

| | |
|---------------------|--|
| Zeitschrift: | Zeitschrift für schweizerische Archäologie und Kunstgeschichte = Revue suisse d'art et d'archéologie = Rivista svizzera d'arte e d'archeologia = Journal of Swiss archeology and art history |
| Herausgeber: | Schweizerisches Nationalmuseum |
| Band: | 77 (2020) |
| Heft: | 4 |
| Artikel: | Quelques mesures du Plan de Saint-Gall et de la Chapelle palatine (Aachen) examinées dans leur contexte métrologique |
| Autor: | Reguin, Olivier |
| DOI: | https://doi.org/10.5169/seals-914040 |

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Quelques mesures du Plan de Saint-Gall et de la Chapelle palatine (Aachen) examinées dans leur contexte métrologique

par OLIVIER REGUIN

Alors que les mesures de l'Antiquité classique sont étudiées depuis la Renaissance,¹ et celles de l'Égypte et de l'Orient depuis le xvii^e siècle,² il a fallu attendre que le mépris voué au Moyen Âge occidental s'efface peu à peu dans le courant du xix^e siècle pour voir apparaître un intérêt envers son activité économique³ et envers ses réalisations architecturales,⁴ intérêt justifiant une étude des mesures qui les avaient gouvernées. Pourtant, quant à cette période, une partie de la recherche (ou une tendance en tout chercheur) semble toujours partir de prémisses fondées sur les idées d'ignorance (on ne savait ni mesurer précisément ni bien calculer) ou de cloisonnement (les mesures étaient régionales, voire locales).⁵ Au contraire, dans l'optique choisie ici, une métrologie historique bien comprise doit relier toute mesure au continuum civilisationnel qui interdit d'y changer quoi que ce soit.⁶ Il s'agit alors de tracer les contours du possible dans ce domaine à l'époque considérée, le tournant du viii^e au ix^e siècle, celle de l'édification de la fameuse Chapelle palatine d'Aachen, suivie de peu par la confection du non moins fameux Plan de Saint-Gall, en profitant de leur contemporanéité et des nombreux travaux que ces deux monuments ont suscités. Le présent article se limite à des considérations métrologiques sur leur implantation – prévue, dans un cas ; réalisée, dans l'autre.

Le contexte métrologique

Les mesures employées durant le haut Moyen Âge s'appuient sur un substrat antique. Pour le percevoir, il s'agit de considérer l'héritage de deux systèmes parallèles : les mesures anciennes « babyloniques » et les mesures hellénistiques réformées.⁷ En simplifiant à l'extrême : suivant Hérodote, la coudée « royale » d'origine babylonienne se divise, pour les Grecs, en 27 doigts, et l'ordinaire, ses 8/9 – il est essentiel de relever et d'intégrer de tels rapports, simples mais irréfragables –, en 24 doigts. C'est de cette coudée ordinaire dont découle le pied de 16 doigts qui en est les deux tiers et qui fut utilisé en Grèce (pied solo-nique), puis à Rome (pied monétal, qui fut divisé en 12 pouces de 4/3 de doigt) –⁸ alors que c'est de la coudée royale que découle, pour ses 2/3 comme il se doit, le pied de 18 doigts utilisé en Grèce et dit plus tard drusien.⁹ Cependant, selon Didyme, une réforme voulue par

les Ptolémée d'Égypte produisit une nouvelle coudée « royale », allongée, de 1 $\frac{4}{5}$ du pied de type romain plutôt que de 1 $\frac{1}{2}$ pied (9/5 plutôt que 3/2 : le rapport est donc de 6 pour 5 entre ces coudées). Selon Héron d'Alexandrie qui se réfère à Philétaire de Pergame, cette réforme n'accordait plus que 13 $\frac{1}{3}$ doigts de la nouvelle coudée divisée en 24 doigts nouveaux au pied *italikos* – qui est le pied romain puisque $16 \div 6/5 = 13 \frac{1}{5}$. Pied ptolémaïque et pied philétaire sont donc identiques et leur rapport avec le pied de type romain sera également de 6/5. Le pied ainsi allongé prendra au Moyen Âge le qualificatif de « manuel ».¹⁰ La nouvelle coudée hellénistique royale a suscité la création d'une coudée ordinaire pour ses 8/9 selon le même rapport que précédemment, et de là, d'un pied en proportion qui vaut $(6/5 \times 8/9) = 16/15$ du pied de type romain : ce sera le pied ordinaire byzantin.

Alors que les mesures de la Rome antique découlent du système dit ici babylonien ancien, Byzance a utilisé les mesures hellénistiques réformées. J'ai pu montrer que la prééminence de Byzance a fait adopter ses mesures ordinaires en Occident en matière agraire dès le haut Moyen Âge.¹¹ Cela peut être le cas pour l'architecture byzantine en Italie, qui présente une continuité culturelle avec des monuments romains tardo-antiques.¹² Voici un tableau présentant les systèmes décrits (Tab. 1). Les valeurs transcris en métrique reprennent des données généralement admises pour la fin de l'Antiquité.¹³ Les rapports mathématiques simples reliant entre elles les cases du tableau sont d'ailleurs plus importants que les dixièmes de millimètres. On voit aussi que les systèmes se compénètrent : les pieds romain et drusien du système ancien peuvent être considérés comme pieds réduits du système réformé. D'autres rapports encore peuvent s'établir en conséquence ; seuls quelques-uns seront utiles ici.

À gauche, le pied réduit du système ancien aligne 15 doigts. Les métrologues admettent parfois, en marge du système romain déjà, l'existence de ce pied plus court que le pied officiel, dit osque, du nom d'un peuple italique.¹⁴ Si son usage reste hypothétique pour l'Antiquité, il va s'avérer qu'il a joué un rôle important dans le problème abordé ici : le pied de 15 doigts est prescrit dans la *Glose* ordinaire du *Décret* de Gratien pour mesurer les terrains réservés autour des églises.¹⁵ J'observe de plus que la *canna d'ara* (canne d'autel) de la Rome pontificale, donnée pour 9 « palmes sacrés » de 5 pouces romains¹⁶, soit $(9 \times 5 \times 4/3) =$

Tableau I. Le double héritage métrologique de l'Antiquité tardive respecte la proportionnalité des mesures romaines (anciennes) et byzantines (réformées)

| | Système «babylonien» ancien employé à Rome | | | $\times 16/15 =$ → | Système hellénistique réformé employé à Byzance | | |
|--------------------|--|---------------------|-----------|-----------------------|---|---------------------|-----------|
| Variante → Unité ↓ | Royal | $\times 8/9 =$ ↓ | Ordinaire | $\times 6/5 =$ ↓ | Royal | $\times 8/9 =$ ↓ | Ordinaire |
| Coudée | | | 0,441 6 m | | | | 0,471 m |
| $\times 2/3 =$ | | | | | | | |
| Pied | 0,331 2 m | | 0,294 4 m | | 0,353 28 m | | 0,314 m |
| $\times 3/4 =$ | | | | | | | |
| Empan | 0,248 4 m | | 0,220 8 m | | 0,264 96 m | | 0,235 5 m |
| $\times 5/4 =$ | | | | | | | |
| Pied réduit | | | 0,276 m | | 0,331 2 m | | 0,294 4 m |

60 doigts, alignait 4 pieds de 15 doigts. Comme la distance d'immunité autour des églises est souvent mentionnée sous le nom de *dextri* et qu'un dextre est à l'origine un instrument d'arpentage formé de deux cannes articulées,¹⁷ on peut poser l'hypothèse d'un dextre ou *passus ecclesiasticus* formé de 2 *canne d'ara*, c'est-à-dire de 8 pieds de 15 doigts, soit 120 doigts. Ceux-ci composeraient aussi bien, et c'est révélateur, les 10 empans du pied de 16 doigts de la *canna architettonica* restée en vigueur jusqu'en 1870, la plus caractéristique des mesures de la Rome pontificale.¹⁸ Luca Peto, un érudit de la Renaissance des mieux informés, la présente de manière détaillée, la nommant aussi *passus senatus*.¹⁹ Elle est également importante à l'échelle du monde, rétrospectivement, puisqu'elle a été l'étalon du dernier pied de roi, lui-même à la base du calcul du mètre.²⁰

Partant de cette schématisation – en fait, il s'agit des fondements de règles qui ont tenu plus de mille ans –, tel est le contexte métrologique : dans un ordre croissant quant à leur dimension, on trouve donc le pied ecclésiastique de 15 doigts (0,276 m) ; le pied romain de 16 doigts (0,294 4 m) ; le pied byzantin à ses 16/15 (0,314 m) ; le pied drusien de 18 doigts (0,331 2 m) ; et le pied manuel aux 16/15 de ce dernier (0,353 28 m). La proportionnalité de ces unités de mesure permet de les employer conjointement, en divisant différemment une longueur modulaire (canne, perche, toise). Empans et coudées peuvent bien sûr s'intégrer à tout calcul, mais il n'y aura pas lieu de les invoquer dans les deux cas traités. Dans cette optique, il n'existe pas d'autres mesures fondamentales à la fin du VIII^e siècle. Analyser les dimensions de monuments de cette époque exige donc d'y rechercher l'un des pieds décrits – car les mesures obéissent à la règle – et non pas de déduire des unités de mesure autres, qui seraient seulement régionales, ou de supposer l'emploi de mesures en réalité plus tardivement attestées.²¹

Le Plan de Saint-Gall

Le célèbre Plan de l'abbaye de Saint-Gall, tracé sur un panneau fait de parchemins cousus et qui provient, selon la recherche, du *scriptorium* de l'abbaye de Reichenau où il aurait été confectionné vers 820 pour l'abbé Gotzbert, est un monument en lui-même.²² Il est aussi le seul plan au sens strict du terme, c'est-à-dire une représentation planimétrique précise, établie selon une certaine échelle, et en partie cotée, qui nous soit parvenu de cette époque ; il ne se compare à rien de semblable pour plusieurs siècles antérieurs ou postérieurs, du moins en Occident. Ce plan a fait et fait encore l'objet de très nombreuses recherches portant sur beaucoup de ses aspects,²³ en particulier celui de la représentation d'un monastère et d'un cadre de vie monastique idéaux.²⁴ Le plan aurait ainsi une fonction programmatique dans le sens qu'il prévoit l'application de décisions et matérialise des injonctions faisant écho aux mutations qui interviennent justement au sein du monachisme à cette époque. La question demeure cependant de savoir si ce plan avait un objectif utilitaire. Sans parler de plan d'exécution, on peut avancer qu'il permet de «voir» un projet mûri à l'avance. Peut-on alors imaginer, sans trop de distorsion, que des autorités aient débattu préalablement de besoins précis quant à l'érection du monastère, qu'elles aient chargé un ou plusieurs spécialistes d'exécuter son merveilleux dessin, puis fait jalonner d'après lui le terrain d'un futur complexe monastique ? Sans laisser notre imagination vagabonder trop loin, il semble possible d'envisager que le Plan de Saint-Gall constitue une représentation topographique aboutie.

