

Vom Geist des Widerspruchs

Autor(en): **Mehrtens, Herbert**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Wechselwirkung : Technik Naturwissenschaft Gesellschaft**

Band (Jahr): **4 (1982)**

Heft 15

PDF erstellt am: **20.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-653229>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Mathematik — Mathematisierung

Alles ist geordnet nach Maß, Zahl und Gewicht – sagt die Bibel und empfiehlt dem Menschen, sich die Erde untertan zu machen. Dieses Prinzip wirkt bis heute: Mathematisierung ist eines der wichtigsten Werkzeuge der Menschen zur Herrschaft über die Natur – aber auch über die Menschen selbst. In nahezu allen heutigen Wissenschaften ist in irgendeiner Form Mathematik enthalten; sie verbirgt sich in Gesetzen, Strukturen, Maschinen und Institutionen. Dabei ist ‚Mathematisierung‘ zu einem Schlagwort geworden, verknüpft mit der Vorstellung, für beliebige Bereiche der Wirklichkeit ‚mathematische Modelle‘ aufstellen zu können.

In diesem Schwerpunkt wollen wir nun direkter nach der Mathematik fragen – und dies auch aus historischer Sicht: In dem Entstehungsprozeß von mathematischem Werkzeug lassen sich rückblickend die dahinterstehenden gesellschaftlichen Interessen oft schärfer erkennen als in dem fertigen Konstrukt. Entsprechendes gilt für die Grenzen der Anwendung mathematischer Methodik.

Die bisweilen enge Verbindung von gesellschaftlichen Bedürfnissen und der Entwicklung mathematischen Verfügungswissens produziert nun gerade die „beiden Seiten der Medaille“: Einerseits wird die Hand- und Kopfarbeit erleichtert, Mythen und Dogmen werden aufgebrochen wie etwa in der aufkommenden bürgerlichen Gesellschaft der Renaissance; andererseits entstehen in der Arbeit neue Sachzwänge, die Rationalität mathematischer Systeme wird zu einem neuen Mythos.

Wir sehen heute, daß die Mathematisierung in Form von Mikrocomputern, Netzplänen, statistischen Entscheidungskalkülen in unser Leben eindringt. Wir erleben, wie uns die Verfügung über unser Leben entzogen wird. Unter den gegebenen Herrschaftsverhältnissen und ökonomischen und politischen Tendenzen erscheint uns dies besonders gefährlich.

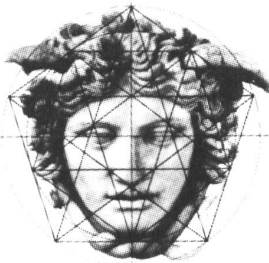
Hier muß der Widerstand gegen das Verfügbar-Machen ansetzen, muß Wissenschaftskritik geleistet werden. Hier sind die ‚Fachexperten‘ daran zu messen, inwieweit sie sich auf die Interessen der wirtschaftlichen und politischen Eliten einlassen.

Einen Beitrag hierzu kann die Zusammenarbeit mit den Gewerkschaften liefern, aber auch die Beiträge von Wissenschaftsläden – oder die kritische Reflexion in Schulen. Dies sind nur einige Möglichkeiten. Welche von ihnen ich wähle, hängt von den Gegebenheiten meines Arbeitsplatzes ab.

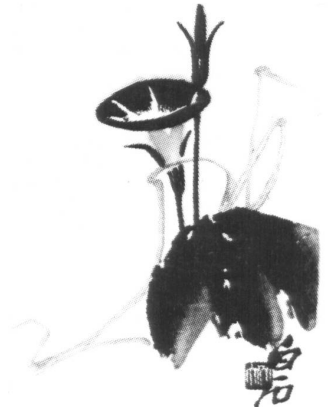
Über dem Problem der Mathematisierung und ihren Folgen soll nun nach der Mathematik selbst gefragt werden, nach ihrer Gewißheit, ihren inneren Widersprüchen und ihrem Bezug zur ‚Wirklichkeit‘. Dies leisten die Beiträge von Breger, Krause und Mehrrens. Das Bemühen von Hochschulmathematikern um mehr Anwendungsbezug mathematischer Theorien wird durch den Beitrag einer Darmstädter Arbeitsgruppe dokumentiert. Verschiedene Aspekte der Mathematisierung behandeln die weiteren Artikel:

McKenzie zeigt am historischen Beispiel der Eugenik, wie soziale Interessen in die Konstruktion mathematischer Werkzeuge eingehen. Einen historischen Abriss der Mathematisierung der Ökologie liefert Schramm. Gefahren und Tendenzen, die in die Zukunft des Rechtswesens wiesen, werden durch Voogd angedeutet. Darüber hinaus haben Hieke und Schmale Informationen zum Bereich mathematischer Modellierung zusammengestellt.

