgen sind. Diese "Gesetze" und Zeichen seien hier im Zusammenhang nochmals wiederholt:

- 1. Anzahl der W-Z
- 2. Ununterbrochene Folge der W-Z.
- 3. O Die Verteilung der Wertziffern und Füllziffern erfolgt nach dem Grundsatz: Einschieben der Nullen von links nach rechts, weil dadurch das Prinzip der ununterbrochenen Wertziffernfolge am besten gewahrt wird.
- Wir unterscheiden dieses methodische Prinzip des Erreichens ausdrücklich von den beiden abgeleiteten Operationen des Ergänzens und Verminderns. Die beiden letztern gestatten sowohl das Rechnen innerhalb einer Stelleneinheit, als auch das Erreichen und Überschreiten.

Beispiel:

357000	350700	305 070	305007
305 700	350070	300507	
300570	350007		
300057			

- 4. Anzahl der Veränderungen von Stelleneinheiten.
- 5. \triangle Zu- und Wegzählen ohne Erreichen, mit Erreichen und mit Überschreiten der dekadischen Einheit.

- 6. Zerlegung in Teildividenden.
- 7. * Die letzte Zerlegung hat keinen weitern Teildividenden, sondern nur einen Rest zur Folge, z. B.:

Die nachfolgende Stoffsammlung berücksichtigt nur das fixierende Rechnen. Die Aufgaben für das freie Rechnen liegen innerhalb dieser Anforderungen. Die Einschränkungen für das freie Rechnen sind aus dem der Stoffsammlung vorgedruckten zürcherischen Stoffprogramm ersichtlich.

II. Stoffprogramm und Stoffsammlung für das fixierende und das reine Kopfrechnen

- 4. Klasse
- A. Zu- und Wegzählen (Ergänzen, Vermindern und Zerlegen)

Fixierendes Rechnen

Reines Kopfrechnen.

- 4. Klasse, Im Zahlenraum bis 10000.
- (Die Aufgaben werden bleibend visuell wahrnehmbar dargeboten; ohne Aufschreiben der Zwischenergebnisse.)
- a) Zu- und Wegzählen 1- bis 4stelliger Zahlen, wobei beide Posten zusammen höchstens 5 Wert-Ziffern (W-Z) haben dürfen.
 - b) Bei mehr als 4W-Z dürfen nur dekadische Einheiten einer Art zu- oder weggezählt werden.
- Werden mehr als 2 Posten zu- oder weggezählt, so gelten für die aufeinanderfolgenden Teilaufgaben die Bestimmungen 1a und b.

(Die Aufgaben werden nur durch das Gehör aufgefaßt.)

- a) Zu- und Wegzählen 1- bis 4stelliger Zahlen, wobei beide Posten zusammen höchstens 4 Wert-Ziffern (W-Z) haben dürfen.
 - b) Bei 4 W-Z müssen in den einzelnen Posten die W-Z einander ununterbrochen folgen, also nicht: 7002 — 406.

Zuzählen

- I. im Zahlenraum bis 1000.
 - A. Wiederholung aus der 3. Klasse.

a)
$$438 + 1 = 439$$

 $438 + 2 = 440$
 $438 + 5 = 443$

b)
$$456 + 30 = 486$$

 $456 + 50 = 506$
 $456 + 90 = 546$

c)
$$456 + 300 = 756$$

B. Neuer Stoff.

a)
$$45 + 32 = 77$$

 $45 + 35 = 80$
 $45 + 37 = 82$

b)
$$250 + 32 = 282$$

 $250 + 52 = 302$
 $250 + 72 = 322$ \triangle

c)
$$570 + 309 = 879$$

d)
$$640 + 230 = 870$$

 $640 + 260 = 900$
 $640 + 290 = 930$ \triangle

e)
$$507 + 302 = 809$$

 $507 + 303 = 810$
 $507 + 309 = 816$

f)
$$304 + 62 = 366$$

 $304 + 66 = 370$
 $304 + 69 = 373$

II. im Zahlenraum bis 10000.

2 W-Z
$$S_1$$
 1 W-Z S_2 1 W-Z (S = Summand).

a)
$$3000 + 4000 = 7000$$

 $3000 + 7000 = 10000$

b)
$$3000 + 400 = 3400$$

 $3000 + 40 = 3040$
 $3000 + 4 = 3004$

3 W-Z S₁ 1 W-Z S₂ 2 W-Z

a)
$$2000 + 16 = 2016$$

 $2000 + 160 = 2160$
 $2000 + 1600 = 3600$
 $2000 + 106 = 3106$
 $2000 + 1060 = 3060$
 $2000 + 1006 = 3006$

S₁ 2 W-Z O S₂ 1 W-Z

b)
$$7200 + 2000 = 9200$$

 $7200 + 500 = 77.00$
 $7200 + 800 = 8000$
 $7200 + 900 = 8100$

c) 4600 + 90 = 46904600 + 8 = 4608

d)
$$2060 + 5 = 2065$$

 $2060 + 30 = 2090$
 $2060 + 40 = 2100$
 $2060 + 80 = 2140$
 $2060 + 300 = 2360$
 $2060 + 3000 = 5060$

```
e) 5007 + 2 = 5009

5007 + 3 = 5010

5007 + 6 = 5013

5007 + 30 = 5037

5007 + 400 = 5407

5007 + 4000 = 9007
```

4 W-Z S₁ 1 W-Z S₂ 3 WZO

```
a) 6000 + 244 = 6244

6000 + 2440 = 8440

6000 + 2044 = 8044

6000 + 2404 = 8404
```

S₁ 2 W-Z O S₂ 2 W-Z O

b)
$$4500 + 14 = 4514$$

 $4500 + 140 = 4640$
 $4500 + 1400 = 5900$
 $4500 + 1500 = 6000$
 $4500 + 1900 = 6400$
 $4500 + 104 = 4604$
 $4500 + 1040 = 5540$
 $4500 + 1004 = 5504$

c)
$$7050 + 22 = 7072$$

 $7050 + 52 = 7102$
 $7050 + 92 = 7142$
 $7050 + 220 = 7270$
 $7050 + 250 = 7300$
 $7050 + 270 = 7320$
 $7050 + 202 = 7252$
 $7050 + 2020 = 9070$
 $7050 + 2050 = 9100$
 $7050 + 2070 = 9120$
 $7050 + 2002 = 9052$
 $7050 + 2300 = 9350$

d)
$$5006 + 32 = 5038$$

 $5006 + 34 = 5040$
 $5006 + 39 = 5045$
 $5006 + 302 = 5308$
 $5006 + 304 = 5310$
 $5006 + 309 = 5315$
 $5006 + 3002 = 8008$
 $5006 + 3004 = 8010$
 $5006 + 3009 = 8015$

g)
$$6408 + 1 = 6409$$

 $6408 + 2 = 6410$
 $6408 + 7 = 6415$
 $6408 + 20 = 6428$
 $6408 + 2000 = 8408$
 $6408 + 2000 = 6608$
 $6408 + 600 = 7008$
 $6408 + 900 = 7308$

5 W-Z s. Stoffprogramm 1b

$$2745 + 3 = 2748
2745 + 5 = 2750
2745 + 9 = 2754
2745 + 40 = 2785
2745 + 60 = 2805
2745 + 80 = 2825
2745 + 200 = 2945
2745 + 300 = 3045
2745 + 600 = 3345
2745 + 7000 = 9745$$

s. Stoffprogramm 2

$$2400 + 980 = 3380$$

 $3380 + 700 = 4080$
 $4080 + 3040 = 7120$

Wegzählen

- I. im Zahlenraum bis 1000.
 - A. Wiederholung aus der 3. Klasse.