Acquis et écueils de la recherche

De nombreux chercheurs se sont penchés sur les cotes du Plan de l'abbaye indiquées en pieds, ce qui a soulevé beaucoup de questions – celle d'une église tracée à 300 pieds de

| Auteur | Pieds | Échelles | Rétraction |
|------------------|---|-------------------|------------|
| Reinle, 1964 | 0,34 m ; 0,292 à 0,297 m ; un peu plus de 0,3 m | 1 : 200 | |
| Puttfarken, 1968 | 0,339 8 m | 1 : 144 | |
| Kottmann, 1971 | 0,338 7 m | 1 : 160 | |
| Hugot, 1978 | 0,308 5 m | 1 : 168 | 8% |
| Horn&Born, 1979 | 0,320 675 m <i>et plus</i> | 1 : 192 | < 5% |
| Hecht, 1983 | 0,343 2 m | 1 : 192 | 5,51% |
| Jacobsen, 1992 | 0,325 m | 1 : 160 – 1 : 170 | |
| Sennhauser, 2001 | 0,297 m | | |
| Huber, 2002 | 0,296 2 m | 1 : 160 | 0% |
| Stachura, 2004 | 0,311 4 m | 1 : 144 | 0% |

Tableau 2. Propositions divergentes de pieds, d'échelles et de rétraction du parchemin avancées par la recherche pour le Plan de Saint-Gall.

longueur mais cotée par une inscription à 200 pieds, en particulier²⁵ et ils ont analysé les dimensions des bâtiments mis en place. Ils ont également tenté de savoir si la mesure d'un pied était décelable et si une échelle de représentation cohérente pouvait avoir présidé au traçage du plan. D'importants problèmes sont alors apparus, auxquels ils ont répondu de façons très diverses (Tab. 2).²⁶

Aucun de ces pieds très différents n'appartient à la métrologie décrite pour le haut Moyen Âge. Ils en divergent de façon peu satisfaisante, même compte tenu de l'échelle de représentation avancée pour chacun et qui pose également problème. Ainsi Reinle, Puttfarken et Kottmann proposaient tous trois un pied de l'ordre de 0,34 m, mais à des échelles assez éloignées, ce qui s'explique mal. Notons que Reinle, à la suite de Poeschel, a émis l'hypothèse de l'usage de plusieurs pieds.²⁷ Cette hypothèse, reprise différemment, va s'avérer féconde. Visiblement, Hugot (en 1978 seulement) choisit d'abord un pied avant de déterminer son échelle. Jacobsen, tout en connaissant la résolution d'échelle de Horn & Born assumée aussi par K. Hecht (1 : 192) et qui est un peu par hasard la seule admissible (voir plus loin), mentionne 1 : 200, échelle proposée par Reinle, et hésite entre 1 : 170 et 1 : 160 ; il se rallie à un pied de ~ 0,325 m qui serait régional. Horn & Born avaient proposé un pied de 0,320 675 m, tout en admettant qu'une rétraction du parchemin jusqu'à 5 % dans chacune de ses dimensions pourrait, si on la compensait, étendre ce pied à 0,336 m et plus. K. Hecht aboutit ainsi au plus grand pied proposé, de 0,343 2 m, calculant une rétraction de 5,51 %.²⁸ L'archéologue Sennhauser voit la possibilité de l'usage d'un pied de type romain (excessif à 0,297 m) en incluant l'épaisseur des murs dans sa reconstitution de l'église. Huber propose un pied romain fort long à 0,296 2 m couplé avec une échelle de 1 : 160, ce qui

induit pour lui que le parchemin ne s'est pas rétracté. Stachura établit un pied à 0,311 4 m et une échelle à 1 : 144 au moyen d'un modèle mathématique construit sur une lecture très particulière des inscriptions du plan.²⁹ Or, on ne peut établir une échelle métrique décimale sur quelque pied que ce soit ni des pieds «sur mesure» pour expliquer une énigme archéologique.

Le repère d'où Horn & Born sont partis est l'ouverture laissée entre les colonnes de la nef dans sa largeur et indiquée sur le plan, de 40 pieds ; à cette mesure, la longueur observable de la nef est de 220 pieds : au moyen d'un instrument gradué en pieds anglo-américains actuels,³⁰ ils ont mesuré cette longueur pour 231 à 232 sixièmes de pouces. En supposant que le pied du plan était simplement plus grand dans cette proportion (231,5/220) que l'actuel et qu'il se divisait de la même façon, ils définissaient sa dimension à ~ 0,320 675. Et *ipso facto* – puisque 220 pieds étaient représentés par 220 sixièmes de pouces ainsi agrandis –, ils trouvaient une échelle à 1 pour 192 – puisque $1 \div (16 \times 12) = 1 : 192$ – égaleraient un pied sur le terrain, pour le dire en d'autres termes.³¹ La grille établie par ces auteurs en mailles carrées de 40 pieds de côté (la largeur de la nef prise comme module et comme période³²) paraît convaincante. De là, Horn & Born ont construit et reproduit grandeur nature dans leur ouvrage une règle qui aurait pu être celle du dessinateur du ix^e siècle, divisant le pied déduit du Plan de l'abbaye dans son état actuel en 192 traits ; ceux-ci, gradués à ~ 1,67 mm, permettraient donc de reporter un seul de leurs pieds sur le plan. Mais, observant avec K. Hecht que le plan ne semblait pas comporter d'objet de moins de 2 ½ de ces pieds ou qui ne soit pas un multiple de ce module minimum, ils ont gradué une seconde règle à 2 ½ sixièmes, soit 5 trente-deuxièmes de leurs pouces (~ 4,175 mm), la présentant comme instrument pratique.

C'est ici que la question se complique, car ce module n'est pas une division de leur pied, qui en comporterait $76^{\frac{4}{5}}$. Le Plan de l'abbaye mesurerait curieusement $3\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2}$ pieds pour en représenter 640×480 . K. Hecht voit un plan à la même échelle mais de 625×430 pieds ; de plus, les dimensions des bâtiments établies par ce dernier sur le même module de $2\frac{1}{2}$ pieds sont presque toutes fractionnaires (tant de pied et demi). On est encore frappé du fait que la grille aux mailles de 40 pieds de Horn & Born ne semble pas fonctionner ailleurs que dans l'église – même si elle permet d'appréhender l'ensemble du Plan de l'abbaye avec une très grande clarté. Les résultats atteints par Horn & Born et par K. Hecht sont contemporains et, pourrait-on dire, parallèles. Ils représentent une avancée considérable dans l'élucidation du plan. Le fait que K. Hecht parvienne à un plus grand pied à cause d'une plus forte rétraction du parchemin n'a pas d'incidence sur la question de l'échelle. Cependant, la question n'est pas entièrement résolue à ce stade.

Vers de nouvelles propositions

Longtemps avant que des fouilles ne démontrent l'existence et ne révèlent les substructures de l'abbatiale construite au IX^e siècle, on disposait des plans dressés vers 1720 par le P. Gabriele Hecht³³ à l'occasion de la transformation de l'édifice, en partie encore d'origine, en celui que nous voyons aujourd'hui. La confrontation de ces plans avec le nôtre demanderait plus d'une précaution : outre que les hypothèses sur l'emploi, par le P. Hecht, d'un pied du Wurtemberg de son temps restent à vérifier,³⁴ il faut observer que ses plans posent encore, à côté de celui d'un rapport d'échelle, un autre problème, celui du format.³⁵ Ainsi chaque plan du P. Hecht comporte bien l'indication d'une échelle au moyen d'un trait gradué en marge et montrant des distances – de 10 en 10 pieds, par exemple. Mais, comme les planches illustrées, de taille déjà difficilement comparable, représentent des aires très variées – le monastère dans son entier ; l'église ; un bâtiment ; un autel, ... –, la cote de 10 pieds n'y est généralement pas la même, répondant au format du dessin et sans être proportionnée aux autres. Bien sûr que l'observateur rétablit mentalement, dans chaque situation, le rapport entre longueur ou aire représentée et échelle de 10 en 10 pieds, mais cela fait que les plans du P. Hecht ne sont pas « à l'échelle » comme un plan d'architecte ou une carte topographique le sont – ils restent évidemment très utiles.

Pour savoir si le Plan originel de Saint-Gall l'est véritablement, il est pertinent de le mettre en regard des résultats très précis et éclairants de l'archéologie. Cette comparaison induit que le Plan serait bien la représentation graphique, exécutée à une échelle déterminée, d'une construction à venir, thèse qu'il faut évidemment admettre comme recevable avant de poursuivre. Il s'agit alors de repérer une dimension effective et si possible récurrente du bâti (une série) révélée par les fouilles, d'une part, et donnée sur le plan, d'autre part (l'église est la mieux docu-

mentée pour cela : dessin très soigné, cotes indicatives) ; de rechercher une proportion entre cette dimension vérifiable du bâti et sa représentation mesurable sur le plan ; de trouver à exprimer ce rapport en usant d'une unité de longueur appartenant effectivement à la métrologie contemporaine du plan : ce sera l'échelle. Ce n'est que secondairement que l'on pourra prendre en compte de légères irrégularités dues à la variance des mesures concrètes, aux imperfections du Plan et à la rétraction du parchemin.

Les fouilles effectuées sous la direction de H. R. Sennhauser à partir de 1964 et publiées par lui-même et par plusieurs de ses collaborateurs,³⁶ sont révélatrices : c'est en effet une abbatiale réduite en longueur, mais non pas en largeur, qui fut consacrée en 835.³⁷ Les fouilles ont dégagé deux murs de fondation internes de la nef, parallèles, distants de quelque 13 mètres. Ainsi les colonnes que ces murs supportaient étaient écartées d'un peu plus de 13 m : leur flanc interne ne se trouvait certainement pas à l'aplomb exact de la face intérieure de ces murs de fondation ; elles n'avaient pas non plus à couvrir toute l'épaisseur du mur, qui est de ~ 0,9 m. H. R. Sennhauser a observé des bases de colonnes de 0,6 à 0,7 m de diamètre. Cela laisse un écartement de 13,2 à 13,3 m pour les 40 pieds indiqués sur le Plan de l'abbaye de Saint-Gall – car ce qui compte, dans l'édifice comme sur le plan, c'est l'ouverture : *im Lichten*. Le pied utilisé pour construire l'église mesure ainsi entre 0,330 et 0,332 5 m, ce qui en fait à coup sûr un pied de 18 doigts : ici une distance moyenne de $13,25 \div 40 = 0,3312$ m, une dimension proprement inscrite dans la pierre.

Sur le Plan de l'abbaye dans son état actuel, 40 de ces pieds de 18 doigts mesurés avec une grande précision par Horn & Born sont représentés par $0,320\,675 \times 40 \div 192 \simeq 66,8$ mm. Si l'échelle est bien de 1 : 192, la distance observée devrait être de $(13,25 \text{ m} \div 192) \simeq 69$ mm ; on peut donc admettre provisoirement cette échelle – qu'il faut encore expliquer – avec une rétraction du parchemin de quelque 3,2 % linéairement ($66,8 \div 69 \simeq 0,968$). Ce résultat est forcément approximatif : la rétraction peut ne pas être uniforme. La grille superposée au plan par Horn & Born entrecroise 16 × 12 mailles de ~ 66,8 mm représentant chacune 40 pieds que nous savons maintenant être de 18 doigts à 1 : 192 ; elle mesure ainsi ~ $1,069 \times 0,802$ m en théorie ; compensée de 3,2 %, la plus grande de ces dimensions atteindrait ~ 1,104 m. C'est ici qu'intervient la notion de *canna d'ara* exposée plus haut car c'est précisément sa longueur proposée, soit 4 pieds ecclésiastiques de 15 doigts à 0,276 m = 1,104 m.

Un plan à la mesure de la canna d'ara

Canoniquement, peut-être, le concepteur du Plan de l'abbaye de Saint-Gall n'a pu que suivre la prescription d'une *canna d'ara* pour délimiter la clôture et les bâtiments du monastère projeté ; et concrètement, il devait avoir en main une telle règle étalon. Il faut alors considérer que le plan est orienté au sens premier, c'est-à-dire que le chœur de l'église abbatiale, tourné vers l'est, indique également le

haut du panneau de parchemin – à l'instar de la lettre à Gotzbert, que le plan accompagne.³⁸ La ligne est-ouest délimitant très nettement le complexe monastique au nord borde ainsi le parchemin à gauche ; elle égale avec assez de précision, quant à la partie dessinée, la longueur d'une *canna d'ara* de 4 pieds de 15 doigts, compte tenu de la rétraction. De plus, vers le sud, soit vers la droite, la largeur du plan se déploie – certes imparfairement – sur

3 pieds. Cette forme permet ainsi de vérifier l'orthogonalité du plan : en coupant en deux triangles rectangles un quadrilatère de 4×3 pieds *finis*, on trouve une hypoténuse de 5 pieds *finis* (Fig. 1). Ensemble ces nombres forment le triplet pythagoricien par excellence.