Herbert Mehrrens



Vom Geist des Widerspruchs



Wo beginnt Mathematik? Woher hat sie ihre Gewißheit? Statt den aussichtslosen Versuch einer gültigen Antwort zu machen, werden hier assoziativ Aspekte verschiedener Antworten über das Denken, die Praxis und die Bedeutung der Mathematik zusammengetragen. Dabei stellt sich heraus, daß immer wieder das Gespenst des Widerspruchs mit seinen Ketten rasselt.

Der fünfzackige Stern

In ihrem Roman „Shikasta“, einer Mythologie unserer Welt, beschreibt Doris Lessing zu Beginn den Zustand kosmischer Harmonie. Symbol der Harmonie und Mittler der Kräfte sind die „mathematischen Städte“, jede ein perfektes Artefakt, gestaltet im Geist einer Figur, eines Kreises, eines Quadrats oder

eines fünfzackigen Sterns, mit ihren Bewohnern ein funktionierendes Ganzes – anders als unsere Städte, deren bewußtloses Chaos die Menschen zum Wahnsinn treibt. Wie kann Mathematik, heute, so leicht, so selbstverständlich Teil eines Mythos von Harmonie und Ganzheit sein? Ist es nicht die gleiche Mathematik, die durch Architektur, Ökonomie und Technik ins Chaos unserer Städte eingeht?

Vor kurzem sprach ich mit einem Freund, der Maße und Proportionen von Gemälden der Renaissance analysiert hat. Diese Strukturen in den Bildern faszinieren ihn. Sie sind ihm, selbst Künstler, auch ein Zugang zur Kunst. Vor Jahren hörte ich einen Mathematikhistoriker reden über die Mathematik in den ägyptischen Pyramiden. Nach dem Vortrag herrschte betretenes Schweigen. Er war zu weit gegangen, hatte immer mehr geheime mathematische Zusammenhänge gefunden, an deren

Realität oder Bedeutung niemand mehr glauben mochte. Wir produzieren die Mathematik in unseren Köpfen, und wir sehen Strukturen in den Dingen der Natur und in den Artefakten, die wir als mathematische wahrnehmen. Ist die Mathematik in den Dingen? Oder ist sie nur von uns erdacht? Wo liegt ihre Wahrheit, ihre Objektivität? Niemand kann darauf eine klare und überzeugende Antwort geben. Ich glaube, es gibt keine „eindeutige“ Antwort. Das Haus des mathematischen Denkens wird vom Geist des Widerspruchs heimgesucht. Über die Widersprüche will ich schreiben, über Widersprüche in der Wahrnehmung, im Denken, in der Logik, der Praxis und der Anwendung der Mathematik.

Auf der Terrasse, auf der ich mit dem Freund, dem Künstler, sprach, blüht eine blaue Winde. Ihr Blütenkelch öffnet sich in einen fünfzackigen Stern. Der fünfzackige Stern ist ein altes Symbol: Drudenfuß, Pentagramm. Er war Bundeszeichen auch der Pythagoräer, jenes religiös-politischen Geheimbundes, von dem der Begriff „Mathematik“ stammt. Für die Pythagoräer lag das Geheimnis des Kosmos, sein wahres Sein, in den Zahlen und ihren Verhältnissen. Es mag sein, daß sie die Entdeckung, daß es etwas gibt, das nicht dem Gesetz von Zahl und Proportion gehorcht, an ihrem Zeichen, dem Sternfünfeck, gemacht haben. Was ist das Zahlenverhältnis der Strecken zwischen zwei benachbarten und zwei gegenüberliegenden Ecken des Sterns? Für eine solche Frage hatte man ein einfaches Verfahren. Ein Verhältnis war immer ein Verhältnis ganzer Zahlen. Mit der „Wechselwegnahme“ kann man das gemeinsame, ganzzahlige Maß zweier Strecken bestimmen, indem man die größere mit der je kleineren Strecke ausmißt, so lange, bis kein Rest bleibt. Im Sternfünfeck aber, man kann es fast sehen, führt dieser Meßprozeß ins Unendliche. Das gleiche Verhältnis wiederholt sich immer wieder, von einem Stern zum nächsten. Es gibt kein Ergebnis; die Strecken besitzen kein gemeinsames Maß; kein Zahlenpaar kann ihr Verhältnis erfassen.

In der Folge der ganzen Zahlen, 1, 2, 3, ..., ebenso wie im Meßprozeß der Wechselwegnahme, der die gleiche Handlung immer wiederholt, haben wir ein erstes Unendlich, das der Wiederholbarkeit. Im Sternfünfeck begegnet uns ein zweites Unendlich, dem wir mit dem Zählen nicht mehr beikommen. Es entspringt aus der Geometrie, aus der Stetigkeit der Bewegung, mit der wir eine Linie ziehen können. Es gibt Punkte auf einer Strecke, die sie so teilen, daß es dazu kein Verhältnis ganzer Zahlen gibt. Die stetige Bewegung durchläuft alle diese Punkte, viel mehr, als wir durch schrittweises Zählen erreichen können.