a)
$$438 - 1 = 437$$

 $438 - 8 = 430$
 $438 - 9 = 429$

b)
$$456 - 30 = 426$$

 $456 - 50 = 406$
 $456 - 90 = 366$

- c) 456 300 = 156
- B. Neuer Stoff.

a)
$$75 - 32 = 43$$

 $75 - 35 = 40$
 $75 - 39 = 36$

b)
$$250 - 32 = 218$$

 $250 - 52 = 198$
 $250 - 72 = 178$ \triangle

c)
$$570 - 309 = 261$$

d)
$$640 - 230 = 410$$

 $640 - 240 = 400$
 $640 - 290 = 350$

e)
$$506 - 302 = 204$$

 $506 - 306 = 200$
 $506 - 309 = 197$

f)
$$304 - 62 = 242$$

 $304 - 64 = 240$
 $304 - 67 = 237$ \triangle

II. im Zahlenraum bis 10000.

2 W-Z M 1 W-Z St 1 W-Z

M = Minuend St = Subtrahend

- a) 7000 4000 = 3000
 - 10000 4000 = 6000
- b) 3000 400 = 2600
 - 40 = 29603000 —
 - 3000 4 = 2996

3 W-Z M 1 W-Z St 2 W-Z O

- a) 2000 16 = 1984
- 2000 160 = 1840
 - 2000 1600 =400
 - 2000 106 = 1894
 - 2000 1060 =940
 - 2000 1006 =994

M 2 W-Z O St 1 W-Z

- b) 7700 2000 = 5700
 - 7700 500 = 7200
 - 7700 700 = 7000
 - 7700 900 = 6800
 - 7700 90 = 7610
 - 7700 9 = 7691
- c) 5060 5 = 5055
 - 5060 30 = 5030
 - 5060 60 = 5000
 - 80 = 49805060 —
 - 5060 300 = 4760
 - 5060 3000 = 2060
- 2 = 5005d) 5007 —
 - 7 = 50005007 —
 - 5007 9 = 4998
 - 5007 30 = 4977
 - 5007 300 = 4707
 - 5007 3000 = 2007

4 W-Z M 3 W-Z O St 1 W-Z

- - a) 7680 3 = 7677
 - 7680 30 = 7650
 - 80 = 76007680 —
 - 90 = 75907680 —

$$7680 - 3000 = 4680$$

b)
$$3047 - 5 = 3042$$

 $3047 - 7 = 3040$ \[\text{ \lambda}

$$3047 - 8 = 3039$$

$$3047 - 20 = 3027$$

$$3047 - 40 = 3007$$

$$3047 - 70 = 2977$$

$$3047 - 500 = 2547$$

$$3047 - 2000 = 1047$$

c)
$$6408 - 1 = 6407$$

 $6408 - 8 = 6400$ \triangle

$$6408 - 9 = 6399$$
 $6408 - 70 = 6338$

$$6408 - 70 = 6338$$
 $6408 - 200 = 6208$

$$6408 - 400 = 6008$$

$$6408 - 800 = 5608$$
 $6408 - 2000 = 4408$

M 2 W-Z O St 2 W-Z O

 \triangle

 \triangle

d)
$$8500 - 47 = 8453$$

$$8500 - 470 = 8030$$

$$8500 - 970 = 7530$$

$$8500 - 4400 = 4100$$

$$8500 - 4500 = 4000$$

$$8500 - 4900 = 3600$$

$$8500 - 407 = 8093$$

 $8500 - 507 = 7993$

$$8500 - 907 = 7593$$

$$8500 - 4070 = 4430$$

$$8500 - 4007 = 4493$$

e)
$$7050 - 2002 = 5048$$

$$7050 - 2200 = 4850$$

 $7050 - 22 = 7028$

$$7050 - 52 = 6998$$

$$7050 - 92 = 6958$$

$$7050 - 730 = 6320$$

$$7050 - 750 = 6300$$

$$7050 - 780 = 6270$$

$$7050 - 202 = 6848$$

s. Stoffprogramm 2.

$$9050 - 270 = 8780$$

 $8780 - 900 = 7880$
 $7880 - 4 = 7876$

Vervielfachen

Fixierendes Rechnen.

Reines Kopfrechnen.

4. Klasse. Multiplikator 1-stellig.

Multiplikand bis 4-stellig mit höchstens 3 W-Z; 3W-Z nur, wenn bloß eine dekadische Einheit überschritten wird. Multiplikand 2 W-Z.

Multiplikator 1-stellig.

- I. im Zahlenraum bis 1000.
 - 1. Multiplikand 1-stellig.

$$7 \times 6 = 42$$

2. Multiplikand 2-stellig

$$7 \times 60 = 420$$

 $7 \times 12 = 84 \text{ nur } \underline{1} \text{ Zehner}$
 $7 \times 63 = 441$

3. Multiplikand 3-stellig

```
2 × 300 = 600

2 × 140 = 280 ohne H.-Übertrag

4 × 150 = 600 reine H.-Übertrag

5 × 190 = 950 gemischte H.-Übertrag

3 × 208 = 624

2 × 236 = 472

4 × 128 = 512 nur der H. wird überschritten.
```

- II. im Zahlenraum bis 10000.
 - 1. Multiplikand 3-stellig

a) 1 W-Z
$$3 \times 800 = 2400$$

b) 2 W-Z $9 \times 140 = 1260 \text{ nur } \underline{1} \text{ H.}$
 $6 \times 340 = 2040$
 $7 \times 506 = 3542$

- 2. Multiplikand 4-stellig
 - a) 1 W-Z $3 \times 2000 = 6000$ b) 2 W-Z $6 \times 1400 = 8400$ nur 1 T. $4 \times 2300 = 9200$ $7 \times 1080 = 7560$ $3 \times 2009 = 6027$

Teilen und Messen

Aus den Vervielfachungsaufgaben und ihren Umkehrungen gewinnt der Schüler das für die Lösung der Messungs- und Teilungsaufgaben erforderliche Wissen um die multiplikativen Beziehungen.

Aus der Vervielfachungsaufgabe $3 \times 3000 = 9000$ und ihrer Umkehrung $3000 \times 3 = 9000$ ergeben sich demnach folgende Ableitungen:

a) 9000:3000=3b) 9000:3=3000

und die Messungs- und Teilungsaufgaben:

a₁) 9000 m : 3000 m = 3 mal b₁) 9000 m : 3 m = 3000 mal a₂) 9000 m : 3000 = 3 m b₂) 9000 m : 3 = 3000 m

Gemäß der Bestimmung des Lehrplans für das 4. Schuljahr: "Divisor 1-stellig" fallen für das systematische Üben die Aufgaben a, a_1 und a_2 außer Betracht.

Diese Einschränkung soll die aus der Erweiterung des Zahlenraums sich ergebenden Zahlauffassungsübungen nicht ausschließen (z. B. 10000 : 1000 = 10).

Fixierendes Rechnen.

4. Klasse. Divisor einstellig.

Teilen und Messen bis 4-stelliger Zahlen mit höchstens 3 W-Z durch Grundzahlen, sofern nur eine Zerlegung in Teildividenden nötig wird. Für die hiebei erforderlichen Subtraktionen gelten die für die 4. Klasse aufgestellten Bestimmungen über das Wegzählen.