Il s'agit alors de comprendre comment opère la réduction d'une *canna d'ara* pour représenter le terrain et les bâtiments projetés par rapport à l'église. Elle est forcément la

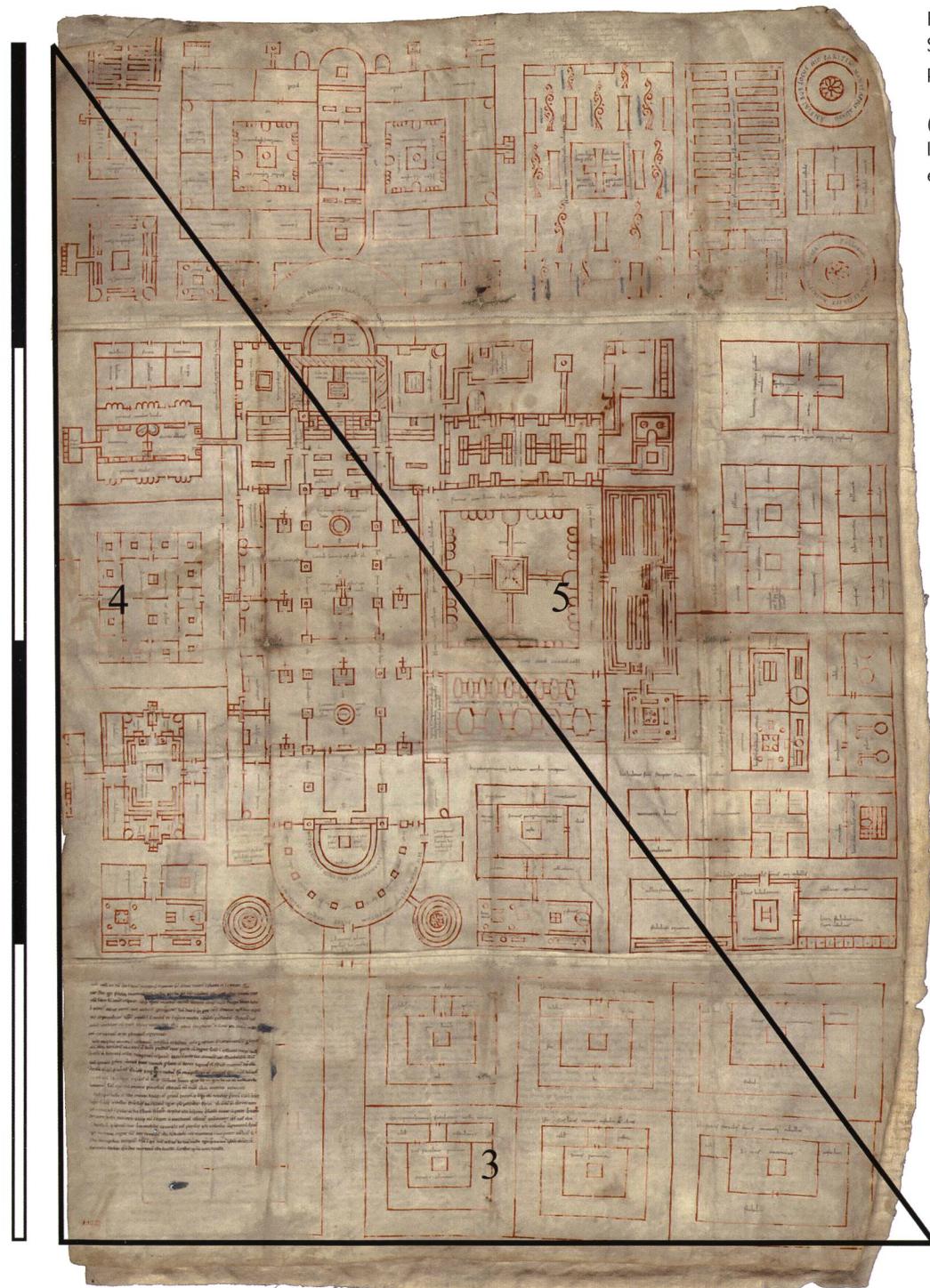


Figure 1. Le Plan de Saint-Gall, à la mesure proposée de 4×3 pieds de 15 doigts de la *canna d'ara* (figurée en marge), montre le triplet pythagoricien par excellence : 3, 4, 5.

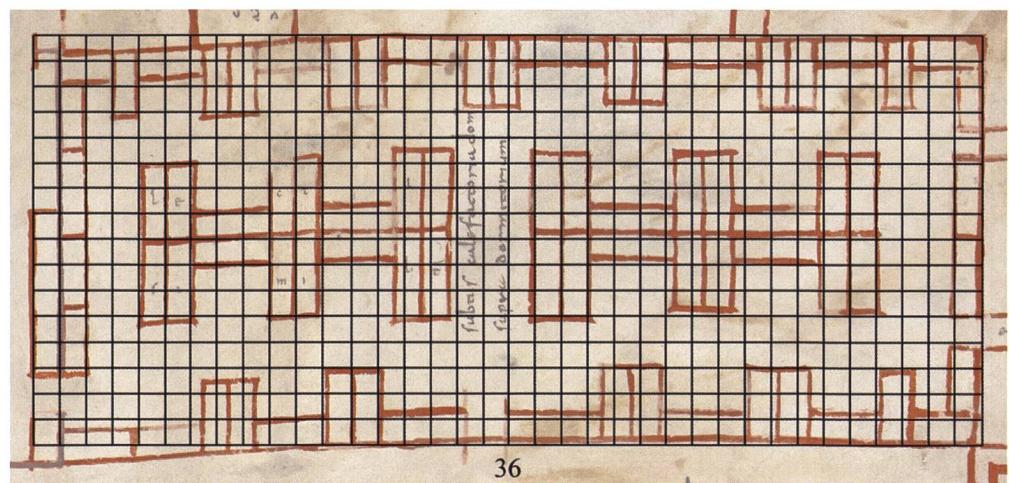
même, si tant est que le Plan de l'abbaye de Saint-Gall soit à une échelle cohérente, mais elle dépend d'une unité de longueur autre que le pied de 18 doigts : celui de 15 doigts, le pied de la *canna d'ara*. Le plus simple est généralement le plus vraisemblable : on divise une mesure concrète par deux ou, si l'on veut, par quatre, autant de fois qu'il le faut. La *canna d'ara* se composait de 4 pieds et, par présomption, ceux-ci ont été divisés, pour représenter des longueurs réduites à l'échelle voulue, en quatre « palmes » de quatre « doigts », eux-mêmes en quarts, ce qui leur donne 64 parties. Une division du pied supplémentaire par 4, en 256 parties, représenterait $3/4$ du pied de 15 doigts, ou bien $5/8$ du pied de 18 doigts à 1 : 192, fractions nécessitant des calculs difficiles. La règle entière longue d'une *canna d'ara* de 1,104 m devait donc comporter, dans cette hypothèse, $(4 \times 64 =) 256$ graduations assez larges ($\sim 4,3$ mm) et propres à reporter, sur le Plan de l'abbaye, la réduction non pas d'un, mais de 3 pieds de 15 doigts. C'est de cette manière seulement que l'on peut affirmer que l'échelle du plan est de 1 : 192, puisque $1/64^{\circ}$ de pied (de 15 doigts) représente 3 de ces pieds.³⁹ Le plan dans son entier mesurant 4×3 pieds gradués en 64 modules de 3 pieds chacun, il définit une aire de 768×576 pieds – de 15 doigts à 0,276 m – et représente idéalement un terrain de $211,968 \times 158,976$ m.

On peut alors s'aventurer dans le détail avec pour exemple le dessin des lits dans le dortoir (Fig. 2). On constate que ceux-ci mesurent un module de largeur (3 pieds, soit $\sim 0,828$ m), mais 3 modules de longueur (9 pieds), ce qui semble beaucoup trop ($\sim 2,48$ m) ; mais c'est bien parce que le module va de 3 en 3 pieds et que le dessinateur ne pouvait détailler davantage – et 6 pieds de 15 doigts ($\sim 1,65$ m) auraient fait un lit trop court. C'est encore ce module de 3 pieds qui permet de rectifier les cotations fractionnaires de K. Hecht sur tout le plan. En les exprimant numériquement à leurs $6/5$, on trouve toujours des nombres entiers, qu'il faut parfois ajuster : toujours pour le dortoir, 87,5 pieds en 35 modules dans la longueur

sont peu harmonieux. Les 34 modules soit 85 pieds proposés par Horn & Born ne le sont pas non plus. C'est pourquoi il faut inclure un repentir du dessinateur (l'esquisse de l'épaisseur d'un mur au nord) et compléter une longueur totale de 36 modules de 3 pieds pour 16 de largeur, soit 108×48 pieds. Cela forme une double limite au dortoir, une curiosité que l'on retrouve des deux côtés du déambulatoire, dans la sacristie et pour le cellier : il semble que le dessinateur ait introduit là une rectification. Le cloître ne couvre pas $102,5 \times 100$ pieds, mais plutôt 120×120 pieds, soit 40×40 modules ; et son déambulatoire a non pas 12,5 mais 15 pieds de largeur (5 modules), parce que son jardin mesure 90×90 pieds (30 modules). Le réfectoire utilise bien les 120 pieds du cloître dans sa longueur et les 48 pieds du dortoir dans sa largeur. Le cellier, bien que pas très bien tracé, devrait avoir les dimensions du dortoir. Plus loin, curieusement décalé vers l'est, le jardin des simples ne mesure pas $37,5 \times 27,5$ pieds mais, rectifié, 48×36 pieds (16 × 12 modules). Les $52,5 \times 82,5$ pieds du grand jardin donnent plutôt 60×96 pieds (20 × 32 modules) ; etc.

Mais encore – et c'est toute la subtilité de la conception du Plan de l'abbaye de Saint-Gall – l'église, dont on est assuré maintenant qu'elle est édifiée sur un pied de 18 doigts, sera aisément représentée : deux traits de la règle (ou un trait sur deux), soit 6 pieds de 15 doigts, compteront pour 5 pieds de 18 doigts. Or les principales dimensions de l'église dessinée sont bien des multiples de 5 pieds : sur le plan, l'église montre une largeur totale 80 pieds de 18 doigts, soit 32 modules de 3 pieds de 15 doigts – le dessin semble tenir compte de l'encombrement des colonnes. Dans sa longueur, elle mesure 300 pieds de 18 doigts (120 modules), du fond de l'abside est (saint Paul) au fond de celle de l'ouest (saint Pierre), en excluant les « Paradis ». Si la réalisation de 300 pieds sur le plan, à cause des demi-cercles des absides, est approximative, l'intention ne l'est certainement pas. Le fait qu'une inscription « corrective » indique une longueur totale de 200 pieds et des « travées » de 12 pieds, ce que l'archéologie semble corroborer, ne

Figure 2. Le dortoir du Plan de Saint-Gall, incluant la double épaisseur du mur nord, mesure 36×16 modules de 3 pieds de 15 doigts, longueurs aisément divisibles.



doit pas interférer dans l'analyse du plan comme tel. En revanche, un point de comparaison serait à soulever : la prescription d'une longueur de 300 pieds pour des édifices religieux d'importance peut remonter au IV^e siècle.⁴⁰

Par ailleurs, l'hypothèse – qui était à vérifier – que le pied romain de 16 doigts soit également utilisé sur le plan doit être écartée : aucune des cotes de Hecht, même aménagées en pieds de 15 doigts, ni aucune des mesures de Horn & Born à leur pied rectifié, ni une division plausible d'une *canna d'ara* ne permettent de supposer l'emploi du pied romain – à 16/15, respectivement à 8/9, des deux pieds présents sur le plan. On ne peut s'arrêter à l'idée (même juste) que 40 pieds de 18 doigts, l'ouverture de la nef (qui sont sur le plan 16 modules de 3 pieds de 15 doigts) égalent 45 pieds romains de 16 doigts, sans se placer devant de grandes difficultés. De même, les autres unités à tester dans cette enquête – le pied ordinaire byzantin et le pied manuel – ne semblent jouer aucun rôle, en dépit de la compatibilité générale des mesures relevée en introduction.

La Chapelle palatine

La fascination qu'exerce la Chapelle du palais de Charlemagne à Aix/Aachen n'a nul besoin de justification : l'importance de ce monument d'envergure européenne n'est pas à démontrer. Il fait l'objet d'un engouement public et d'une attention officielle rares, dont témoignent aussi bien l'affluence touristique que les campagnes de travaux de restauration et la persévérance de la recherche, attestée par d'importantes publications récentes.⁴¹ L'intérêt de ce magnifique exemple d'audace et d'élégance architecturale est ainsi constamment actualisé, dans son contexte culturel restitué et dans l'urgence de sa préservation. Ici encore,



Figure 3. L'architecture de la Tour des vents, du II^e siècle av. J.-C., à Athènes, utilise la proximité de conception entre un octogone et une rose des vents.

le propos se limite à quelques éléments de la base métropolitaine du plan de l'édifice.

La structure de la Chapelle palatine reprend, mais sans la reproduire servilement, celle d'une lignée de monuments, de la Tour des vents d'Athènes, du II^e siècle av. J.-C. (Fig. 3), à la Basilique San Vitale de Ravenne (Fig. 4), du VI^e siècle de notre ère. Innovante, la Chapelle d'Aachen présente un plan original formé d'un octogone redoublé d'un hexadécagone que l'on peut dire structurel : il sert d'appui à un second étage complet, surmonté d'une coupole.