In Zahlen gefaßt wurde dieses zweite Unendlich erst später. Für die Griechen waren es „unmeßbare“ Größenverhältnisse, denen keine Zahl entsprach. Heute heißen die Zahlenverhältnisse „rationale“ Zahlen, die Zahlen, die den Punkten der Geraden entsprechen, heißen „reell“. Die neuen Zahlen, die die unmeßbaren Verhältnisse erfassen, sind die „irrationalen“ Zahlen.

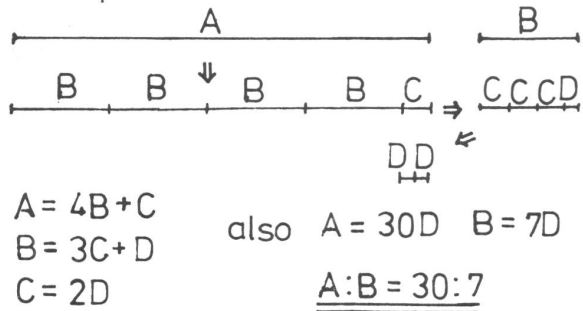
Dieses „Irrationale“ findet sich auch im Verhältnis von Seite und Diagonale des Quadrats oder bei Umfang und Durchmesser des Kreises, in ganz elementaren Figuren also. Bei jenem Gespräch auf der Terrasse habe ich mich gefragt, mit einem Blick auf die blaue Blüte, ob wir im fünfzackigen Stern die besondere Qualität der geometrischen Figur direkt wahrnehmen, ob wir sozusagen den Durchblick ins Unendliche spüren. Aber mit dieser Frage bin ich schon auf dem Wege von der Struktur in den Dingen zur Mathematik in meinem Kopf. Es gibt da kein Hinweisschild: „Achtung, Irrweg!“ Auch der goldene Schnitt ist „irrational“; im fünfzackigen Stern ist er vielfach enthalten. Das ästhetische Geheimnis der Gestalt und das mathematische Geheimnis der Regelmäßigkeit und des



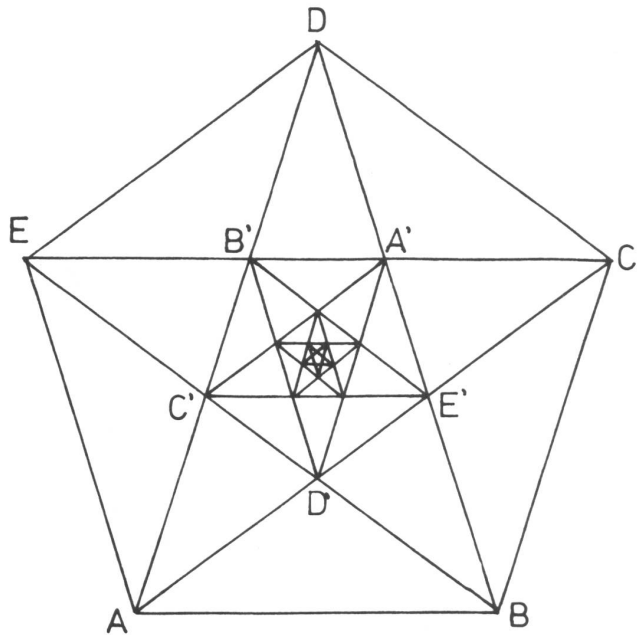
Wechselwegnahme und Sternfünfeck

Die Pythagoräer glaubten, daß es für zwei beliebige Strecken A, B immer eine Meßstrecke gebe, die beide ohne Rest ausmißt, so daß man ein ganzzahliges Verhältnis A:B angeben kann. Um dieses Maß zu bestimmen, benutzten sie ein ursprünglich handwerkliches Verfahren, die „Wechselwegnahme“.

Dabei mißt man zuerst die größere Strecke A mit der kleineren B aus. Wenn kein Rest bleibt, ist man fertig. Bleibt ein Rest C, so mißt man B mit C aus, denn C ist kleiner als B. Bleibt wieder ein Rest, so wiederholt man dieses Verfahren, indem man immer mit dem verbleibenden Rest die Strecke ausmißt, mit der zuletzt gemessen wurde, so lange, bis kein Rest mehr bleibt. Die allerletzte Strecke ist das gemeinsame Maß von A und B. Beispiel:



Am Sternfünfeck aber bleibt immer ein Rest:



Das Verhältnis AD:ED soll bestimmt werden. Aber ED ist gleich C'D, der Rest ist also AC'. Nun ist AC' = B'D, und B'C' ist der neue Rest. Nun muß B'D mit B'C' ausgemessen werden. Aber weil B'DA'D' ein Parallelogramm ist, ist B'D = D'A'. Außerdem ist DA' = C'A'. Es ist also wieder die Diagonale C'A' eines Fünfecks mit der Seite B'C' auszumessen. Die Konstellation ist die gleiche wie zu Beginn. Die gleichen Schritte werden folgen, die zum nächstkleineren Fünfeck führen, und so weiter, unendlich oft.