Reines Kopfrechnen.

Wie beim fixierenden Rechnen, jedoch mit höchstens 2 W-Z im Dividenden.

Divisor 1-stellig

- I. im Zahlenraum bis 1000
 - a) Dividend 1 W-Z
 - a) ohne Zerlegung (Zlg) 900:3 = 300400:8 = 50
 - β) 1 ZIg 700:5 = 140 200:8 = 25200:9 = 22*
 - b) Dividend 2 W-Z
 - α) ohne ZIg. 240 : 3 = 80 304 : 5 = 60₄*
 - β) 1 ZIg. 96: 6 = 16 85: 7 = 12₁* 270: 5 = 54 490: 8 = 61₂* 409: 8 = 51₁*
 - c) Dividend 3 W-Z

 1 Zlg.

 252:3 = 84

 723:4 = 180₃*

- II. im Zahlenraum von 1000 -10000.
 - a) Dividend 1 W-Z
 - α) ohne Zlg.8000 : 4 = 20004000 : 8 = 500
 - β) 1 Zlg. 8000 : 5 = 1600
 - b) Dividend 2 W-Z.
 - α) ohne ZIg. 3600 : 9 = 400
 - β) 1 ZIg. 9600: 3 = 3200 3090: 3 = 1030 8200: 4 = 10504008: 4 = 1002

Zerlegung einfach, weil Teildividenden reine dekadische Einheiten.

6400:4=1600

Teildividend gemischte dekadische Einheiten.

 $7040:7 = 1005_5*$

- c) Dividend 3 W-Z
 - 1 Zlg.

7280:7=1040

6021:3=2007

 $9203:4=2300_3*$

 $5203:8 = 650_3*$

^{*} d. h. die 2. Zerlegung hat keinen Teildividenden zur Folge.

Zuzählen

Fixierendes Rechnen.

- 5. Klasse. Im Zahlenraum bis 100000.
- a) Zu- und Wegzählen 1- bis 5stelliger Zahlen, wobei beide Posten zusammen höchstens
 6 W-Z enthalten dürfen.
 - b) Bei mehr als 5 W-Z dürfen nur dekadische Einheiten einer Art zu- oder weggezählt werden.

- Reines Kopfrechnen.
- Zu- und Wegzählen 1- bis 5-stelliger Zahlen, wobei beide Posten zusammen höchstens 4 W-Z enthalten dürfen.