Acquis et écueils de la recherche

S'agissant des dimensions de l'édifice, les résultats des observations des historiens de l'art et des archéologues se recoupent, *mutatis mutandis*, quant à ce monument toujours debout et mesurable, mais c'est leur interprétation qui peut diverger. Il va de soi que la couverture de marbre de toutes les surfaces intérieures, réalisée au début du XX^e siècle, est prise en compte par les chercheurs. Les premières observations «modernes» du monument nous en proposent une clé : en 1818, Nolten, un fonctionnaire prussien, donne la distance entre les côtés sud et nord de l'octogone, en métrique déjà, pour 14,46 m. De là, l'universitaire C. P. Bock, en 1843, propose que chacun des côtés de l'octogone – en utilisant à bon droit une formule comme : côté = diamètre du cercle *inscrit* $\div (1 + \sqrt{2})$ – mesure $\sim 5,99$ m ; soit, pour lui, 18 pieds drusiens de 18 doigts, ici à 0,332 8 m.⁴² Le développement des 8 côtés de l'octogone alignant ainsi 144 pieds, Bock y voit une illustration de la Jérusalem céleste décrite dans l'Apocalypse.⁴³ Ce point de vue sera repris par Kreusch avec sa «mesure de l'Ange»,⁴⁴ utilisant des cotes qui montrent bien sûr quelques irrégularités.⁴⁵ Ainsi, les côtés de l'octogone mesurent entre 5,94 et 6,05 m – en moyenne donc 5,99 m ; et c'est un cercle inscrit idéalisé qui mesure 14,46 m de diamètre. Arens avait cautionné cette distance et ce pied⁴⁶ – repris par

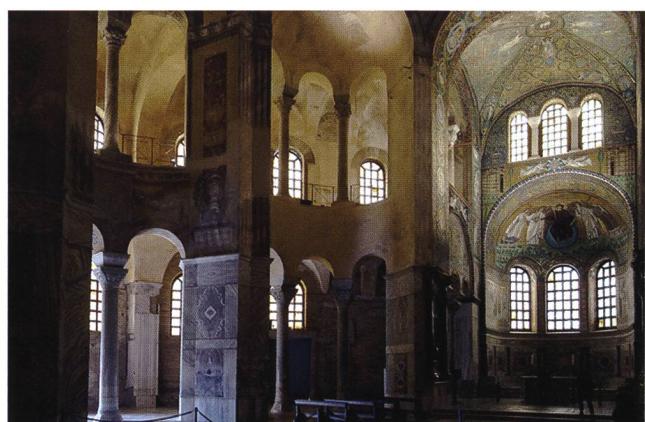
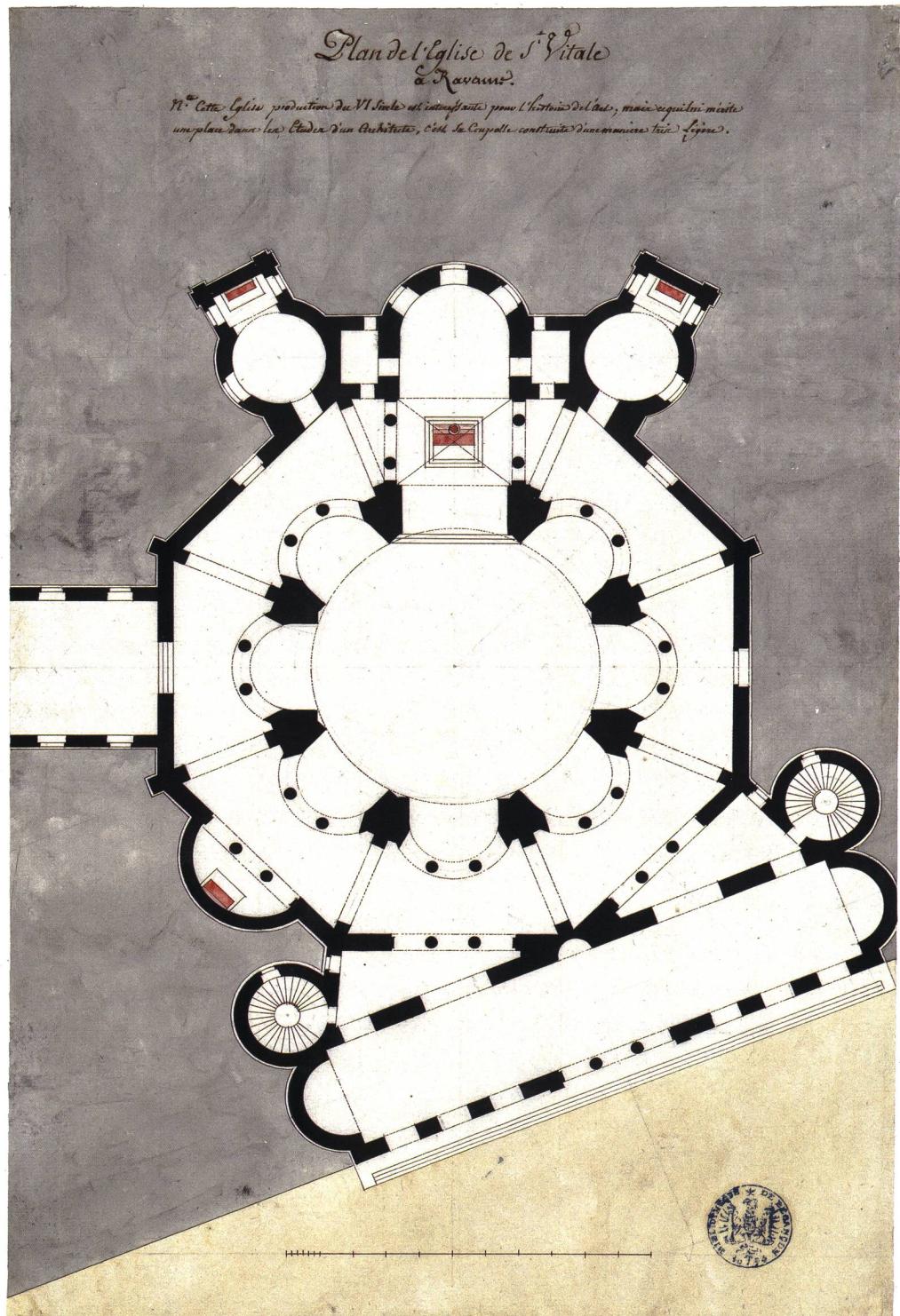


Figure 4. La basilique San Vitale de Ravenne a souvent été considérée comme le modèle de la Chapelle palatine d'Aachen, qui présente de notables différences de plan.

Figure 5. Plan de San Vitale de Ravenne, Pierre Adrien Pâris (architecte), 1745–1819.

Le curieux biais affectant le narthex aux deux tours autorise à penser qu'un octogone se déploie à partir d'un angle.



Boeckelmann,⁴⁷ mais discuté plus tard par Fernie.⁴⁸ Avec ce dernier, il est à noter que plusieurs résultats sont obtenus en mesurant les distances à la face extérieure des murs des deux polygones, ce qui est contestable.⁴⁹

D'autres chercheurs ont plutôt considéré la forme et les proportions de l'édifice et proposé des sortes de quadratures assorties de projections en élévation, jusqu'à Ulrike

Heckner,⁵⁰ qui du coup avance encore une tout autre vision de l'octogone : le cercle qui passe par l'échancrure des piliers y est, pour elle, inscrit, ce qui en repousse les angles et donne quelque 6,41 m à chacun de ses côtés. Ce point de vue rejette la mesure constatée de 5,99 m en moyenne pour les huit faces de l'octogone, avançant en lieu et place une grille orthogonale au maillage de 6 pieds assimilés à la fin

au pied de roi français ; or celui-ci n'existe pas au VIII^e siècle.⁵¹ De plus, les côtés de l'octogone ne sont plus mesurables en pieds entiers d'aucune sorte ; cette manière de le « cacher » laisse d'ailleurs songeur : l'important, pour le concepteur du plan, n'est-il pas le dégagement d'un vide (*im Lichten*) limité par des faces visibles de l'octogone projeté ?

Quo qu'il en soit, il est à remarquer que les explications avancées par les auteurs donnent à la Chapelle palatine non pas la forme d'un octogone – qui est une figure rayonnante, telle une rose des vents, construite à partir de deux droites perpendiculaires coupées, en un même centre d'un cercle, de leurs bissectrices –⁵² mais celle d'un carré dont on aurait rogné les coins ou auquel on aurait superposé un autre carré à 45°. Toutes ces propositions considèrent ainsi l'axe est-ouest de la chapelle comme structurant l'édifice à la manière d'une nef, avec son entrée monumentale et, au fond, plus tard, son accès au chœur gothique. Ces points de vue rendent très difficile la compréhension et le calcul de l'octogone en géométrie à l'époque de sa planification.

Vers de nouvelles propositions

Il s'agit alors de remonter au monument le moins éloigné, pour ne pas dire le plus proche, de la Chapelle palatine : la Basilique San Vitale de Ravenne, en observant la position de son narthex d'origine (Fig. 5) et en introduisant cette rotation d'un seizième du cercle dans notre vision de l'octogone : c'est ainsi que cette figure peut devenir rayonnante et se calculer aisément. Rien n'empêcherait par la suite de rétablir l'axe est-ouest de la Chapelle, avec ses accès monumentaux.

Là encore, il faut bien se figurer le problème tel qu'il doit être résolu selon une *règle* au sens de prescription, mais aussi d'instrument de mesure. C'est de la métrologie contemporaine de l'édifice qu'il s'agit de repartir et le pied de 18 doigts y est au moins admissible ; comme pour Saint-Gall, il faut aussi envisager la présence d'un autre pied également admissible – de manière prévisionnelle, celui de 15 doigts, pied ecclésiastique, puisqu'on est dans le même contexte. Il faut encore prendre en considération les possibilités de calcul réduites et une connaissance de la géométrie simplifiée, propres à l'époque considérée. Ainsi une formule comme : côté de l'octogone = diamètre du cercle inscrit (soit $2 \times$ la longueur de l'apothème) $\div (1 + \sqrt{2})$, employée par les chercheurs cités, n'est envisageable qu'avec prudence. Quant à la formule : côté de l'octogone = rayon du cercle circonscrit $\times [\sqrt{(2-\sqrt{2})}]$, elle est également trop complexe.

Les définitions et propositions d'Euclide, au Livre IV, accessibles à l'époque considérée, induisent que tout polygone régulier symétrique peut être inscrit dans un cercle (ou circonscrit à un cercle) d'où l'on peut définir ses angles et ses côtés. Même sans maîtriser cette science (Euclide ne donne d'ailleurs pas l'octogone), on peut tirer par déduction des solutions empiriques au problème du plan de la Chapelle ne nécessitant pratiquement que : le traçage au sol et la pose de jalons au moyen d'un cordeau ; et, « scolairement », une formule classique de π et une approxima-

tion tout aussi commune de $\sqrt{2}$; l'application du théorème de Pythagore ; et, peut-être, l'extraction de racines carrées par la méthode dite de Héron.

Un tracé à la mesure de la canna d'ara

La donnée au départ la plus utile est bien le diamètre du cercle passant au fond des échancrures des piliers d'angles et mesurant 15,475 m.⁵³ Il faut considérer ce diamètre comme celui du cercle *circonscrit* – à l'intérieur duquel l'octogone est *inscrit*, ses angles étant précisément les angles internes des piliers, et ses côtés longeant exactement les faces visibles du tambour. On peut alors calculer que $15,475 \text{ m} \div 0,276 \text{ m}$ (le pied ecclésiastique de 15 doigts) $= 56,07$ soit pratiquement 56 pieds entiers. Le rayon de ce cercle mesure donc 28 pieds, soit 7 *canna d'ara* de 4 pieds.⁵⁴ Aucune autre hypothèse ne donnerait de résultat aussi simple et aussi éclairant.