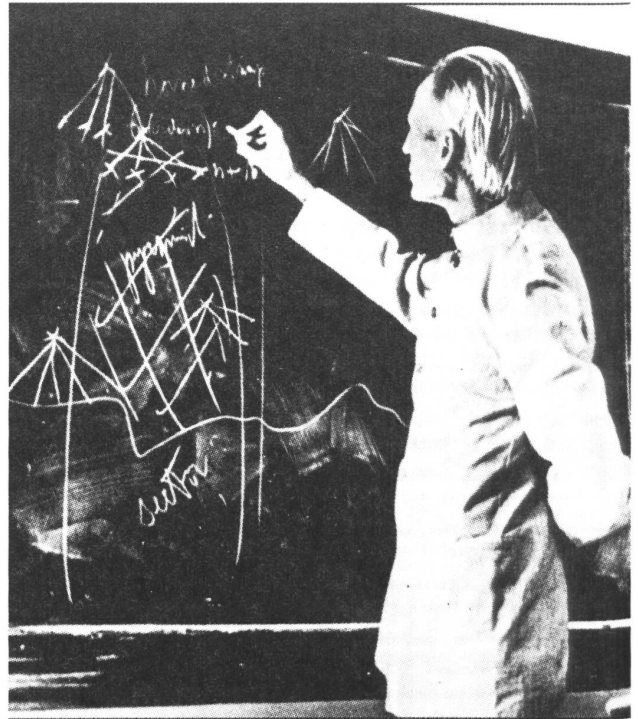
Unendlichen sind in der gleichen Figur. Im gleichen Gegenstand haufen zwei Erlebnismöglichkeiten, zwei Kommunikationsformen, zwei Wahrnehmungsformen, untrennbar verstrickt.

Auch in der Mathematik des Sternfünfecks steckt eine Spannung, eine Dialektik von Ding und Tun. So wie im magischen Akt aus der einen, in sich zurückkehrenden Bewegung das Symbol, der Drudenfuß, erzeugt wird, der dann als Ding für sich steht, ohne Erinnerung an die Bewegung, so auch in der Mathematik. Das Sternfünfeck ist als Gestalt da, unabhängig von Größe, Zeit und Ort. Die Analyse der Figur mit der Wechselwegnahme, die so offensichtlich praktischen Ursprungs ist, geschieht mit einer Handlung. Die Gestalt drängt die Handlung ins Unendliche. Zwei Beziehungen von Mensch und Welt begegnen sich hier, erscheinen beide „mathematisch“, die Anschauung und die Handlung. Diese Begegnung macht Mathematik, vielleicht alle Mathematik, möglich. Aber die Mathematik will scharfe, eindeutige, unveränderliche Begriffe. Mit Sein und Werden, Ding und Tun, Objekt und Prozeß konfrontiert, entscheiden sich die Mathematiker für Sein, Ding, Objekt – auch wenn sie ausgehen von einer Welt, die in Fluß ist, voller Beziehungen, voller Wirken.

Doris Lessings mathematische Städte sind ein passendes Bild im Mythos von Harmonie und Ganzheit. Die mathematische Struktur der Städte ist fest und durchdringt das kleinste Detail. Das Wissen um die Strukturen und um den Ort der Bewohner ist intuitiv und vollständig. So, intuitiv-sinnlich, wird Kraft und Ordnung des Kosmos ins Sein des einzelnen aufgenommen. Aber der Mythos erschreckt; die Ordnung, das Wissen, das Sein verzichten auf Werden und Wirken. Es fehlt das, was auch unsere Mathematik ausmacht, das Herstellen und Handeln. Aber auch unsere Mathematik vermag solches Erschrecken auszulösen, wenn sie als feste, scheinbar unwandelbare Struktur da steht und behauptet, so sei die Natur der Dinge.

