Zeitschrift: Wasser Energie Luft = Eau énergie air = Acqua energia aria

Herausgeber: Schweizerischer Wasserwirtschaftsverband

Band: 95 (2003)

Heft: 3-4

Artikel: Méthodes d'analyse pour la prédiction et le contôle du comportement des barrages = Methods of analysis for the prediction and the verification of dam behaviour

Autor: Hagin, Bernard

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-939448

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 18.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Méthodes d'analyse pour la prédiction et le contrôle du comportement des barrages

Methods of analysis for the prediction and the verification of dam behaviour

- *Edité par le Comité suisse des barrages à l'occasion du 21e Congrès de la Commission internationale des grands barrages à Montréal, juin 2003*

- *Edited by the Swiss Committee on Dams on the occasion of the 21st Congress of the International Commission on Large Dams, Montreal, June 2003*

Préface

Une déviation du comportement effectif d'un barrage par rapport au comportement souhaitable peut être annonciatrice de l'apparition d'anomalies de comportement. Il est de ce fait essentiel de maîtriser la méthodologie d'analyse sous-jacente, par ailleurs utilisée depuis de nombreuses années à cette fin en Suisse.

L'apparition d'une génération nouvelle d'ingénieurs en barrages, qui n'ont pas participé au développement de la méthodologie, rend sa transcription nécessaire et, ce faisant, sa réévaluation en fonction des expériences faites. C'est ce à quoi s'attache le présent document.

Ce rapport se concentre sur la comparaison observation-prédiction. Il est cependant rappelé que, aussi importante qu'elle soit, cette comparaison n'en demeure pas moins qu'un outil d'appréciation utilisé parmi d'autres dans le processus continu de la surveillance des barrages et de l'évaluation de leur sécurité. Il est aussi rappelé que l'homme est indispensable pour juger correctement de l'état ainsi que du comportement d'un barrage et pour prendre, le cas échéant, les décisions qui s'imposent. Aussi «mathématiques» que soient les considérations de ce document, le rôle central de l'ingénieur ne peut et ne doit pas être occulté. Il ne peut en tous les cas pas être assumé par l'informatique.

Le Comité suisse des barrages
Bernard Hagin, président

Le présent rapport a été établi par le Groupe de travail Méthodes numériques dans l'analyse du comportement des barrages du Comité suisse des barrages. Les personnes suivantes ont collaboré à son élaboration:

M. Walter Amberg	Lombardi SA, Ingegneri Consulenti, Minusio
M. Eduard Ammann	IM Ingegneria Maggia SA, Locarno
Dr Claude Bossoney	Stucky Ingénieurs-conseils SA, Renens
Dr Georges R. Darbre, Président	Office fédéral des eaux et de la géologie, Bienne
Dr Patrice Droz	Stucky Ingénieurs-conseils SA, Renens
Dr Russell M. Gunn	Stucky Ingénieurs-conseils SA, Renens
Dr Walter Hauenstein	Association suisse pour l'aménagement des eaux, Baden
M. Bernard Hagin	Energie Ouest Suisse SA, Lausanne
M. Alfred Kobelt	Office fédéral des eaux et de la géologie, Bienne
Dr Sujan Malla	Electrowatt-Ekono AG, Zurich
M. Christian Moor	Nordostschweizerische Kraftwerke AG, Baden
M. René Schmidiger	Electrowatt-Ekono AG, Zurich
M. Felix Steiger	F. Steiger Beratender Ingenieur, Zurich
M. Karl M. Steiger	Colenco Power Consulting AG, Baden
Mme Sener Tiniç	Nordostschweizerische Kraftwerke AG, Baden
Dr Benedikt Weber	Beratender Ingenieur, Zumikon
Dr John-P. Wolf	Ecole Polytechnique Fédérale, Lausanne

Illustration de la page de couverture:
Barrage à double voûte de l'Hongrin
(Photo: *P. de Goumoëns,* Stucky Ingénieurs-conseils SA).

Preface

A deviation of the actual behaviour of a dam from its intended one can be an indication that behaviour anomalies are occurring. It is thus essential to master fully the underlying analysis methodology, used to this end in Switzerland since many years.

The arrival of a new generation of dam engineers, who did not participate in the development of the methodology, makes its transcription necessary and, in so doing, its reassessment based on past experience. This is the purpose of the present document.

This report concentrates on the comparison between observation and prediction. It is recalled that, as important as this comparison is, it is only a tool among others in the continuous processes of dam monitoring and safety assessment. It is also to be noted that the human element is indispensable for judging correctly the condition of a dam as well as its behaviour, and in the making of any necessary decisions. As "mathematical" as the considerations of this document are, the central role of the engineer can not and must not be overlooked. In no case can this role be assumed by data processing.