Ce qui frappe ici en effet, c'est le nombre 7. Laissant de côté son éventuelle valeur symbolique, examinons plutôt la possibilité de calcul d'une diagonale : $7/5$ est une approximation de $\sqrt{2}$. On comprend alors comment l'exécutant du projet peut avoir tracé au cordeau, sur le sol, un

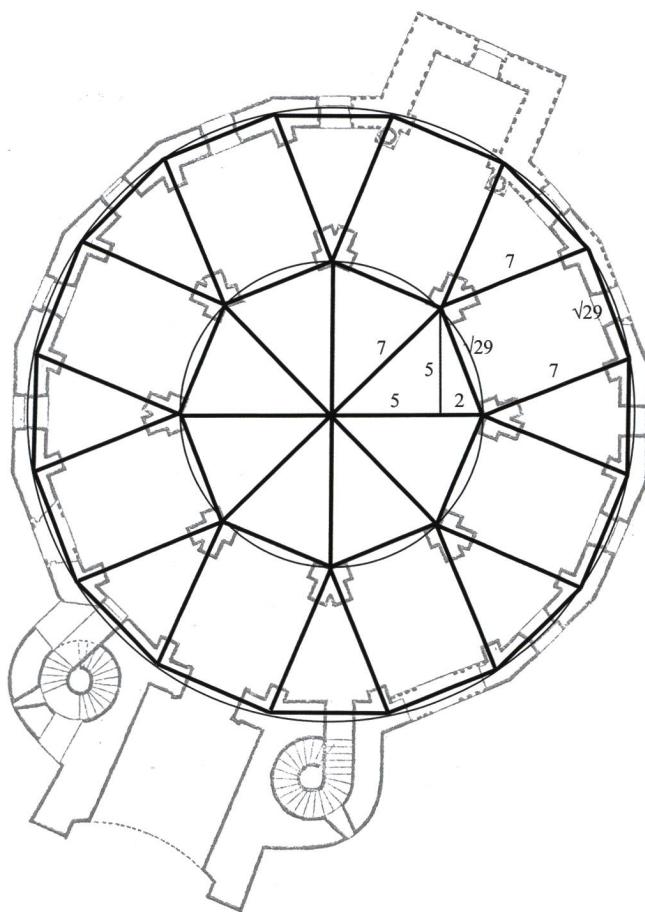
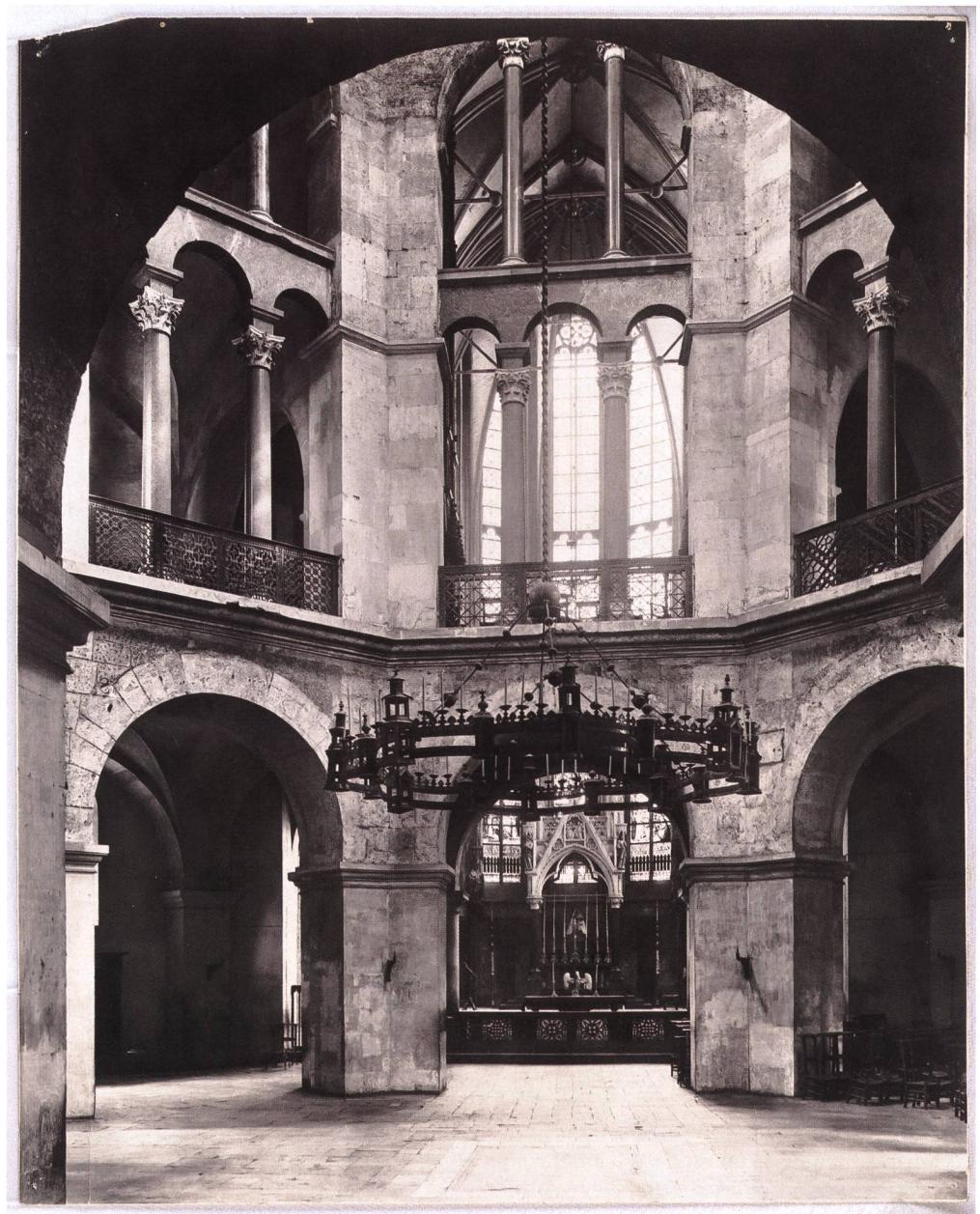


Figure 6. Proposition de traçage au sol du plan de la Chapelle palatine d'Aachen. Le rayon de l'octogone, de 7 *canna d'ara* de 4 pieds de 15 doigts, détermine l'ensemble des mesures.

Figure 7. Chapelle palatine d'Aachen, intérieur. Datant d'avant le placage de marbre de l'édifice, cette vue montre bien l'articulation des structures porteuses entre octogone et hexadécagone.



cercle de rayon 7 (*canne*) et de là, au moyen des droites l'en-trecouplant (avec le même cordeau servant de compas), l'emplacement des angles et, enfin, les côtés de l'octogone. Puis en élévant, à partir d'un rayon, une droite perpendiculaire joignant un angle, cet exécutant aura créé un triangle rectangle isocèle d'hypoténuse 7 et de côtés 5 ; et par le fait un second triangle rectangle de base 5, de cathète 2 et d'hypoténuse ($\sqrt{[5^2 + 2^2]} = \sqrt{29}$ qui est le côté de l'octogone (Fig. 6). La racine carrée de ce nombre n'est pas finie (elle se situe quelque part entre 5 et 6 *canne*), mais peut être approximée de deux façons : soit l'on se contente de remarquer, en partant d'une formule simple de pi, que l'arc de cercle correspondant au côté de l'octogone mesure ($14 \times 22/7 \div 8 = 5 \frac{1}{2} \text{ canne}$, lesquelles $\times 4 = 22$ pieds, et

qu'alors le côté mesure «un peu moins» que 22 pieds de 15 doigts ; soit on utilise la méthode de Héron⁵⁵ pour calculer $\sqrt{29}$ *canne* comme suit.

Première itération : partant d'une approximation à 5, la racine carrée de 29 est : $1/2(5 + 29/5) = 54/10$ soit $5^{2/5} \text{ canne}$, soit encore ($\times 4 = 21^{3/5}$ pieds. Une seconde ou une troisième itération seraient peu utiles parce qu'elles entraîneraient le maniement de trop grands nombres. Et surtout, cette «approximation d'approximations» nous est précieuse parce que $21^{3/5}$ pieds de 15 doigts égalent ($\times 6/5 =$) 18 pieds de 18 doigts *finis*. La simplicité des connaissances requises et des calculs à effectuer pour atteindre ce résultat le rendent très vraisemblable. On peut alors rejoindre et admettre sans peine la déduction des chercheurs d'autre-

fois qui identifiaient déjà cette dimension des faces visibles de l'octogone.

Le concepteur du projet n'ignorait certainement pas qu'il manipulait des «irrationnels» comme π , $\sqrt{2}$ et une racine carrée non finie, mais il devait savoir que les inexactitudes seraient minimales et qu'elles pourraient être corrigées à l'édification. Et cela a été fait d'une manière admirable : les quelque 5,99 m que mesurent en moyenne les côtés de l'octogone représentent ainsi 18 pieds du type de 18 doigts à 0,332 8 m, plus longs il est vrai d'un bon millimètre que celui choisi à 0,331 2 m ; cette différence reste pourtant négligeable au vu du problème géométrique soulevé et à l'échelle d'une telle construction de pierre. Techniquement, aussi : un léger évasement du tambour semble impossible à éviter, et il a pu s'accentuer à la construction et avec le temps.

Que la planification respecte l'usage de la *canna d'ara* au pied de 15 doigts pour la mesure au sol se voit encore dans le développement de l'hexadécagone. On comprend que, passé le vide central (l'octogone proprement dit, entièrement libre), les repères au sol auront été recouverts par les bases des piliers et chevauchés en long par les arches qu'ils orientent. Et c'est bien ce tracé qui ordonne l'édifice tel que nous le voyons : partant de chaque sommet de l'octogone, perpendiculairement à chaque côté, 16 droites de 7 *canne* esquiscent 8 quadrilatères dont le fond a la même mesure qu'un côté de l'octogone, en joignant un cercle circonscrivant l'hexadécagone (Fig. 7). Celui-ci se complète alors de la distance créée sur cette longueur par l'ouverture de l'angle qui est, bien évidemment, le même 45°, et cela donne à chacun de ses 16 côtés la même dimension, en gros, que celle d'un côté de l'octogone. Ce dispositif n'étant pas dans la même orientation que les rayons de la figure centrale, le rayon de l'hexadécagone n'est pas exactement le double de celui de l'octogone. On voit encore que le pourtour de l'hexadécagone s'inscrit dans l'épaisseur du mur extérieur de l'édifice et n'apparaît vraiment que dans les embrasures des fenêtres, révélant sa dimension *im Lichten*.

Conclusion

C'est en faisant l'hypothèse – en accord avec l'héritage métrologique de l'Antiquité tardive – de la présence de différents pieds sur le Plan de Saint-Gall et sur le tracé au sol de la Chapelle palatine d'Aachen qu'il est possible de proposer une nouvelle lecture des unités de mesure et de l'utilisation de leur proportionnalité. Quant au choix d'un pied romain tardo-antique de 16 doigts à 0,294 4 m – comme fondement métrologique, mais qui n'apparaît ni sur le Plan de Saint-Gall ni sur celui de la Chapelle palatine –, entraînant celui d'un pied de 15 doigts à 0,276 m et celui d'un pied de 18 doigts à 0,331 2 m, il paraît dans l'ensemble justifié : les divergences par rapport aux mesures relevées sont effectivement minimales.

Des usages propres à l'Église en matière de mesurage des terrains et des édifices religieux se révèlent alors. La *canna d'ara* de 4 pieds ecclésiastiques de 15 doigts (1,104 m) définie au départ s'avère être la clé de la conception et de l'exécution des deux plans examinés. Cela permet d'en faire remonter la prescription à la fin du VIII^e siècle et confirme son importance dans la définition des aîtres des sanctuaires (*dextri*). Le rôle du pied de 18 doigts comme unité de mesure des édifices religieux, déjà bien attesté, est également confirmé. Il n'est évidemment pas fortuit que la proportion de 5 pour 6 entre ces pieds justifie leur éléction. Quoi qu'il en soit, l'analyse présentée semble bien montrer que ce qui est *plan* (le terrain, mais aussi les bâtiments ordinaires) se mesure au pied de 15 doigts ; et que ce qui suppose une *élévation* (un édifice religieux) emploie le pied de 18 doigts.

Ainsi le Plan de Saint-Gall – compte tenu d'une rétraction de quelque 3,2 % – mesure précisément les 4 pieds de 15 doigts de la *canna d'ara* dans sa hauteur. Chacun de ces pieds a été divisé en 64 parties représentant chacune un module de 3 pieds de 15 doigts. Cette échelle aboutissant à 1 : 192 permet d'utiliser la proportion de 6 à 5 entre le pied des bâtiments et des terrains du monastère, d'une part, et le pied de l'église, d'autre part – en comptant à l'intérieur de l'édifice deux modules de 3 pieds de 15 doigts pour 5 pieds de 18 doigts, sous-multiple de la plupart des dimensions qui y sont représentées. Les données archéologiques issues des fouilles, comparées aux cotes lisibles sur le plan, sont en accord avec l'hypothèse soutenue.

Ainsi le tracé au sol de la Chapelle palatine s'appuie sur un cercle d'un rayon de 7 *canne d'ara* : ce nombre est le plus propre à opérer selon diverses formules d'approximation de π , de $\sqrt{2}$ et d'une racine carrée non finie nécessaires au traçage de l'octogone inscrit dans ce cercle. Les côtés s'obtiennent par une simple définition de triangles rectangles. Que le concepteur de ce plan – dont le développement en hexadécagone confirme la solidité de sa géométrie – ait voulu que chaque côté des deux figures atteigne 18 pieds de 18 doigts, est très probable.

Le propos de cet article se limite à la métrologie. Cela n'empêche pas d'observer que, dans les deux cas examinés, c'est une règle canonique, matérialisée en une règle au sens propre, la *canna d'ara*, qui prime en amont de la créativité.