Modernisierung

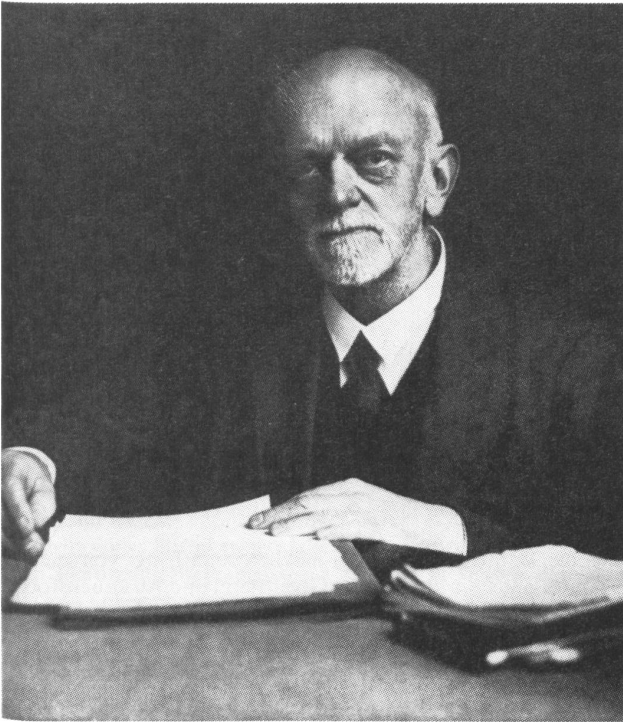
In der Zeit der Weimarer Republik herrschte auch in der Mathematik Krise: die „Grundlagenkrise“. Im Zentrum stritten zwei geniale, arrogante Mathematiker, David Hilbert und Egbertus Brouwer. Hilbert sagte: Die Mathematik ist absolut gewiß, wir können jedes gestellte Problem lösen. Brouwer dagegen: Gewiß ist nur die Mathematik, die in innerer Anschauung aus der Urintuition des Eins-nach-dem-anderen aufgebaut ist, wir können nicht wissen, wie weit die Konstruktion gehen kann, solange wir sie nicht durchführen. Hilbert: Mathematik ist formale Theorie, ohne Inhalt, aufgebaut auf wenigen Axiomen, die die Beziehungen von sonst eigenschaftslosen Symbolen festlegen; im mathematischen Denken manipulieren wir Symbole: „Am Anfang war das Zeichen.“ Brouwer: Am Anfang war der Zerfall der Einheit der Welt in Nacheinander und Nebeneinander, daraus kommt die mathematische Intuition, erst dann folgen Sprache, Symbole, der Irrweg des Intellekts. Für Hilbert war die „Existenz“ mathematischer Begriffe gleichbedeutend mit der Freiheit von Widersprüchen, die er durch mechanisches Manipulieren von Symbolen, durch maschinenhaftes Denken beweisen wollte. Für Brouwer war ein solcher Beweis ohne Bedeutung, die axiomatische Methode mit ihren Symbolen nur ein sinnloses Spiel, Existenz bedeutete für ihn Konstruierbarkeit. Aber Brouwer, der Pessimist, Rektionär, Mystiker, verlor den Streit. Er war unmodern. Hilbert besitzte den Widerspruch Brouwers, aber seine gewißheitsbegründende Maschinerie versagte. Beantwortet wurde die Frage nach Anfang und Gewißheit nicht.



L.E.J. Brouwer

Die Moderne in der Mathematik ist gebündelt in Hilberts axiomatischer Methode. Es ging nun um ein System von vielfach zusammenhängenden, fein gesponnenen Strukturen, reine Beziehungsgefüge ohne Objekt. Nur die Struktur ist gefragt, ihre Träger sind der Mathematik gleichgültig. 1948 schrieb Bourbaki, für zwei Jahrzehnte Hohepriester der Strukturmathematik: Die axiomatische Methode ist weiter nichts als das Taylorsystem der Mathematik. Diese Metapher hat Gehalt, mehr als gemeint war. So wie das Taylorsystem die lebendige Arbeit vergißt und sie in ihrer Form gefügig machen will, vergißt der mathematische Formalismus die Welt, die Anschauung und das Handeln. Brouwers „Anfang“ scheint verloren. Doch wird die Mathematik so noch effektiver. Nichts kann sich mehr dem Zugriff der reinen Form entziehen, alles muß sich der Reduktion auf Struktur und System aussetzen. Aber der Widerspruch ist nicht gebannt. Heute scheint die Moderne nicht mehr modern. Wieder streiten sich Mathematiker, was wichtiger sei, das konkrete Problem oder die formale Theorie, die Anschauung oder der Formalismus. Die Krise der Modernisierung hält an, gewinnt wieder an Macht.