- 2. Wie 4. Kl. 2.
 - I. Im Zahlenraum bis 1000

a)
$$247 + 42 = 289$$

 $247 + 43 = 290$
 $247 + 49 = 296$
 \triangle nur auf die E. bezüglich

b)
$$247 + 62 = 309$$

 $247 + 82 = 329$
 \triangle nur auf die Z. bezüglich

c)
$$247 + 53 = 300$$

 $247 + 63 = 310$
 $247 + 74 = 321$
 \triangle auf die E. und Z. bezüglich

d)
$$368 + 401 = 769$$

 $368 + 402 = 770$
 $368 + 407 = 775$

e)
$$368 + 420 = 788$$

 $368 + 440 = 808$
 $368 + 490 = 858$

Umkehrungen

$$b_1$$
) $42 + 267 = 309$ $A2 + 287 = 329$

II. im Zahlenraum bis 10000

$$5 \text{ W-Z } S_1 1 \text{ W-Z } S_2 4 \text{ W-Z}$$

$$2000 + 3587 = 5587$$

$$S_1 2 W-Z \bigcirc S_2 3 W-Z \bigcirc$$

$$5600 + 484 = 6084 \triangle$$

$$2400 + 3970 = 6370 \triangle$$

 $3700 + 2035 = 5735$

$$5600 + 2609 = 8209 \triangle$$

$$5060 + 237 = 5297 \triangle$$

$$5060 + 943 = 6003 \triangle$$

$$5060 + 2380 = 7440 \triangle$$

$$5060 + 2032 = 7092 \triangle$$

 $5060 + 2302 = 7362$

$$5006 + 243 = 5249 \triangle$$

$$5006 + 2320 = 7326$$

$$5006 + 2034 = 7040 \triangle$$

$$5006 + 2307 = 7313 \triangle$$

```
30000 + 4000 = 34000
             S_1 3 W-Z \bigcirc S_2 2 W-Z \bigcirc
                                                    30000 + 20000 = 50000
        6480 + 12 = 6492 \triangle
                                                    30000 + 70000 = 100000
        6480 + 220 = 6700 \triangle
        6480 + 650 = 7130 \triangle
                                               3 \text{ W-Z } S_1 2 \text{ W-Z} \bigcirc S_2 1 \text{ W-Z}
        6480 + 950 = 7430 \triangle
                                           Umkehrung S<sub>1</sub> 1 W-Z S<sub>2</sub> 2 W-ZO
        △ auf Z. und H. bezüglich
                                                    36000 + 2 = 36002
        6480 + 2900 = 9380 \triangle
                                                    36000 +
                                                                 20 = 36020
        6480 + 2020 = 8500 \triangle
                                                                200 = 36200
                                                    36000 +
        6480 + 2006 = 8486
                                                    36000 + 2000 = 38000
                  13 = 3070 \triangle
        3057 十
                                                    36000 + 4000 = 40000 \} \triangle
        3057 + 48 = 3105 \triangle
                                                    36000 + 7000 = 43000
        △ nur auf die E. bezüglich
                                                    36000 + 20000 = 56000
        3057 + 52 = 3109 \triangle
        △ nur auf die Z. bezüglich
                                                    30600 +
                                                                200 = 30800
        3057 + 78 = 3135 \triangle
                                                    30600 +
                                                                400 = 31000 \} \triangle
        △ auf die E. und Z. bezüglich
                                                    30600 +
                                                                700 = 31300
        3057 + 120 = 3177 \triangle
        3057 + 103 = 3160 \triangle
                                                                 20 = 30080
                                                    30060 +
        3057 + 2400 = 5457
                                                                 40 = 30100 \} \triangle
                                                    30060 +
        3057 + 2070 = 5127 \land
                                                                 70 = 30130
                                                    30060 +
        3057 + 2003 = 5060 \triangle
                                                    30060 + 2000 = 32060
        3507 + 42 = 3549 \triangle
                                                                  2 = 30008
                                                    30006 +
        3507 + 510 = 4017 \triangle
                                                    30006 +
                                                                   4 = 30010 \} \triangle
        3507 + 406 = 3913 \triangle
                                                                   7 = 30013
                                                    30006 +
        3507 + 506 = 4013 \triangle
        △ Z. überschritten. T. erreicht
                                                    30006 + 20000 = 50006
        3507 + 806 = 4313 \triangle
        △ Z. und T. überschritten
                                                4 W-Z S<sub>1</sub> 3 W-Z O S<sub>2</sub> 1 W-Z
        3507 + 4500 = 8007 \triangle
                                           Umkehrung S<sub>1</sub> 1 W-Z S<sub>2</sub> 3 W-Z O
        3507 + 4030 = 7537
                                                                 7 = 32507
                                                    32500 +
        3507 + 4006 = 7513 \triangle
                                                                 70 = 32570
                                                    32500 +
              S<sub>1</sub> 4 W-Z S<sub>2</sub> 1 W-Z
                                                    32500 +
                                                                200 = 32700
                                                    32500 +
                                                                500 = 33000 \} \triangle
        6485 +
                    3 = 6488 \land
                                                    32500 +
                                                                700 = 33200
        6485 + 20 = 6505 \triangle
                                                    32500 + 6000 = 38500
        6485 + 900 = 7385 \wedge
                                                    32500 + 8000 = 40500 \} \triangle
        6485 + 2000 = 8485
                                                    32500 + 9000 = 41500
                                                    32500 + 60000 = 92500
III. im Zahlenraum bis 100000.
    1a 2 W-Z S<sub>1</sub> 1 W-Z S<sub>2</sub> 1 W-Z
                                                    30250 +
                                                                  50 = 30300 \triangle
                       4 = 30004
         30000 +
                                                    30250 +
                                                                900 = 31150 \triangle
         30000 +
                     40 = 30040
                                                    30250 + 4000 = 34250
                    400 = 30400
         30000 +
```

```
30025 +
           5 = 30030 \triangle
                                       Änderungsmöglichkeiten für S<sub>1</sub>:
             60 = 30085
                                            34000 + S<sub>2</sub> nach den glei-
30025 +
30025 +
             80 = 30105
                                            30400 +
                                                         chen Grundsät-
                           \triangle
                                            30040 +
                                                         zen wie oben
30025 +
             90 = 30115
                                            30004 +
30025 + 50000 = 80025
                                       5 W-Z S<sub>1</sub> 4 W-Z O S<sub>2</sub> 1 W-Z
32050 +
             20 = 32070 \triangle
                                   Umkehrung S<sub>1</sub> 1 W-Z S<sub>1</sub> 4 W-Z O
                                            34560 +
                                                          2 = 34562
32050 + 8000 = 40050 \triangle
                                            34560 +
                                                         80 = 34640 \triangle
                                            34560 +
                                                        500 = 35060 \triangle
32005 +
              7 = 32012 \triangle
                                            34560 + 3000 = 37560 \triangle
                                            34560 + 50000 = 84560
32005 +
          9000 = 41005 \triangle
                                            34056 +
                                                          4 = 34060 \triangle
30205 +
              5 = 30210 \triangle
                                            34056 +
                                                         30 = 34086 \land
                                            34056 +
                                                        200 = 34256
            600 = 30805 \triangle
30205 +
                                            34056 + 9000 = 43056 \triangle
                                            34056 + 50000 = 84056
30205 + 60000 = 90205
                                        Änderungsmöglichkeiten für S<sub>1</sub>:
                                                      S<sub>2</sub> nach den glei-
                                            34560 +
    S_1 2 W-Z \bigcirc S_2 2 W-Z \bigcirc
                                            30456 + chen Grundsätzen
                                            34056 + wie oben
34000 +
             22 = 34022
34000 +
            220 = 34220 \bigcirc
                                            34506 +
                                                S_1 3 W-Z \bigcirc S_2 2 W-Z \bigcirc
34000 + 6200 = 40200 \triangle
                                   Umkehrung S<sub>1</sub> 2 W-Z O S<sub>2</sub> 3 W-Z O
34000 + 8020 = 42020 \triangle
                                            34500 +
                                                        27 = 34527
                                            34500 +
                                                        570 = 35070 \land
34000 + 2002 = 36002 \triangle
                                                        807 = 35307 \triangle
                                            34500 +
                                            34500 + 3200 = 37700 \land
34000 + 28000 = 62000 \triangle
                                            △ nur auf die H. bezüglich
34000 + 20008 = 54008
                                            34500 + 6500 = 41000 \land
                                            △ auf die H. bezüglich; Zt. erreichen
30400 +
                                            34500 + 8800 = 43300 \triangle
            650 = 31050 \triangle
                                            △ a. d. H. bezügl.; Zt. überschreiten
30400 +
            805 = 31205 \triangle
                                            34500 + 3020 = 37520 \land
30400 + 2500 = 32900 \triangle
                                            34500 + 6002 = 40502 \triangle
                                            34500 + 18000 = 52500 \triangle
30400 + 2050 = 32450 \bigcirc
                                            34500 + 10500 = 45000 \triangle
                                            34500 + 10003 = 44503
30400 + 20600 = 51000 \triangle
30400 + 20006 = 50406
                                            30045 +
                                                         15 = 30060 \land
```

```
34005 + 20007 = 54012 \land
30045 + 62 = 30107 \triangle
           97 = 30142 \triangle
30045 +
30045 +
           310 = 30355 \triangle
                                     Änderungsmöglichkeiten für S<sub>1</sub>:
           305 = 30350 \triangle
30045 +
                                         34500 +
                                                    S<sub>2</sub> nach den glei-
30045 + 3100 = 33145
                                         30450 +
                                                    chen Grundsätzen
30045 + 3090 = 33135 \triangle
                                         30045 +
                                                    wie oben
30045 + 3005 = 33050 \triangle
                                         34050 +
30045 + 31000 = 61045
                                         34005 +
30045 + 30100 = 60145
                                         30405 +
30045 + 30090 = 60135 \triangle
30045 + 30002 = 60047 \triangle
                                     1 b
34005 +
            32 = 34037 \triangle
                                     6 W-Z S<sub>1</sub> 5 W-Z S<sub>2</sub> 1 W-Z
           320 = 34325
34005 +
                                         43578 +
                                                       1 = 43579
           305 = 34310 \triangle
34005 +
                                         43578 +
                                                       2 = 43580
34005 + 9200 = 43205 \triangle
                                         43578 +
                                                       5 = 43583
34005 + 6020 = 40025 \triangle
                                         43578 +
                                                      20 = 43598
34005 + 3002 = 37007 \triangle
                                         43578 +
                                                      30 = 43608
                                                                     \triangle
△ nur auf die E. bezüglich
                                         43578 +
                                                     90 = 43668
34005 + 6005 = 40010 \land
                                                     200 = 43778
                                         43578 +
△ auf die E. bezüglich; Zt. erreichen
                                         43578 +
                                                     500 = 44078
                                                                     \triangle
34005 + 9007 = 43012 \land
                                                     800 = 44378
                                         43578 +
△ a. d. E. bezügl.; Zt. überschreiten
                                         43578 + 5000 = 48578
34005 + 23000 = 57005 \triangle
                                         43578 + 7000 = 50578
                                                                     \triangle
34005 + 20900 = 54905
                                         43578 + 9000 = 52578
34005 + 20090 = 54095
                                         43578 + 40000 = 83578
```

2. wie 4. Kl. 2

Wegzählen

- O hinsichtlich Minuend (M) und Subtrahend (St) zu beachten.
- △ hinsichtlich St zu beachten. (Siehe vollständige Zusammenstellung 4. Kl.)

1. a)
$$2 \text{ W-Z}$$
 M 1 W-Z St 1 W-Z
 $60\,000 - 20\,000 = 40\,000$ $85\,000 - 80\,00 = 77\,000 \triangle$ $85\,000 - 80\,00 = 77\,000 \triangle$ $80\,000 - 80\,00 = 60\,000$ $80\,000 - 80\,00 = 60\,000$

$$15000 - 48 = 14952$$
 $54000 - 37000 = 17000 \triangle$
 $170003 - 9040 = 60963$

M 3 W-Z ○ St 2 W-Z ○ 56400 — 3200 = 53200 △△ 80970 — 45 = 80925 △ 21008 — 430 = 20578

1. b) 6 W-Z M 5 W-Z
$$\bigcirc$$
 St 1 W-Z
62385 — 2 = 62383 \triangle
62385 — 80 = 62305 \triangle
62385 — 500 = 61885 \triangle
62385 — 2000 = 60385 \triangle
62385 — 60000 = 2385

2. Wie 4. Kl. 2.

$$42300 - 6500 = 35800$$

 $35800 - 19000 = 16800$
 $16800 - 507 = 16293$
 $16293 - 900 = 15393$

Vervielfachen

Fixierendes Rechnen.