AUTEUR

Olivier Reguin, historien, chercheur associé,
Université du Québec à Montréal, département d'histoire,
1255, St-Denis, Montréal (Québec) H2X 3R7,
reguin.olivier@uqam.ca

NOTES

- ¹ La connaissance ne s'en était pas perdue, témoin les textes des *Gromatici veteres* et les travaux qu'ils ont suscités, voir par exemple le site de l'ISTA Franche-Comté <http://ista.univ-fcomte.fr/ed-src/gromaticques/car>. Autrement je ne puis, dans cette introduction, qu'égrener à titre d'exemples, tant le sujet est vaste, des titres d'œuvres et des noms d'auteurs connus, non sans en omettre bien d'autres : LUCA PETO, *De mensuris et ponderibus romanis et graecis cum his quae hodie Romae sunt collatis*, Venise 1573, utilisé plus loin. – plus tard JOHN GREAVES, mentionné ci-dessous, en particulier son *Discourse of the Romane Foot and Denarius*, Londres 1647.
- ² Sur l'Égypte, les *Miscellaneous Works of Mr. John Greaves* [1602–1652], *Professor of Astronomy in the University of Oxford*, 2 vol. publiés à titre posthume à Londres en 1737 par THOMAS BIRCH, qui ajoute (vol. 2, p. 405–433), la fameuse *A Dissertation upon the Sacred Cubit of the Jews and the Cubits of Several Nations*, d'ISAAC NEWTON. Une fois le système métrique décimal institué, et à côté des grands efforts de conversion, une métrologie historique s'est constituée au XIX^e siècle, aboutissant à FRIEDRICH HULTSCH, *Metrologicorum scriptorum reliquiae [...]*, 2 vol., Berlin 1864–1866, et *Griechische und Römische Metrologie*, 2^e éd., Berlin, 1882, mais toujours à propos de l'Antiquité.
- ³ Au début du XX^e siècle, l'apport capital de PAUL GUILHIERMOZ, *Notes sur les poids du Moyen Âge*, in : Bibliothèque de l'École des Chartes, 1906, p. 161–233 et 402–450. – PAUL GUILHIERMOZ, *De l'équivalence des anciennes mesures – À propos d'une publication récente*, Bibliothèque de l'École des Chartes, 1913, p. 287–326. – PAUL GUILHIERMOZ, *Remarques diverses sur les poids et mesures du Moyen Âge*, Bibliothèque de l'École des Chartes, 1919, p. 5–100, en représente une synthèse accessible et une lumineuse avancée quant à la métrologie médiévale.
- ⁴ ALBERT LENOIR, en pionnier, avec *Architecture monastique*, 2 vol., Paris 1852–1856. – EUGÈNE VIOLET-LE-DUC, dans son œuvre d'architecte et dans son *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XI^e au XVI^e siècle*, Paris 1854–1868. – WILLIAM FLINDERS PETRIE, pour *Inductive Metrology. Or, The Recovery of Ancient Measures from the Monuments*, Londres 1877, qui précéda son immense production sur l'Égypte antique.
- ⁵ C'est la position implicite de bien des ouvrages sur les anciennes mesures donnant leur conversion dans le système métrique décimal : les dictionnaires de DOURSTHER, de MARTINI, au XIX^e siècle (voir note 16) ; les séries nationales récentes : *Les anciennes mesures locales*, en France ; *Handbuch der historischen Metrologie*, en Allemagne ; les recensions considérables de RONALD E. ZUPKO sur l'Angleterre, la France, l'Italie. C'est aussi celle d'un courant anthropologique marqué par la thèse de WITOLD KULA, *Les mesures et les hommes*, Paris 1984, trad. par JOANNA RITT de l'ouvrage en polonais de 1970 : en matière agraire et de fiscalité, les mesures auraient varié dans des sociétés cloisonnées et incultes, et au gré des rapports de force entre détenteurs de la terre (et du pouvoir de taxation) et travailleurs. Pour réhabiliter une métrologie historique descriptive, il faut encore passer l'écran de considérations d'ordre socioculturel comme celles d'ALFRED W. CROSBY, *The Measure of Reality: Quantification and Western Society, 1250–1600*, Cambridge 1997, qui doute de l'importance de toute précision avant le XIII^e siècle.
- ⁶ « Mené, mené, téqel, ou-Parsîn ». La sacralité des mesure est un thème en soi. Pour le haut Moyen Âge, voir les injonctions philosophiques et religieuses réunies par STEFANO DEL LUNGO dans *La pratica agrimensoria nella tarda Antichità e nell'alto Medioevo*, Spolète et Pérouge 2004, p. 17–183.
- ⁷ Ce paragraphe ne présente qu'un aperçu, qui doit beaucoup aux auteurs mentionnés aux notes 2 et 3 et à ERICH SCHILBACH, *Byzantinische Metrologie*, Munich 1970. – HERMANN BÜSING, *Metrologische Beiträge*, in : Kurt Bittel zum 75. Geburtstag am 5. Juli 1982 in Dankbarkeit Gewidmet, coll. « Jahrbuch des Deutschen Archäologischen Instituts » 97, Berlin 1982, p. 1–45. – ERIC C. FERNIE, *Systems of Length in the Eastern Mediterranean in the Hellenistic and Roman Periods*, in : *Architecture, Liturgy and Identity: Liber Amicorum Paul Crossley*, vol. 1, Turnhout 2011, p. 17–23. En général et pour ce qui suit, OLIVIER REGUIN, *Anciennes mesures de longueur et de superficie agraires. Mutations et continuité de l'Antiquité romaine au XIX^e siècle. Essai de métrologie historique*, p. 16–21 et *passim* [à paraître].
- ⁸ Le doigt mesurant quelque 18,5 mm, il s'était affaibli, mais de très peu, à quelque 18,4 mm, à la fin de l'Antiquité, ce qui justifie la dimension du pied de type romain choisie ici : 0,294 4 m (voir également ci-dessous et note 13).
- ⁹ Il est important de ne pas confondre doigt (en allemand Finger) et pouce (en allemand Zoll) ; et de même, de distinguer la coudée (1 ½ pied) de l'aune (2 pieds), toutes deux désignées en allemand par le mot Elle.
- ¹⁰ Cette qualification provient du traité *De limitibus* de l'arpenteur HYGIN, l'un des auteurs du *Corpus* mentionné à la note 1, et fait allusion à Cl. Nero Drusus, administrateur romain en Germanie. Ce pied s'inscrit bien dans le système ancien et n'est pas originellement un « gallisch-germanischer Fuss » — ni une ordonnance de Charlemagne, dont n'émane en réalité aucune prescription claire de pied (HARALD WITTHÖFT, *Thesen zu einer Karolingischen Metrologie*, in : *Science in Western and Eastern Civilization in Carolingian Times*, P. L. BUTZER / D. LOHRMANN (dir.), Bâle 1993, p. 503–524, p. 513). Il joue cependant un rôle important dans l'architecture du haut Moyen Âge, très bien attesté par FRITZ VIKTOR ARENS, *Das Werkmaß in der Baukunst des Mittelalters, 8. bis 11. Jahrhundert*, Wurzbourg 1938. Voir KONRAD HECHT, *Zur Geometrie des St. Galler Klosterplanes*, in : *Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft* 29, 1978, p. 57–96.
- ¹¹ Dès le Bas-Empire romain, on fit équivaloir l'envergure des bras étendus en croix, censée équivaloir à la stature chez l'homme bien fait – de 6 pieds selon les canons de la sculpture – avec 5 pieds agrandis, créant un pied qui, parce qu'il était obtenu figurément par la mesure de la pointe des doigts d'une main à ceux de l'autre main, s'appela manuel. PAUL GUILHIERMOZ, 1913 (cf. note 3), p. 279.
- ¹² Le pied ordinaire byzantin (ici 0,314 m) s'est perpétué dans ceux dits de Leyde, de Prusse, de Vienne, etc. Il était couramment utilisé en matière agraire. Ainsi, il n'existe pas de mesures « lombardes », pas plus en Italie (OLIVIER REGUIN, *De l'abandon des mesures agraires romaines à l'établissement de modules géométriques médiévaux : les traces d'une étape byzantine en Italie*, in : *Histoire&Mesure* 33/1, 2018, p. 61–84) qu'en Allemagne où plus d'un auteur les invoque à propos de Lorsch et d'Aachen – propositions également rejetées par KONRAD HECHT dans *Die Sylvesterkapelle zu Goldbach. Ein Schlüsselbau für Maß und Zahl in der Baukunst des frühen Mittelalters*, in : *Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft* 28, 1977, p. 137–186, 153–156, 170.
- ¹³ FELIX KREUSCH, *Das Maß des Engels*, in : *Vom Bauen, Bilden und Bewahren [Festschrift für Willy Weyres zur Vollendung seines 60. Lebensjahres]*, J. HOSTER, A. MANN, W. WEYRES, (dir.), Cologne 1964, p. 61–82, est à ce titre significatif : il constate précisément l'emploi de pieds de type romain, drusien et byzantin.
- ¹⁴ Les valeurs choisies ici le sont aussi pour faciliter la lecture des nombres. Le pied romain tardo-antique ne dépassait pas 0,294 4 m selon un grand nombre d'évaluations. Le *pes monetalis* romain, restitué à 0,295 7 m, et le pied de la haute Antiquité, à plus de 0,296 m, ne peuvent être invoqués pour l'époque considérée. Par ailleurs les deux coudées « royales » et le pied réduit du système royal ancien (s'il a jamais existé) ne paraissent pas avoir été en usage durant le Moyen Âge en Occident.
- HEINRICH NISSEN, *Pompeianische Studien zur Städtekunde des Alter-*