Der Blick in die verwandte Vergangenheit des Grundlagenstreits mahnt zur Vorsicht bei der Parteinahme. Erstens: Wenn die Mathematiker sich streiten, dann streiten sie für die Mathematik, für ihr Interesse. Es geht ihnen immer auch um die richtige Politik fürs Fach. In der Großartigkeit, mit der sie dabei das Partikulare ihrer Profession zum Allgemeinen des menschlichen Denkens erheben, steckt ein arroganter Machtanspruch. Zweitens: Auf die Krise der bürgerlichen Gesellschaft, in der die Krise der Mathematik ein Teil war, folgte die Herrschaft des Faschismus mit dem inneren Widerspruch zwischen rückwärtsgewandter politischer Ganzheitsromantik und moderner Industrie-, Kriegs- und Vernichtungsmaschinerie. Ähnlich in der Zwergenwelt der Mathematik: hier die anschauungsvollen, volksnahen „Deutschen“ Mathematiker, gut Freund mit Brouwer, vergeblich bemüht, im Wissenschaftsbetrieb die Macht zu ergreifen, dort die braven Bürger, die Modernen, die die Macht hatten im Betrieb und sie verteidigten um den Preis



David Hilbert

der Einpassung in die faschistische Raserei entfesselter Modernität.

Begonnen hatte die mathematische Moderne um 1800, in der Zeit der bürgerlichen und der industriellen Revolutionen. Zuvor hatte die Mathematik noch ein Objekt, die idealisierte Anschauung der Natur. Aber sie hatte diese Bindung schon oft durchbrochen. Das „irrationale“ Streckenverhältnis im Sternfünfeck nachzuweisen ist nicht Sache der Empirie. Aber es ist „Anschauung“, hat Bezug auf ein erlebbares, sichtbares Objekt. Ebenso das Zählen und die Arbeit mit Brüchen. Doch die Zahl $\sqrt{2}$, die das irrationale Verhältnis von Seite und Diagonale des Quadrats erfaßt, ist nur mehr „anschaulich“, wenn der Gedanke an das Quadrat sie begleitet. Schon das Negative, -1 , verweigert sich der Anschauung, viel schlimmer dann das „imaginäre“ $i = \sqrt{-1}$. Doch es ist nützlich in der Algebra, Wurzeln aus jeder Zahl ziehen zu können, und so imaginierten sich die Mathematiker schon früh diese neue Art von Zahlen. Aber das „Amphibium zwischen Sein und Nichtsein“ blieb ihnen unheimlich bis ins 19. Jahrhundert.

In der Zeit der Revolutionen begann sich die Mathematik endgültig selbständig zu machen. Sie löste sich aus ihrer Bindung an die Physik und vergaß den alten Vorbehalt, daß sie die Welt beschreiben müsse und darum jenes $\sqrt{-1}$ gar nicht existieren könne. Sie verließ die Ordnung, die sie längst schon durchbrochen hatte, und fand eine neue Freiheit der Theorie, aus der transfinite Zahlen, parabolische Geometrien, n-dimensionale Mannigfaltigkeiten und algebraische Ideale erwachsen. Die Autonomie des mathematischen Theoretikers wurde derweil gesichert in der sozialen Rolle des Professors, der in seinem Fach, und auch nur dort, zu lehren und zu forschen hat, der „Freiheit der Wissenschaft“ gewiß. Die Kosten der Autonomie lagen in der Ächtung der Anschauung, in immer neuen theoretischen Konstruktionen, die von vielen Mathematikern „pathologisch“ genannt wurden, in der Zersplitterung der Wissenschaften, in der Entfernung von Theorie und Anwendung.

Um die Wende zum zwanzigsten Jahrhundert erkannten die Mathematiker, daß sie mit neuen Werkzeugen arbeiteten, mit

formalsprachlichen Theoretisierungen und mit mathematischer Logik. Sie erkannten die Werkzeuge erst, als sie brachen. Der Turmbau der neuen, theoretischen Mathematik sollte in Logik begründet und formuliert werden und ins Unendliche aller Unendlichkeiten reichen. Aber dort oben zeigte sich der Widerspruch, und der Riß ging bis in die Basis des Gebäudes. Brouwers Antwort war, das Gebäude zu verlassen und neu und bescheiden zu erbauen. Hilbert aber wollte sich „aus dem Paradies nicht vertreiben“ lassen. Er versuchte, den Schutzwall der Widerspruchsfreiheit zu bauen, zugleich um den Gültigkeitsanspruch der modernen Mathematik zu sichern und um das Wissenschaftssystem gegen den Angriff Brouwers zu verteidigen. So kam die Mathematik in ihre Modernisierungs-krise.