5. Klasse

- 1. Multiplikator 1-stellig.
 - a) Multiplikand bis 5-stellig; mit höchstens 2 W-Z, sofern das Produkt 1000 überschreitet.
 - b) Höchstens 3 W-Z, sofern das Produkt innerhalb 1000 liegt.
- 2. Multiplikator reine Zehnerzahl. Multiplikand 2 W-Z.
- 3. Multiplikator gemischte Zehnerzahl.
 - a) Multiplikand 1- bis 4-stellig mit
 1 W-Z.
 - b) Multiplikator zwischen 11—39: Multiplikand 11, 12, 15, 24 oder 25.

Reines Kopfrechnen.

Multiplikand bis 5-stellig mit 1—2 W-Z.

2. Multiplikator reine Zehnerzahl b. 50. Multiplikand 2 W-Z.

Multiplikand Grundzahl oder reine Zehner

- I. Im Zahlenraum bis 1000 wie 4. Kl.
- II. Im Zahlenraum bis 100000.
 - 1. Multiplikator 1-stellig

$$3 \times 20000 = 60000$$

$$4 \times 8000 = 32000$$

$$5 \times 19000 = 95000$$

$$5 \times 10900 = 54500$$
 \bigcirc im

$$5 \times 10090 = 50450$$
 Mpd.

$$5 \times 10009 = 50045$$

$$7 \times 8400 = 58800$$

$$8 \times 6008 = 48064$$
 Mpd.

- 2. Multiplikator reine Zehnerzahl
 - a) bis 1000

$$20 \times 40 = 800$$

 $30 \times 67 = 2010$

b) bis 10000

$$20 \times 300 = 6000$$

$$40 \times 230 = 9200$$

$$60 \times 109 = 6540$$

c) bis 100000

$$30 \times 2000 = 60000$$

$$50 \times 2000 = 100000$$

$$20 \times 4700 = 94000$$

$$20 \times 4070 = 81400 \} \bigcirc \text{ im}$$

$$20 \times 4007 = 80140$$
 Mpd.

a) Multiplikand 1- bis 4-stellig mit 1 W-Z

$$47 \times 3 = 141$$

$$47 \times 30 = 1410$$

$$47 \times 300 = 14100$$

$$28 \times 3000 = 84000$$

b) Multiplikator zwischen 11 bis 39:

$$11, 12, 13 \dots 39 \times 11; 12; 15;$$

24; 25. (Aufgaben hinsichtlich der Anforderungen ans Gedächtnis nicht zu schwie-

Teilen und Messen

Fixierendens Rechnen.

5. Klasse.

- 1. Divisor einstellig
 - a) Teilen bis 5-stelliger Zahlen mit höchstens 4 W-Z durch Grundzahlen, sofern nur eine Zerlegung in Teildividenden nötig wird.

Für die hiebei erforderlichen Subtraktionen gelten die für die 5. Klasse aufgestellten Bestimmungen über das Wegzählen.

- b) Im Zahlenraum bis 1000 können auch Aufgaben gestellt werden, deren Lösung 2 Zerlegungen in Teildividenden erfordert.
- 2. Divisor reine Zehnerzahl.

... (gleich wie 1 a), jedoch .. mit höchstens 3 W-Z ...

3. Divisor gemischte Zehnerzahl.

... wie 1 a, jedoch ... bis 5-stelliger Zahlen mit höchstens 3 W-Z, nur durch 11, 12, 15, 24, 25, sofern ...

Reines Kopfrechnen.

... mit höchstens 3 W-Z ...

- ... mit höchstens 2 W-Z ...
- ... mit höchstens 2 W-Z ...

- 1. Divisor einstellig
 - A. Dividend bis 5-stellig, höchstens 1 Zerlegung
 - a) Dividend 1 W-Z
 - a) ohne Zerlegung 80000: 4 = 20000 30000: 6 = 5000
 - β) 1 Zlg. 90000: 6 = 15000 20000: 8 = 2500
 - b) Dividend 2 W-Z
 - α) ohne ZIg 36000: 9 = 4000 40007: 8 = 50007*

- β) 1 ZIg

 72000 : 3 = 24000

 52000 : 8 = 6500

 40200 : 5 = 8040

 40020 : 5 = 8004
- c) Dividend 3 W-Z

1 Zlg 24800 : 4 = 6200 24080 : 4 = 6020 24008 : 4 = 6002 40204 : 5 = 8040₄*

d) Dividend 4 W-Z

1 Zlg 6321 : 7 = 903

```
930,*
           6512:7 =
           72480:
                   = 8
                        9060
                        9006
           72048:
                   = 8
                        90063*
           72051:8=
  B. Im Zahlenraum bis 1000, 2 Zer-
     legungen
             685:5=
                          135
             538 : 4 =
                          134,*
2. Divisor reine Zehnerzahl
     a) Dividend 1 W-Z
        \alpha) ohne ZIg
              80:40=
                            2
             800:40=
                           20
                          200
            8000:40=
           80000:40 =
                         2000
           40000:50 =
                          800
        \beta) 1 ZIg
             600:50 =
                           12
            6000:50 =
                          120
           60000:50 =
                         1200
          100000 : 40 =
                         2500
     b) Dividend 2 W-Z
        a) ohne Zig
             320:40=
                            8
            3200:40 =
                           80
           32000:40 =
                          800
           90008:30 =
                         30008*
           40030:50 =
                          800 30*
        \beta) 1 Zlg
             990:30 =
                           33
            9900:30 =
                          330
           99000:30 =
                         3300
           98000:70 =
                         1400
           82000:40 =
                         2050
           80200:40 =
                         2005
           90030:50 =
                         180030
           70001:20 =
                         3500, ] *
     c) Dividend 3 W-Z
            1120:70 =
                           16
           11200:70 =
                          160
             964:60 ==
                           164
            9640:60 =
                          16040
                          1604
            9604:60 =
           96004:60 =
                         16004
```

- 3. Divisor gemischte Zehnerzahl: 11, 12, 15, 24, 25.
 - a) Dividend 1 W-Z
 - α) ohne Zig

60: 12 = 5 600: 12 = 50 6000: 12 = 500 60000: 12 = 5000 90000: 15 = 6000 100000: 25 = 4000

 β) 1 ZIg 30000: 12 = 2500 60000: 24 = 250080000: 25 = 3200

- b) Dividend 2 W-Z
 - α) ohne Zlg

33:11 = 3 330:11=30 3300:11 =300 33000:11 =3000 23:11 == 2,* 230:11=20 10* 48:12=4 480:12=40 4800:12=400 48000:12 =4000 60007:12 =50007* 75000:15=5000 60009:15 =4000°* 96000:24 =4000 $75\,000:25=$ 3000 10001:25 =400,*

 β) 1 Zlg 30800:11 =2800 460:11 =419* 60600:12=5050 54000:12=4500 93000:15 =6200 7600:15 =50610* 84000:24 =3500 60009:24 =2500°*

> $85\,000:25 = 3400$ $50\,080:25 = 2003_5*$

c) Dividend 3 W-Z

 α) ohne Zig 33009:11 = 3000。* 48010 : 12 = 400010* 13500:15=900 5000₈* 75008:15=19200:24 =800 96020 : 24 == 400 20* 22500:25=900 75008 : 25 = 3000。*

 β) 1 Zlg

51700 : 11 = 4700 33040 : 11 = 3003,* 82800 : 12 = 6900 54005 : 12 = 4500₅ 52500 : 15 = 3500 60607:15 =4040,* 26400:24=1100 60017:24 =250017* 15500:25 =620

320019*

Zuzählen

Fixierendes Rechnen.