- 15 *tums*, Leipzig 1877, p. 70.—Voir aussi EDUARD NOWOTNY, *Metrologische Nova*, in : *Klio* 24, 1931, p. 247–294.
- 16 PAUL GUILHIERMOZ, 1913 (cf. note 3), p. 290, précise : 2a *pars*, *causa* 17, *qu.* 4, c. 6. Il s'agit de l'un des passages où sont définis immunité et droit d'asile (cf. également note 17 ci-dessous). Une scolie en ce sens est visible dans les manuscrits mis en ligne ; par exemple, dans celui du Chapitre cathédral de Sion (<http://www.e-codices.unifr.ch/fr/list/one/acs/0089>), f. 155 v. : *Sicut passus ut ait Ysidorus est mensura v pedum . pes spacium xv digitorum.* La référence à Isidore de Séville est probablement obligée. De là sans doute, comme le relève PAUL GUILHIERMOZ 1913 (cf. note 3), p. 290, cette idée est reprise dans les *Siete Partidas* du roi Alphonse X le Sage, T. 1, Part. I, Tit. 13, Ley 4 (De los cementerios) – et en effet on peut lire, p. 383 de l'édition de 1807 (en ligne) : « ... que en la pasada ha de haber cinco pies de home mesurado, e en el pie quince dedos de travieso. » Le pied « catholique » choisi pour la *Reconquista* est bien celui de 15 doigts : le pied de Castille, plus tard divisé en 16 doigts, a conservé sa dimension – à 0,278 3 m, étalonné sur un pied dit néo-romain (cf. notes 18 et 21). Les pieds des Pays-Bas espagnols (Bruxelles, Bruges, Gand, etc.) en sont également, à la fin de ~ 0,276 m.
- 17 HORACE DOURSTHER, *Dictionnaire universel des poids et mesures anciens et modernes* [...], Bruxelles 1840, rééd. Amsterdam 1965, s. v. « *canna* ».—ANGELO MARTINI, *Manuale di metrologia ossia misure, pesi e monete in uso attualmente e anticamente presso tutti i popoli*, Turin 1883, rééd. Rome 1976, s. v. « *Roma* ». De tels palmes servaient à mesurer les objets du culte, paraît-il. La *canna d'ara* a été convertie pour 1,125 m, comme si le pied romain avait mesuré 0,300 m. Sa mesure au pied de 15 doigts du tableau proposé serait de (4 × 0,276) = 1,104 m. Si la *vara* de Castille comportait 3 pieds de 15 doigts, celle de Lisbonne en alignait bien 4, convertie pour 1,100 m = 4 × 0,275 m ; elle se divisait en 40 pouces formant 3 1/3 pieds du type de 18 doigts : 40 × 9/8 × 4/3 = 60 doigts. Pour concilier l'idée de pas romain de 5 pieds avec celle de *canna d'ara*, il suffit de comparer 60 pouces et 60 doigts.
- 18 PAUL GUILHIERMOZ, 1919 (cf. note 3), p. 95, n. 4. De là l'expression *in dextris* désignant les terrains immunes.—DU CANE, *Glossarium mediae et infimae latinitatis*, éd. LÉOPOLD FAVRE, Paris 1887, réimpr. Graz 1954, t. 3, p. 93, 3^e col., s. v. *dextri*, à partir de *Dextrorum praesertim appellatione donatur Ecclesiarum atque adeo locorum, qui aliqua immunitate aut asylu jure gaudent* [...]. Suivent de nombreuses références.
- 19 Elle a été convertie pour 2,234 218 m (ANGELO MARTINI, 1976 (cf. note 16), s. v. « *Roma* »), et c'est ce qui définit le pied néo-romain, qui n'est pas envisageable au VIII^e siècle, à 0,297 895 8 m.
- 20 LUCA PETO, 1573 (cf. note 1), p. 10–11. Luca Peto (1512–1581), jurisconsulte et magistrat romain, explique ensuite qu'il a fait placer sur le Capitole une stèle gravée portant les marques étalons des mesures contemporaines et antiques de la ville, dont celle de la *canna architettonica*. Ce monument est un important jalon de la métrologie pré-métrique.
- 21 Encore PAUL GUILHIERMOZ, 1913 (cf. note 3), p. 277.
- 22 C'est en effet passée la période qui nous intéresse, et d'abord en matière agraire puis commerciale, que l'on voit apparaître le pied néo-romain (~ 0,298 m), couplé au pied néo-drusien, ses 10/9 et non plus ses 9/8 (c'est le premier état du pied de roi, ~ 0,331 m) ; puis un pied à 24/25 du pied romain (~ 0,283 m) ou néo-romain (~ 0,286 m), courant dans tout l'Empire comme division de l'aune du commerce (et non pas « germanique » ni « lombard », cf. note 11) ; puis le pied d'Angleterre actuel à 16/15 de ce dernier (~ 0,305 m), ce qui est aussi le type du pied de Nuremberg (c'est probablement le « *Staufischer Fuß* » de GÜNTHER BINDING dans *Pfalz Gelnhausen. Eine Bauuntersuchung*, in : *Abhandlungen zur Kunst-, Musik – und Literaturwissenschaft* 30, 1965, p. 3–122, p. 88, alors même que tous ceux présentés plus haut sont restés en usage et se sont également conservés avec une précision extraordinaire, entretenue, jusqu'à la grande méttrication des mesures au XIX^e siècle. Cf. encore mon travail mentionné à la note 7.
- 23 Le présent article ne s'immisce pas dans les débats très larges suscités par le plan quant à sa signification. Comme déjà dit, son propos se limite à la métrologie. Dans cette perspective, la nouvelle édition du plan est indispensable : ERNST TREMP, *Der St. Galler Klosterplan : Faksimile, Begleittext, Beischriften und Übersetzung*, Saint-Gall 2014. Le site <http://www.e-codices.unifr.ch/de/list/one/csg/1092> permet à l'internaute de naviguer sur le Plan.
- 24 Dès le XVII^e siècle, le Plan de Saint-Gall était signalé à l'attention des érudits par Canisius et par Mabillon. Voir GALL HEER, *Johannes Mabillon und das Kloster St. Gallen : ein Beitrag zur Geschichte der historischen Quellenforschung in 17. und 18. Jahrhundert*, Engelberg 1938, p. 142–144. Mais l'étude systématique du plan commence avec FERDINAND KELLER, *Bauriss des Klosters St. Gallen vom Jahr 820, im Facsimile herausgegeben und erläutert*, Zurich 1844.
- 25 Cela en relation avec le mouvement de réforme du monachisme. Voir CAROL HEITZ, *Nouvelles perspectives pour le plan de Saint-Gall*, in : *Bulletin de la Société Nationale des Antiquaires de France*, 1992/1994, p. 169–173. Ouvrages de référence, les *Studien zum St. Galler Klosterplan*, JOHANNES DUFT (dir.), série « *Mitteilungen zur vaterländischen Geschichte* » 42, Saint-Gall 1962.—et *Studien zum St. Galler Klosterplan II*, PETER OCHSENBEIN/ KARL SCHMUKI (dir.), série « *Mitteilungen zur vaterländischen Geschichte* » 52, Saint-Gall, 2002, où l'on trouve en particulier JOSEF SEMMLER, *Die Reform geistlicher Gemeinschaften in der ersten Hälfte des 9. Jahrhunderts und der Klosterplan von St. Gallen*, p. 87–105. Plus récemment GEORGES DESCŒUDRES, *Karolingische Klosteranlagen im archäologischen Befund, oder : Die Suche nach einer geeigneten Form*, in : BENEDIKT von Nursia und BENEDIKT von Aniane. KARL der GROSSE und die Schaffung des Karolingischen Mönchtums, GABRIEL BUNGE et JAKOBUS KAFFANKE, (dir.), coll. « *Weisungen der Väter* » 26, Beuron 2016, p. 82–107 ; dans le même ouvrage, ERNST TREMP, *Der St. Galler Klosterplan und die Aachener Klosterreform*, p. 108–139.—ERNST TREMP, *Das frühmittelalterliche Kloster als Freiraum und Engnis. Beobachtungen an den literarischen Quellen St. Gallen*, in : *Représentations et conceptions de l'espace dans la culture médiévale, Colloque fribourgeois 2009 = Représentaionsformen und Konzeptionen des Raums in der Kultur des Mittelalters, Freiburger Colloquium 2009*, TIZIANA SUAREZ-NANI et MARTIN ROHDE (dir.), Berlin et New York 2011, p. 323–340.
- 26 WALTER BOECKELMANN, *Der Widerspruch im St. Galler Klosterplan*, in : *Zeitschrift für schweizerische Archäologie und Kunstgeschichte* 16, 1956, p. 125–134, repartant de HANS REINHARDT, *Der St. Galler Klosterplan*, série « *Historischer Verein des Kantons St. Gallen Neujahrsblatt* » Nr. 92, Saint-Gall 1952.—HANS REINHARDT, *Comment interpréter le plan carolingien de Saint-Gall*, in : *Bulletin monumental* 96/3, 1937, p. 265–279.—AUGUST HARDEGGER, *Die alte Stiftskirche und die ehemaligen Klostergebäude in St. Gallen ; ein Rekonstruktionsversuch*, Zurich 1917.—ALFONS DOPSCHE, *Das Capitulare de Villis, die Breuim Exempla und der Bauplan von St. Gallen*, in : *Vierteljahrsschrift für Sozial – und Wirtschaftsgeschichte* 13, 1916, p. 41–70.—GEORG DEHIO / GUSTAV VON BEZOLD., *Die kirchliche Baukunst des Abendlandes*, Stuttgart 1892 [vol. I].
- 27 Par ordre chronologique, comme dans le Tableau 2 : ADOLF REINLE, *Neue Gedanken zum St. Galler Klosterplan*, in *Zeitschrift für schweizerische Archäologie und Kunstgeschichte* 23, 1963/1964, p. 91–109.—THOMAS PUTTFARKEN, *Ein neuer Vorschlag zum St. Galler Klosterplan: Die originalen Maßinschriften*, in : *Frühmittelalterliche Studien* 2, WOLFRAM DREWS et CHRISTEL MEIER-STABACH, (ed.), Berlin 1968, p. 78–95.—ALBRECHT KOTTMANN, *Das Geheimnis romanischer Bauten, Maßverhältnisse in vorromischen und romanischen Bauwerken*, Stuttgart 1981.—LEO HUGOT,

Das Kloster Inda und der Klosterplan von St. Gallen, in : Zeitschrift des Aachener Geschichtsvereins 84/85, 1978, p. 473–498.– WALTER HORN & ERNEST BORN, *The Plan of St. Gall*, 3 vol., Berkeley 1979.– et auparavant WALTER HORN & ERNEST BORN, *The "Dimensional Inconsistencies" of the Plan of Saint Gall and the Problem of the Scale of the Plan*, in : The Art Bulletin, vol. 48, n° 3/4, 1966, p. 285–308.– KONRAD HECHT, *Zur Geometrie des St. Galler Klosterplanes*, in : Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft 29, 1978, p. 57–96 [mentionne des travaux antérieurs, p. 58–59 ; repris dans son ouvrage *Der St. Galler Klosterplan*, Sigmaringen, 1983, réimpr. Wiesbaden 2005].– WERNER JACOBSEN, *Der Klosterplan von St. Gallen und die Karolingische Architektur [...]*, Berlin 1992.– HANS RUDOLF SENNHAUSER, *St. Gallen – Klosterplan und Gozbertbau. Zur Rekonstruktion des Gozbertbaus und zur Symbolik des Klosterplanes*, Zurich 2001.– FLORIAN HUBER, *Der Sankt Galler Klosterplan im Kontext der antiken und mittelalterlichen Architekturzeichnung und Messtechnik*, in : Studien zum St. Galler Klosterplan II, PETER OCHSENBEIN, KARL SCHMUKI, (dir.), Saint-Gall, 2002, p. 233–284.– NORBERT STACHURA, *Der Plan von St. Gallen : Maßeinheit, Maßstab und Maßangaben, oder das Dilemma im Schlafsaal*, Saint-Just-la-Pendue 2004 [rééd. : *Der Plan von St. Gallen (II) : das Entstehen der Kirchenmaße, die Autorenfrage, die Abtei Reichenau und das Geheimnis des Schlafsaals*, Saint-Sorlin 2007] ; NORBERT STACHURA, *Sankt Georg in Oberzell und Symbolgehalt in Kirchengrundrisse des 9. Jahrhunderts auf der Reichenau*, in : *Architectura* 39, 2009, p. 125–134.– DIETER BÜKER exprime sa dissidence dans *Konzeption und Konstruktion des Klosterplans von St. Gallen im karolingischen Reichenauer Skriptorium* [thèse], Dortmund 2016, lorsqu'il conclut, p. 623 : « Avant tout, le Plan du monastère n'est pas tracé selon une échelle ; car il n'y avait alors encore rien de semblable. » « Der Klosterplan ist vor allem nicht maßstäblich gezeichnet ; denn so etwas gab es damals noch nicht. » En introduction, il rappelle cependant ses discussions avec Norbert Stachura à qui il dédie son ouvrage, et l'opinion que ce dernier exprimait encore à la toute fin : « Et il est même à l'échelle ! » « Und er ist sogar maßstäblich ! », p. 5 et note 1.

²⁷ ERWIN POESCHEL, *Kunstdenkmäler des Kantons St. Gallen III*, T. 1–2, *Die Stadt Sankt Gallen*, Teil 2, « Das Stift », Bâle 1961, p. 9–29, p. 13, selon ADOLF REINLE, 1963/1964 (cf. note 26) p. 105–106.

²⁸ KONRAD HECHT, 1978 (cf. note 26), et aussi 1977 (cf. note 11), *passim*. Argumentation critiquable : son opinion provient de l'examen d'autres plans ; puis il affirme que son pied est celui de la Chapelle palatine (qui pose un tout autre problème), promulgué par les édits de 793–794 de Charlemagne (ceux-ci ne permettent pas d'être aussi affirmatif, cf. notes 9 et 11 ci-dessus) ; et encore, il émet l'idée que le pied de 18 doigts, carolingien, s'est agrandi (d'une dizaine de millimètres, ce qui définirait un tout autre pied) parallèlement avec la réforme monétaire – la division d'un cube en 100 parties, pratiquement impossible, lui servant de justification en conclusion, p. 183.

²⁹ Je ne puis que renvoyer aux travaux de ces auteurs, mentionnés ci-dessus, pour le détail de leurs propositions souvent très élaborées. Une analyse détaillée de plus anciennes est présentée par KONRAD HECHT, 1978 (cf. note 26), p. 60, et encore dans *Der St. Galler Klosterplan*, 1983 (cf. note 26), p. 41–42.

³⁰ WALTER HORN & ERNEST BORN, dans leur somptueux ouvrage de 1979 (cf. note 26), vol. 1, p. 13. Ce pied international d'origine britannique, divisé en 12 pouces eux mêmes divisés en demis, quarts, huitièmes, seizièmes, etc., est ajusté au système métrique pour 0,304 8 m ; ainsi dans le *Weights and Measures Act* britannique de 1963. Auparavant, dans *The "Dimensional Inconsistencies"...*, 1966, p. 285–308, critique serrée des propositions antérieures, Horn & Born avaient conclu, p. 304, à la mesure de 0,321 6 m – tout en parlant de rétraction en s'appuyant sur KONRAD HECHT, *Der St. Galler Klosterplan – Schema oder Bauplan?*,

in : *Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft* 17, 1965, p. 165–206, p. 194–197.