Hilberts Traum war der vom Paradies wissenschaftlicher Freiheit, in dem es keine Fragen nach der Rechtfertigung theoretischen Denkens gibt, solange es mit sich selbst in Einklang bleibt, „schön“ und „fruchtbar“. Von einer besseren Gesellschaft träumte er nicht, wohl aber von einer Herrschaft der Mathematik über alle Wissenschaften. Er sah eine „prästabilierte Harmonie“ von Natur und mathematischem Denken. Verlassen hat er sich dabei auf die Harmonie des Systems von Gesellschaft und Wissenschaft und seines Marktes, der irgendwie die Zusammenhänge herstellt zwischen Anschauung und formalem Denken, zwischen Wissenschaft, Lehre und Anwendung. Hilbert träumte sich eine Turing-Maschine, die mathematische Gewißheit produziert. Der Mechanismus des Denkens beginnt mit einer Konstellation von Zeichen, macht – tick, tick, tick – eine Minimalbewegung nach der anderen und stoppt bei einer neuen Konstellation. Keine Magie, kein Zauber, nur mechanischer Zwang. Die Maschine kennt keine Widersprüche, treibt sie aus, gewaltsam.

Brouwers Traum war der des Mystikers, das Erleben von Einheit, Ganzheit, Zusammenhang. Er hatte einen Traum von einer anderen Gesellschaft. Mit einer Gruppe Gleichgesinnter wollte er die Sprache aus einem Instrument für Lüge, Unterdrückung und Qual in ein Mittel zum Ausdruck spiritueller Kräfte und Werte verwandeln. Sein Bild vom Menschen war negativ, aber er hatte eine Utopie. Sein Traum, seine Arroganz, auch der Streit mit Hilbert haben ihn in die Nähe des Faschismus gebracht. In der Mathematik wollte er zurückkehren zur Einheit von Intuition und Denken, eine Einheit, die längst und endgültig verloren war. Die Rückkehr, soll sie für eine lebende Praxis erzwungen werden, muß diese Praxis vernichten. Die Nationalsozialisten, auch die Nazi-Mathematiker, haben Stellvertreter vernichtet. Ein Stern kehrte als magisches Symbol zurück, das Gespenst der Widersprüche zu vertreiben, der Judensterne. Die Rückkehr in die Heimat kennt keine Widersprüche, treibt sie aus, gewaltsam.

Mathematisierung

Hermann Weyl sagte 1922: „Brouwer – das ist die Revolution!“ Zwei Jahrzehnte später zog er ein resigniertes Fazit aus der Debatte:

„Die letzten Grundlagen und die eigentliche Bedeutung der Mathematik bleiben ein offenes Problem; wir wissen weder, in welcher Richtung seine Lösung zu finden ist, noch, ob überhaupt eine endgültige objektive Antwort erwartet werden kann. Vielleicht ist ‚Mathematisieren‘, wie Musizieren, eine schöpferische Tätigkeit des Menschen, deren Produkte nicht nur formal, sondern auch inhaltlich durch die Entscheidungen der Geschichte bedingt sind und daher vollständiger objektiver Erfassung trotzen.“

Hier präsentiert sich eine Wende im Selbstverständnis der Ma-

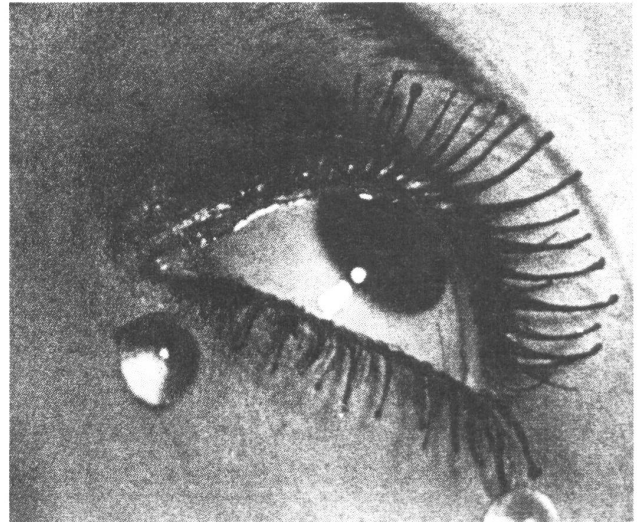
thematik. Das Schöpferische, die Aktivität ist betont, sogar die „Entscheidungen der Geschichte“, eine Evolution von Form und Inhalt der Mathematik also – ohne den Gedanken an das System der Wahrheiten im Himmel der Ideen. Aber er sagt nicht, was mathematisiert wird, und wie die historischen Entscheidungen über die Inhalte zustande kommen. Der Verweis aufs Musizieren meint Mathematik als Kommunikation; da kommt es auf den Stoff, aus dem Musik oder Mathematik gemacht sind, nicht so sehr an. Für zweckfreies Wissenschaften in heiterer Reinheit mag das hingehen, doch gibt es das nur um den Preis von Borniertheit und Verdrängung. Die Form der Mathematik drängt sich in die Wirklichkeit. Unsere Städte sind nicht mathematisch, sie sind mathematisiert: der U-Bahn-Fahrplan, die Ampelschaltung, der Geldautomat, alles voll materialisierter Mathematik.