Reines Kopfrechnen.

- 6. Klasse. Im Zahlenraum bis 1000000.
- a) Zu- und Wegzählen 1- bis 6stelliger Zahlen, wobei beide Posten zusammen höchstens 6 W-Z enthalten dürfen.
 - b) Bei 6 W-Z müssen in den einzelnen Posten die W-Z einander ununterbrochen folgen.

1. a) 2 W-Z S₁ 1 W-Z S₂ 1 W-Z

 a) Zu- und Wegzählen 1- bis 6stelliger Zahlen, wobei beide Posten zusammen höchstens 5 W-Z enthalten dürfen.

80019:25 =

b) 5 W-Z nur im Zahlenraum bis 1000.

2. Wie 4. Kl. 2.

```
500000 +
                    2 = 500002
     500000 +
                   20 = 500020
                  200 = 500200
     500000 +
     500000 + 2000 = 502000
     500000 + 20000 = 520000
     500000 + 200000 = 700000
     300000 + 700000 = 1000000
     3 \text{ W-Z } S_1 2 \text{ W-Z} \bigcirc S_2 1 \text{ W-Z}
Umkehrung S<sub>1</sub> 1 W-Z S<sub>2</sub> 2 W-Z O
     240000 +
                    5 = 240005
                   50 = 240050
     240000 +
                  500 = 240500
     240000 +
     240000 + 5000 = 245000
     240000 + 50000 = 290000
     240000 + 60000 = 300000
                                   \triangle
     240000 + 80000 = 320000
     240000 + 500000 = 740000
```

```
5000 = 209000
     204000 +
                6000 = 210000
     204000 +
                8000 = 212000
     204000 +
                 500 = 200900
     200400 +
                 600 = 201000
     200400 +
                 800 = 201200
     200400 +
     4 W-Z S<sub>1</sub> 3 W-Z O S<sub>2</sub> 1 W-Z
Umkehrung S<sub>1</sub> 1 W-Z S<sub>2</sub> 3 W-Z O
                   2 = 357002
     357000 +
                  20 = 357020
     357000 +
                 200 = 357200
     357000 +
     357000 + 2000 = 359000
     357000 +
                3000 = 360000
     357000 +
                9000 = 366000
```

357000 + 20000 = 377000

```
357000 + 50000 = 407000
                                                305706+
                                                             200 = 305906
                                                305706 +
      357000 + 70000 = 427000
                                                             300 = 306006
                                                             600 = 306306
      357000 + 200000 = 557000
                                                305 706 +
                                                            3000 = 308706
                                                305 706 +
      Änderungsmöglichkeiten für S<sub>1</sub>:
                                                305706 +
                                                            5000 = 310706
                                                305706 +
      305700 +
                  S. nach dem glei-
                                                            7000 = 312706
                  chen Grundsätzen
      300570 +
                  wie oben
      300057 +
      350700 +
                                                        S_13W-Z \bigcirc S_22W-Z \bigcirc
      350070 +
                                          Umkehrung S<sub>1</sub> 2 W-Z O S<sub>2</sub> 3 W-Z O
      350007 +
      305070 +
                                             \bigcirc 305070+
                                                              24 = 305094
      300507 +
                                                305070 +
                                                              32 = 305102
                                                                               \wedge
      305007 +
                                                305070 +
                                                              56 = 305126
                                                             410 = 305480
                                                305070 +
     4 W-Z S<sub>1</sub>2 W-Z O S<sub>2</sub>2 W-Z O
                                                             430 = 305500 \} \triangle
                                                305070 +
                    35 = 430035
      430000 +
                                                305070 +
                                                             490 = 305560
                  350 = 430350 ○
      430000 +
      430000 + 3500 = 433500 \bigcirc
                                                305070 + 2090 = 307160 \land
     430000 + 35000 = 465000
                                                △ nur auf die Z bezüglich
      430000 + 75000 = 505000
                                     \circ
                                                305070 + 5030 = 310100 \land
     430000 + 95000 = 525000
                                                Erreichen des Zt; △ auf die Z bezüglich
     430000 + 350000 = 780000
                                     0
     430000 + 370000 = 800000
                                                            9020 = 314090 \land
                                                305 070 +
                                     \triangle
      430000 + 390000 = 820000
                                                Uberschreiten des Zt; △ auf die Z be-
                                                züglich
      403000 +
                                                305070 +
                                                            7004 = 312074 \triangle \bigcirc
                3500 = 406500
      403000 +
      403000 +
                7500 = 410500
                                                300507 +
                                                              63 = 300570 \land
      403000 +
                 9500 = 412500
                                                             301 = 300808 \triangle
                                                300507 +
      403000 + 305000 = 708000
                                                             503 = 301010 \triangle
                                                300507 +
                                     0
      403000 + 307000 = 710000
                                                300507 +
                                                             806 = 301313 \triangle
      403000 + 309000 = 712000
      5 \text{ W-Z } S_1 4 \text{ W-Z} \bigcirc S_2 1 \text{ W-Z}
                                          1. b) 6 W-Z S<sub>1</sub> 5 W-Z O S<sub>2</sub> 1 W-Z
Umkehrung S<sub>1</sub> 1 W-Z S<sub>2</sub> 4 W-Z O
   \bigcirc 357600 +
                                          Umkehrung S<sub>1</sub> 1 W-Z S<sub>2</sub> 5 W-Z O
      Beispiele aus der mit obigem
                                                               7 = 465237
                                                465230 +
S<sub>1</sub> beginnenden Reihe:
                                                465230 +
                                                              70 = 465300 \triangle
                     3 = 305709
                                                465230 +
      305706 +
                                                             700 = 465930
                                                             800 = 466030 \} \triangle
      305 706 +
                     4 = 305710
                                   \triangle \leq
                                                465230+
                     8 = 305714
      305706 +
                                                465230 +
                                                             900 = 466130
      305706 +
                    90 = 305796
```

$$S_1 4 W-Z \bigcirc S_2 2 W-Z \bigcirc$$

Umkehrung $S_1 2 W-Z \bigcirc S_2 4 W-Z \bigcirc$
 $576400 + 35000 = 611400 \triangle \bigcirc$

| | | |

 $5764 + 230 = 5994 \triangle$

Aufgaben hinsichtlich der Anforderungen an das Gedächtnis nicht zu schwierig; nur eine dekadische Einheit überschreiten. Bei schwierigeren Aufgaben dürfen auch Teilergebnisse aufgeschrieben werden.

$$S_1 3 \text{ W-Z} \bigcirc S_2 3 \text{ W-Z} \bigcirc$$
 $672000 + 15900 = 687900 \triangle$
 $| | | | |$
 $53600 + 9280 = 62880 \triangle$
 $| | | | |$
 $358 + 471 = 829 \triangle$
 $| | | |$
 $9370 + 918 = 10288 \triangle$