³¹ Une telle manière de faire est courante dans le « Imperial and US customary measurement system ». Il y avait naguère des règles de section polygonale (aujourd'hui des logiciels DAO) dont les graduations permettaient de réduire la longueur à représenter, par exemple à 1 pouce pour 1 pied (1 : 12, pour un ornement) ; ou à 1 pouce pour 4 pieds (1 : 48, sur un plan d'exécution) ; à 1 pouce pour 16 pieds, comme ici – puisqu'on a 1/16 de pouce pour 1 pied –, soit 1 : 192, échelle d'un plan général cf. encore *infra*.

³² Sur cette question plus largement, voir DETHARD VON WINTERFELD, *Raster und Modul in der Baukunst des Mittelalters*, in : *Kunstsplitter. Beiträge zur nordeuropäischen Kunstgeschichte. Festschrift für Wolfgang J. Müller zum 70. Geburtstag [überreicht von Kollegen und Schülern]*, WOLFGANG J. MÜLLER, (dir.), Husum 1984, p. 7–41.

³³ Voir la belle édition en fac-similé et les commentaires de WERNER VOGLER / HANS MARTIN GUBLER, *Der St. Galler Stiftsbezirk in den Plänen von P. Gabriel Hecht, 1720–1726 : Kommentar*, Rorschach 1986.

³⁴ Idée émise par AUGUST HARDEGGER, 1917 (cf. note 25). Voir sa critique par KONRAD HECHT, 1978 (cf. note 26), p. 60. Il y aurait d'autres hypothèses à émettre, comme l'emploi d'un pied à 15/16 du pied de ville de Saint-Gall selon le mode ecclésiastique décelé.

³⁵ JOAN KEE / EMANUELE LUGLI, *Scale to Size: An Introduction*, in : *Art History*, April 2015, p. 251–266. Orientée vers la sculpture de la Renaissance, cette étude attire à juste titre l'attention sur cette question.

³⁶ Voir WERNER JACOBSEN, 1992 (cf. note 26), p. 179.– HANS RUDOLPH SENNHAUSER, 2002 (cf. note 26), *passim*.

³⁷ Du vivant encore de l'abbé Gotzbert, le dédicataire du Plan. WERNER JACOBSEN, *Nouvelles recherches sur le plan de Saint-Gall*, in : *Le rayonnement spirituel et culturel de l'abbaye de Saint-Gall – Actes du colloque tenu au centre culturel suisse*, Paris, 12 octobre 1993, CAROL HEITZ / WERNER VOGLER / FRANÇOIS HEBER-SUFFRIN (dir.), Nanterre 2000, p. 11–35, p. 16. L'église effectivement bâtie a très probablement été réduite aux 200 pieds de l'inscription corrective du Plan. La recherche a longuement scruté les liens entre ce fait et la réforme monastique contemporaine du Plan, comme signalé note 24 ci-dessus.

³⁸ Je dois ces observations sur l'orientation, qui corrigent ce que j'avais avancé sur ce point, au professeur Ernst Tremp, qui a bien voulu lire ce texte. Qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

³⁹ Et non pas, comme Horn & Born ou K. Hecht l'ont proposé, par division du pied de l'église (qui s'est avéré être celui de 18 doigts), peu plausible car impraticable au moyen d'un facteur 2, problème mal caché par la graduation d'un module à 2 1/2 de ces pieds.

⁴⁰ EDOARDO GAUTIER DI CONFIENGO, *Nota sul valore di alcune dimensioni dell'architettura paleocristiana*, in : *Liber Annus*, n° 45, 1995, p. 451–479, *passim*, démonstration d'un grand intérêt.

⁴¹ Voir HARALD MÜLLER, *Aix-la-Chapelle à l'époque carolingienne. Nouvelles approches*, in : *Francia. Forschungen zur westeuropäischen Geschichte*, Band 41, 2014, p. 25–41, *passim*, pour une problématique élargie ; et surtout l'ouvrage collectif *Die Karolingische Pfalzkapelle in Aachen. Material, Bautechnik, Restaurierung, «Arbeitsheft der Rheinischen Denkmalpfleger»* 78, ANDREA PUFKE (éd.), ULRIKE HECKNER / EVA-MARIA BECKMANN, (dir.), Worms 2012. – sur les mesures de l'édifice, voir le chapitre « Der Tempel Salomos in Aachen », par ULRIKE HECKNER, en particulier p. 43–62.– et ULRIKE HECKNER, *Zwischen Intuition und Messgenauigkeit. Auf der Suche nach dem rechten Maß der Aachener Pfalzkapelle*, in : *Aufmaß und Diskurs: Festschrift für Norbert Nußbaum zum 60. Geburtstag*, ASTRID LANG / JULIAN JACHMANN (dir.), Berlin 2013, p. 11–25, *passim*.

⁴² Indications de ULRIKE HECKNER, 2013 (cf. note 41), p. 11–12.

⁴³ Thème majeur à l'époque carolingienne. Voir CAROL HEITZ,

- Architecture et symbolique des nombres au Moyen Âge*, in : Artium Quaestiones, 1979, p. 7–26, p. 14. Voir aussi CAROL HEITZ, *Retentissement de l'Apocalypse dans l'art de l'époque carolingienne*, in : L'Apocalypse de Jean. Traditions exégétiques et iconographiques, III^e–XIII^e siècle [Actes du Colloque de la Fondation Hardt, 29 février–3 mars 1976], Genève 1979, p. 217–244. Le lustre de Frédéric Barberousse, suspendu au centre de l'octogone d'Aachen, pourrait être au point de départ de cette idée puisqu'une telle allusion y est inscrite. La prudence doit cependant être de mise, la description de la Jérusalem céleste étant en même temps explicite et énigmatique : est-ce un carré de 12 000 stades de côté, ou de pourtour ? Un cube ? A-t-elle bien des remparts hauts de 144 coudées ? – Apocalypse 21, 15–17.
- ⁴⁴ FELIX KREUSCH, *Das Maß des Engels*, in : Vom Bauen, Bilden und Bewahren [Festschrift für Willy Weyres zur Vollendung seines 60. Lebensjahres], JOSEPH HOSTER / ALBRECHT MANN / WILLY WEYRES, (dir.), Cologne 1964, p. 61–82.
- ⁴⁵ Ces cotes semblent calculées à partir de Joseph Buchkremer, qui vit encore le monument avant la couverture de marbre au début du XX^e siècle. Voir MICHAEL JANSEN, *Concinnitas und venustas – weitere Überlegungen zu Maß und Proportion der Pfalzkapelle Karls des Grossen*, in : Charlemagne and his heritage : 1200 years of civilization and science in Europe = = Karl der Grosse und sein Nachwirken : 1200 Jahre Kultur und Wissenschaft in Europa, 3 vol., Turnhout 1997, vol. I, p. 367–396, p. 371.
- ⁴⁶ FRITZ VIKTOR ARENS, 1938 (cf. note 9), p. 45. Pour lui, le pied drusien mesure ici 0,332 8 m : on est à un dixième de millimètre, mais le problème n'en est pas résolu pour autant.
- ⁴⁷ WALTER BOECKELMANN, *Von den Ursprüngen des Aachener Pfalzkapelle*, in : Wallraf-Richartz Jahrbuch 19, 1957, p. 9–38, arrête le pied à 0,332 9 m.
- ⁴⁸ ERIC C. FERNIE, *Historical Metrology and Architectural History*, in : Art History, vol. 1, n° 4, décembre 1978, p. 383–399, p. 388, dubitatif quant à un diamètre extérieur de 100 pieds de l'édifice.
- ⁴⁹ STEFAN WINTERMANTEL, dans *Geometrie, Maß und Zahl an der Aachener Marienkirche Karls des Großen, an der karolingischen Abteikirche in Kornelimünster und an der Einhardsbasilika in Michelstadt-Steinbach*, in : Zeitschrift des Aachener Geschichtsverein (ZAGV), Bd. 119/120, 2017/2018, p. 51–194 (en partie en ligne : http://www.belsener-kapelle.de/karolinger_aachen.html) propose un pied à 0,285 4 m, du type avancé par les auteurs pour les parties gothiques du complexe ecclésial. Ce pourrait être un pied 24/25 mais il n'existe pas encore au VIII^e siècle, voir note 21. Il en déduit une coudée, idée étonnante dans ce contexte, à 0,428 1 m d'après sa lecture des cercles *inscrits* de l'octogone (33 ½ coudées), de l'hexadécagone du second étage (72 coudées), et de celui formé par le mur extérieur (77 coudées).
- ⁵⁰ Les passages en revue bibliographiques de ULRIKE HECKNER, 2012 et 2013 (cf. note 41), permettent de repérer nombre de ces projections qui font plutôt penser aux dessins des architectes italiens de la Renaissance.
- ⁵¹ Quand il apparaîtra, au XI^e siècle au plus tôt, ce sera sous la forme d'un pied du type de 18 doigts, beaucoup plus long (~ 0,331 m) que celui résultant du calcul de Ulrike Heckner (0,322 4 m). L'appui sur ROLF C. A. ROTTLANDER (je suppose dans <https://vormetrische-laengeneinheiten.de/html/fortsetzung.html#-piedDeRoi>) n'est pas probant. Voir encore note 21 ci-dessus et mon travail mentionné à la note 7, p. 209.
- ⁵² ULRIKE HECKNER, 2012 (cf. note 41), p. 50, évoque bien cette possibilité, mais ne poursuit pas.
- ⁵³ C'est ainsi que Ulrike Heckner, 2012 (cf. note 41), p. 43, l'établit mais, comme observé, en tant que cercle inscrit.
- ⁵⁴ La précision est satisfaisante : le pied mesurerait ici 0,276 34 m, l'identique à quelque trois dixièmes de millimètre près ; à l'inverse, $28 \times 0,276 = 7,728$ m, le même rayon, à un centimètre près, sur plus de 7 mètres.

⁵⁵ Soit le nombre A et soit une première approximation (a1) de sa racine carrée, faite de tête. Une meilleure approximation (a2) est donnée par la formule $a2 = \frac{1}{2} (a1 + A/a1)$; on peut réitérer l'opération pour trouver (a3), etc.

RÉSUMÉ

Le Plan du monastère de Saint-Gall et l'implantation au sol de la Chappelle palatine de Charlemagne à Aix-la-Chapelle sont ici mis en parallèle. À la lumière du double héritage métrologique (romain et byzantin) de l'Antiquité tardive, de nouvelles hypothèses sont avancées à propos des unités de mesure employées. Des usages propres à l'Église en matière de mesure des terrains se révèlent alors. La *canna d'ara* de 4 pieds de 15 doigts s'avère être une composante clé dans la conception de l'un et l'autre des monuments examinés. Le rôle du pied de 18 doigts comme unité de mesure des édifices religieux contemporains, déjà attesté, est également confirmé.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Plan des Klosters St. Gallen und der Grundriss der Pfalzkapelle Karls des Grossen in Aachen werden hier miteinander verglichen. Im Lichte des doppelten metrologischen Erbes (römisch und byzantinisch) der Spätantike werden neue Hypothesen bezüglich der verwendeten Masseinheiten aufgestellt. In der Folge werden die kircheneigenen Praktiken im Bereich der Landvermessung offengelegt. Die 4 Fuss zu 15 Finger lange *Canna d'ara* erweist sich als Schlüsselmaß in den beiden untersuchten Grundrissen. Die bereits bekannte Rolle des Fusses zu 18 Fingern als Masseinheit für zeitgenössische religiöse Gebäude wird ebenfalls bestätigt.

RIASSUNTO

La pianta dell'abbazia di San Gallo viene qui esaminata in relazione all'impianto al suolo della Cappella Palatina di Aquisgrana. Partendo dalla doppia eredità metrologica della tarda antichità (romana e bizantina), sono avanzate nuove ipotesi sulle unità di misura utilizzate. Emergono così modi specifici, propri alla Chiesa medievale, in fatto di misurazione dei terreni. La *canna d'ara* di 4 piedi di 15 dita si rivela una componente chiave nel concepimento di entrambi i monumenti. Il ruolo del piede di 18 dita, già attestato come unità di misura in edifici religiosi contemporanei, si vede così confermato.

SUMMARY

This paper compares the scale and size of the St. Gall monastery ground plan with that of Charlemagne's Palatine Chapel in Aachen. In view of the twofold metrological legacy (Roman and Byzantine) of late Antiquity, new insights into the then customary means of measuring are presented, in turn giving insight into specific church practices in surveying the land. The *canna d'ara* based on four 15-finger feet proves to be a key in the design of both plans. The already documented role of the 18-finger foot as a unit of measurement in contemporary religious buildings is also confirmed.