Im Wissenschaftsbetrieb der Mathematik, vor allem in der Didaktik ist „Mathematisierung“ heute ein Schlagwort geworden. Durch die Mathematisierung von konkreten Problemen soll der Entwicklung von Mathematik und dem Erarbeiten mathematischer Fähigkeiten Sinn gegeben werden. Der verlorene Bezug auf die Wirklichkeit, der geschwundene Zusammenhang soll durch eine Praxis, die in der Wirklichkeit Sinn findet, heimgeholt werden. Das Ziel scheint richtig; wie weit der Versuch in den bestehenden Verhältnissen trägt, ist die Frage. Voraussetzung und Problem ist, daß es kein Zurück zu einem „natürlichen“ Objekt von Mathematik gibt. Mathematisierung in ihrer heutigen Form ist möglich, weil der Werkzeugkasten Mathematik universell ist. „Strukturen“, Beziehungsgefüge, Verläufe, Mengen, Häufigkeiten usf. gibt es überall; irgendetwas aus dem Kasten wird schon passen.

Zur Zeit Galileis war das anders. Der Werkzeugkasten gehörte Gott, die Natur war sein Werk, und das war fertig. Galilei meinte, Gott über die Schulter schauen zu können und im Buch der Natur die mathematischen Lettern zu sehen. Die neue Wissenschaft stand an Gottes Thron gelehnt und begann, in dem Buch zu blättern, während Gott abdanken mußte und sich in seine Bibliothek zurückzog. Im 18. Jahrhundert war die Mathematik das Symbol der Rationalität, der Wahrheit, der Erkenntnis. Die Höhe dieses Podests stand in groteskem Widerspruch zur logischen Begründung und zu den technischen Möglichkeiten der Zeit. Aber das Bild der Welt war das einer vollständigen Ordnung, in der jede Bewegung, der Fall jeder Träne prinzipiell vom mathematischen Intellekt berechenbar war. Von diesem Bild lebt die Wissenschaft noch heute. Wir können hoffen, daß es – wenn auch langsam – stirbt.

Zweckhaft falsches Bewußtsein war jenes Bild schon im 19. Jahrhundert. Die eine große mathematische Ordnung zerteilte sich in die vielen Berechnungen. Statt des einen großen Uhrmachers gab es nun viele, die ihre Uhren um die Wette bauten. Erst jetzt war es möglich, Natur mathematisierbar zu machen. Nun konnten Geschützrohre so genau gebohrt und Richtmechaniken so präzise konstruiert werden, daß die theoretische Ballistik anwendbar wurde. Die „Wahrheit“ der Mathematik und ihre Beziehung zur Natur verschwanden in Arbeitsteilung, Systemdifferenzierung und Funktionalisierung. Wenn es eine Wahrheit der Mathematik gibt, dann liegt sie in ihrer Praxis. Die Wahrheit ist über die fragmentierte Gesellschaft verstreut; in dem Kelch, den viele Mathematiker immer noch ehrfurchtsvoll vor sich hertragen, ist nur ein kleiner Rest.

Es ist eine böse Wahrheit. Die Mathematik ist in die Geräte der Militärmaschine, des Fabriksystems, der Überwachungs- und Kontrollinstanzen eingegossen. Dennoch kann man eine gute Wahrheit träumen, in der die Maschinen, Systeme und Instanzen flexibel sind und behutsam. Mit Mathematik? Mathematik ist eine Sprache. Man kann über alles ein Gedicht machen; man kann auch alles mathematisieren. Ob das Gedicht



oder die Mathematik gut und nützlich sind, hängt von vielem ab, unter anderem davon, wie Gegenstand und Ausdrucksform zusammenkommen. Die Mathematik ist die Sprache der Eindeutigkeit, der mit sich identischen Dinge, der festen Regeln. Das kann lustvolles Denken sein. Sie ist eine ungeheuer effektive Sprache im Umgang mit der Natur; dieser Umgang kann gut und nützlich sein. Doch Sprache ist auch ein Instrument der Unterdrückung. Der westliche Kolonialismus hat den Beherrschten immer auch seine Sprache aufgezwungen. Auch das war – erschreckend – effektiv. Wenn die Natur sich mit uns, mit sich, in uns verständigt, hat sie viele Dialekte; Mathematik ist nur einer davon.

Eine japanische Tuschezeichnung von einem Ahorn vermittelt eine ästhetische Botschaft. Sie entnimmt dem Baum oder den vielen Bäumen eine Struktur, ohne ihn zu berühren. Ein Bonsai-Bäumchen, ein Ahorn, mag die gleiche Botschaft tragen. Doch es ist berührt. Vom Keimling an wurde es eingeeignet, beschnitten, verkrümmt. Aber wie es jetzt da steht, in einer erdigen Schale aus Ton, ist er schön, ist Natur und auch nicht.