2. Wie 4. Kl. 2

ununterbrochene Folge, darum 6 W-Z gestattet

unterbrochene Folge, darum höchstens 5 W-Z gestattet

$$849700 + 130000 = 979700$$

4 W-Z 2 W-Z

ununterbrochene Folge, darum 6 W-Z gestattet

Wegzählen

- O hinsichtlich Minuend (M) und Subtrahend (St) zu beachten;
- △ hinsichtlich Subtrahend zu beachten (siehe vollständige Zusammenstellung 4. Kl.).

```
M 2 W-Z O St 2 W-Z O
                                        1000000 - 254700 = 745300
                27 = 700023 \triangle
     700050—
                                    1 b) 6 W-Z. Einschränkung siehe
    508000 - 3080 = 502920 \triangle
                                        Stoffprogramm 6. Kl. 1b.
                                                M 5 W-Z O St 1 W-Z
    340000 - 36000 = 304000 \triangle
                                         254980—
                                                     90 = 254890 \land
                                                    600 = 85941 \triangle
                                          86541—
             M 1 W-Z St 3 W-Z O
   1000000-
               528 = 999472
                                         945720 - 300000 = 645720
                                                 M 4 W-Z O St 2 W-Z O
   1000000 - 60240 = 939760
     600000 - 258000 = 342000
                                           5637 - 460 = 5177 \triangle
                                          68430 - 210 = 68220 \triangle
     5 W-Z M 4 W-Z O St 1 W-Z
                                         723500 - 8200 = 715300 \triangle
     504052 - 40 = 504012 \triangle
     907360 - 500 = 906860 \triangle
                                                M3W-Z O St3W-Z O
     468300 - 2000 = 466300 \triangle
                                         467000 - 125 = 466875
            M3W-Z \bigcirc St2W-Z \bigcirc
                                            712—
                                                    241 =
                                                              471
                37 = 800019 \land
     800056—
                                          25800 - 17400 =
                                                             8400 ^
      4630 — 2800 =
                        1830 \
     342000 - 24000 = 318000 \triangle
                                                M2W-ZOSt4W-ZO
            M2W-Z O St3W-Z O
                                           4500-1746 = 2754 \triangle
                                          69000 - 2456 = 66544 \triangle
                385 = 719615
     720000—
      3060 - 2780 =
                         280 \
                                         740000 - 528400 = 211600 \triangle
     400007 - 220080 = 179927
                                                 M 1 W-Z St 5 W-Z O
            M 1 W-Z St 4 W-Z O
                                          80000 - 63451 = 16549
      5000 - 2367 = 2633
                                         200000 - 125450 = 74550
      60000 - 30475 = 29525
                                        1000000 - 658320 = 341680
2.368900 - 68000 = 300900
  4 W-Z
          2 W-Z
                   300\,900 - 70\,900 = 230\,000
                   2 W-Z 2 W-Z
  ununterbrochene
  Folge, darum 6
                    unterbrochene Folge, darum höchstens 5 W-Z ge-
  W-Z gestattet.
                    stattet.
  230000 - 25470 = 204530
  2 W-Z 4 W-Z
                    204530 - 9000 = 195530
                    4 W-Z 1 W-Z
  ununterbrochene
  Folge, darum 6
                    unterbrochene Folge, darum höchstens 5 W-Z ge-
  W-Z gestattet.
                    stattet.
```

Vervielfachen

Fixierendes Rechnen.

Reines Kopfrechnen.

- 6. Klasse.
- 1. Multiplikator 1-stellig
 Multiplikand bis 6-stellig mit:
 - a) höchstens 2 W-Z, sofern das Produkt 1000 überschreitet;

b) 3 W-Z, sofern das Produkt innerhalb 1000 liegt. Multiplikand 2 W-Z.

Multiplikator reine Zehnerzahl
 Multiplikand bis 5-stellig mit 1-2
 W-Z.

Multiplikand 1-2 W-Z.

- 3. Multiplikator gemischte Zehnerzahl
 - a) Multiplikator beliebig
 Multiplikand bis 5-stellig mit
 1 W-Z.

Multiplikand 1 W-Z.

 b) Multiplikator zwischen 11—39
 Multiplikand das 11-, 12-, 15-,
 24- oder 25-fache dekadischer Einheiten.

Multiplikand 11, 12, 15, 24 oder 25.

4. Multiplikator reine Hunderterzahl Multiplikand 1—4-stellig mit 1—2 W-Z.

Multiplikand bis 100 mit 1-2 W-Z, darüber 1 W-Z.

 Multiplikator mit Zehnern oder Einern gemischte Hunderterzahl Multiplikand 1 W-Z.

Multiplikand Grund- oder reine Zehnerzahl.

- 1. Multiplikator 1-stellig
 - a) Multiplikand höchstens 2 W-Z

 $2 \times 500000 = 1000000$ $3 \times 240000 = 720000$ $5 \times 104000 = 520000$ $6 \times 100400 = 602400$ $6 \times 100040 = 600240$ $3 \times 200004 = 600012$ 2. Multiplikator reine Zehnerzahl

 $20 \times 50000 = 1000000$ $30 \times 26000 = 780000$ $30 \times 20600 = 618000$ $30 \times 20060 = 601800$ $30 \times 20006 = 600180$

- b) Multiplikand 3 W-Z, wie 4. und 5. Klasse
- 3. Multiplikator gemischte Zehnerzahl

a) Multiplikator beliebig $36 \times 20000 = 720000$ $19 \times 40000 = 760000$ b) Multiplikator zwischen 11-39 13 × 110, 1100, 11000 28×120 , 1200, 12000

 36×150 , 1500, 15000

 17×240 , 2400, 24000

 39×250 , 2500, 25000

4. Multiplikator reine Hunderterzahl

6000 = 600000100 × 300 × 2000 = 600000400 × 1700 = 680000400 × 1070 = 4280001007 = 402800400 × 980 = 196000200 × 200 × 908 = 181600

55 = 33000

5. Multiplikator mit Zehnern oder Einern gemischte Hunderterzahl

> 870 × 7 = 6090 940 × 60 =56400 760 × 500 = 3800003000 = 870000290 × 570 × 1000 = 570000903 × = 8 7224 70 = 35630509 × 600 = 424800 $708 \times$ 2000 = 608000304 ×

In den Fällen, da die Ausrechnung größere Schwierigkeiten bereitet, dürfen die Teilergebnisse aufgeschrieben werden.

Teilen und Messen

Fixierendes Rechnen.

- 6. Klasse
- 1. Divisor 1-stellig

600 ×

a) Teilen bis 6-stelliger Zahlen mit höchstens 4 W-Z durch Grundzahlen, sofern nur eine Zerlegung in Teildividenden nötig wird.

Für die hiebei erforderlichen Subtraktionen gelten die für die 6. Klasse aufgestellten Bestimmungen über das Wegzählen.

- b) ... wie 5. Kl. 1b.
- 2. Divisor reine Zehnerzahl ... wie 6. Kl. 1a, jedoch ... mit höchstens 3 W-Z ...
- 3. Divisor gemischte Zehnerzahl ... wie 6. Kl. 1a, jedoch ... mit höchstens 3 W-Z, nur durch 11, 12. 15, 24, 25 . . .

Reines Kopfrechnen.

... mit höchstens 3 W-Z ...

... mit höchstens 2 W-Z ...

... mit höchstens 2 W-Z ...

- 4. Divisor reine Hunderterzahl
 Dividend 1 oder 2 W-Z, reine Tausenderzahl.
- 5. Divisor 110, 120, 150, 240 oder 250 Dividend Einer-, Zehner- oder Hunderter-Vielfaches des Divisors.

1. Divisor 1-stellig

- A. Dividend bis 6-stellig, höchstens 1 Zerlegung
 - a) Dividend 1 W-Z
 - α) ohne Zerlegung
 800000: 4 = 200000
 900000: 3 = 300000
 400000: 5 = 80000
 - β) 1 ZIg. 700000:5 = 140000
 - b) Dividend 2 W-Z
 - α) ohne ZIg. $420\,000: 7 = 60\,000$ $600\,001: 3 = 200\,000_{1}*$ $800\,003: 4 = 200\,000_{3}*$
 - $\beta) \ 1 \ \mathsf{Zlg.} \\ \begin{cases} 520000: \ 4 = 130000 \\ 402000: \ 2 = 201000 \\ 600900: \ 3 = 200300 \\ 500010: \ 5 = 100002 \\ 900009: \ 3 = 300003 \\ 900010: \ 3 = 300003_1* \\ 800030: \ 4 = 200007_2* \end{cases}$
 - c) Dividend 3 W-Z
 - $\begin{array}{l}
 1 \text{ ZIg.} \\
 424000: \quad 4 = 106000 \\
 501500: \quad 5 = 100300 \\
 700490: \quad 7 = 100070 \\
 600054: \quad 6 = 100009 \\
 600011: \quad 3 = 200003_2 *
 \end{array}$
 - d) Dividend 4 W-Z

1 Zlg. 634900: 7 = 90700 250402: 5 = 50080₂ *

- B. ... wie 5. Kl. 1b.
- 2. Divisor reine Zehnerzahl
 - a) Dividend 1 W-Z
 - α) ohne ZIg. 600000: 30 = 20000 400000: 50 = 8000 900000: 30 = 30000
 - β) 1 ZIg. 1100000: 40 = 25000 900000: 60 = 15000
 - b) Dividend 2 W-Z
 - α) ohne ZIg. $\begin{cases}
 490000: 70 = 7000 \\
 900020: 30 = 30000_{20}* \\
 800007: 40 = 20000_{7}*
 \end{cases}$
 - β) 1 ZIg. $\begin{cases} 990000: 30 = 33000 \\ 400800: 20 = 20040 \\ 600009: 40 = 15000_9 * \\ 900040: 50 = 18000_{40}* \end{cases}$
 - c) Dividend 3 W-Z
 - a) ohne ZIg. $600011: 30 = 20000_{11}*$ $800037: 40 = 20000_{37}*$
 - eta) 1 ZIg. $\begin{cases}
 621000: 30 = 20700 \\
 602100: 30 = 20070 \\
 600210: 30 = 20007 \\
 870009: 30 = 29000_9 * \\
 804030: 40 = 20100_{30}*
 \end{cases}$

3. Divisor gemischte Zehnerzahl: 11, 12, 15, 24, 25 a) Dividend 1 W-Z c) ohne Zlg. 600000: 12 =50000 600000: 15 =40000 500000: 25 =20000 1000000: 25 =40000 β) 1 Zlg. 900000: 12 =75000 700000: 25 =28000 b) Dividend 2 W-Z a) ohne Zig. 770000: 11 =70000 840000: 12 =70000 50000₂ * 600000: 12 =450000: 15 = 30000 900010: 15 = 6000010 * 720000: 24 =30000 750000: 25 =30000 500008: 25 =20000₈ * β) 1 Zlg. 308000: 11 =28000 420000: 12 = 35000 600040: 12 =500034 * 390000: 15 =26000 309000: 15 =20600 $300\,900: 15 =$ 20060 300090: 15 =20006 300100: 15 =2000610 * 504000: 24 =21000 600003: 24 =25000₃ * 501000: 25 = 20040 700008: 25 =28000₈ * c) Dividend 3 W-Z α) ohne Zlg. 440008: 11 =400008 * 840010: 12 =7000010 * 135000: 15 =9000 450009: 15 =30000 * 216000: 24 =9000

120007: 24 =

175000: 25 ==

500013: 25 =

5000, *

7000

2000013 *

- β) 1 Zlg. 693000: 11 =63000 770090: 11 = 700082 * 828000: 12 = 69000 420005: 12 = 350005 * $525\,000: 15 =$ 35000 309008: 15 =20600₈ * 864000: 24 =36000 504010: 24 =2100010 * 145000: 25 =5800 500109: 25 =200040 * 4. Divisor reine Hunderterzahl a) Dividend 1 W-Z α) ohne Zig. 600:300 =2 6000:300 =20 60000:300 =200 600000:300 =2000 1000000:200 =5000 6000:500 =12
 - β) 1 ZIg. 60000:500 =120 600000:500 =1200 900000:600 =1500
 - b) Dividend 2 W-Z α) ohne Zig.
 - 7200:800 =9 72000:800 =90 720000:800 =900 800300:400 =2000300*
 - β) 1 ZIg 920000:400 =2300 600020:500 =120020 *
- 5. Divisor 110, 120, 150, 240, 250. Dividend Einer-, Zehner- oder Hunderter-Vielfaches des Divisors

```
990:110 =
                   9
 9900:110 =
                  90
99000:110 =
                 900
36000:120 =
                 300
75000:150 =
                 500
96000:240 =
                 400
 1750:250 =
                   7
100000:250 =
                 400
```

Rechnen mit zweifach benannten Zahlen

Die Bestimmungen über das Rechnen mit unbenannten ganzen Zahlen sind sinngemäß auch auf das Rechnen mit zweifach benannten Zahlen anzuwenden (auch in der einsortigen Schreibweise der 5. Klasse): Summe der Wertziffern beider Glieder gleich der vorgeschriebenen Wertziffernanzahl.

Rechnen mit Brüchen

a) mit gewöhnlichen Brüchen

Die Bestimmungen über das Rechnen mit ganzen Zahlen sind sinngemäß auch auf das Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen anzuwenden. Beim Rechnen mit Ganzen und Brüchen kommen bei der Bestimmung der Wertziffernanzahl Ganze und Zähler in Betracht.

$$34^{3}/_{5} + 8^{4}/_{5} = 43^{2}/_{5}$$
 $3 W-Z 2 W-Z$
 $8^{5}/_{20} - 3^{17}/_{20} = 4^{3}/_{20} = 4^{2}/_{5}$
 $2 W-Z 3 W-Z$
 $9 \times 8^{11}/_{15} = 78^{9}/_{15} = 78^{3}/_{5}$
 $3 W-Z$
 $63^{6}/_{8} : 30 = 2^{1}/_{8}$
 $3 W-Z$

b) mit Dezimalbrüchen.

Das Dezimalbruchrechnen ist seinem Wesen nach ein Rechnen nach Stellenwerten. Die Anwendung des Dezimalbruches beim Kopfrechnen kommt daher nur in beschränktem Umfang in Betracht: Einer bis Tausendstel, Zehner bis Hundertstel, Hunderter bis Zehntel.

Die Beispiele für das Rechnen mit ganzen Zahlen können ohne weiteres, mit Einsetzen von Komma, auch für das Dezimalbruchrechnen verwendet werden.