The Swiss Committee on Dams
Bernard Hagin, chairman

The present report has been established by the Working group on Numerical methods in the analysis of dam behaviour of the Swiss committee on dams. The following people contributed to its preparation:

Mr Walter Amberg	Lombardi Consulting Engineers Ltd, Minusio
Mr Eduard Ammann	IM Ingegneria Maggia Ltd, Locarno
Dr Claude Bossoney	Stucky Consulting Engineers Ltd, Renens
Dr Georges R. Darbre, Chairman	Federal Office for Water and Geology, Bienne
Dr Patrice Droz	Stucky Consulting Engineers Ltd, Renens
Dr Russell M. Gunn	Stucky Consulting Engineers Ltd, Renens
Dr Walter Hauenstein	Swiss Association for Water Economy, Baden
Mr Bernard Hagin	Energie Ouest Suisse Ltd, Lausanne
Mr Alfred Kobelt	Federal Office for Water and Geology, Bienne
Dr Sujan Malla	Electrowatt-Ekono Ltd, Zurich
Mr Christian Moor	Nordostschweizerische Kraftwerke Ltd, Baden
Mr René Schmidiger	Electrowatt-Ekono Ltd, Zurich
Mr Felix Steiger	F. Steiger Consulting Engineer, Zurich
Mr Karl M. Steiger	Colenco Power Consulting Ltd, Baden
Ms Sener Tiniç	Nordostschweizerische Kraftwerke Ltd, Baden
Dr Benedikt Weber	Consulting Engineer, Zumikon
Dr John-P. Wolf	Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne

Illustration of the front page:
Double arch dam Hongrin
(Photo: *P. de Goumoëns,* Stucky Consulting Engineers Ltd).

Table des matières

	Préface	**74**
	Notations	**76**
	Symboles	76
	Indices	76
1.	**Introduction**	**77**
1.1	Buts	77
1.2	Domaines d'application	77
1.3	Contenu	78
2.	**Formulation générale**	**78**
2.1	Méthodologie	78
2.2	Variables prépondérantes	79
2.3	Formulation fondamentale	79
2.4	Modèles déterministes, statistiques, hybrides et mixtes	80
3.	**Modélisation du comportement**	**83**
3.1	Modèles déterministes et hybrides de prédiction des déplacements des barrages en béton	83
3.2	Modèles statistiques de prédiction des déplacements des barrages en béton	88
3.3	Fonctions pour la modélisation statistique appliquée à d'autres situations	92
3.4	Mise en œuvre des modèles mixtes	94
4.	**Mise en œuvre de la méthode statistique**	**95**
4.1	Procédure	95
4.2	Estimation des paramètres : régression multiple par la méthode des moindres carrés	95
4.3	Plausibilité d'un modèle : tests statistiques	97
4.4	Plages de déviations admissibles	98
4.5	Plausibilité des mesures	98
4.6	Remarques sur l'utilisation de la statistique dans la pratique	99
5.	**Représentation de la comparaison**	**99**
5.1	Observations	99
5.2	Observations et prédictions	99
5.3	Déplacements compensés ou déformations de comparaison	100
5.4	Résumé	101
6.	**Approches nouvelles**	**101**
6.1	Réseaux neuronaux	101
6.2	«Mathematical models of multiple survey points»	102
6.3	Filtre de Kalman	102
7.	**Remarques finales**	**103**
7.1	Comparaison des approches	103
7.2	Logiciels	103
7.3	Commentaires	103
7.4	Recommandations pour l'application	104
7.5	Synthèse	105
8.	**Expemples d'applications**	**105**
8.1	Approches déterministe et hybride (barrage-poids de Robiei)	105
8.2	Approche statistique (barrage poids-voûte de Spitallamm)	107
Références		**110**

Table of contents

	Preface	**74**
	Notation	**76**
	Symbols	76
	Indices	76
1.	**Introduction**	**77**
1.1	Goals	77
1.2	Fields of application	77
1.3	Contents	78
2.	**General formulation**	**78**
2.1	Methodology	78
2.2	Governing variables	78
2.3	Fundamental formulation	79
2.4	Deterministic, statistical, hybrid and mixed models	80
3.	**Behaviour modelling**	**83**
3.1	Deterministic and hybrid prediction models for the displacements of concrete dams	83
3.2	Statistical prediction models for the displacements of concrete dams	88
3.3	Functions for statistical modelling applied to other situations	92
3.4	Implementation of mixed models	94
4.	**Implementation of the statistical method**	**94**
4.1	Procedure	94
4.2	Estimation of the parameters: multiple regression by the least squares method	95
4.3	Plausibility of a model: statistical tests	97
4.4	Allowable ranges of deviation	98
4.5	Plausibility of the measurements	98
4.6	Remarks on the use of statistics in practice	98
5.	**Representation of the comparison**	**99**
5.1	Observations	99
5.2	Observations and predictions	99
5.3	Adjusted displacements or deformations of comparison	99
5.4	Summary	101
6.	**New approaches**	**102**
6.1	Neural networks	102
6.2	Mathematical models of multiple survey points	102
6.3	Kalman filter	103
7.	**Final remarks**	**103**
7.1	Comparison of the approaches	103
7.2	Software	103
7.3	Comments	103
7.4	Recommendations for application	104
7.5	Conclusion	105
8.	**Application examples**	**105**
8.1	Deterministic and hybrid approaches (Robiei Gravity Dam)	105
8.2	Statistical Approach (Spitallamm Arch-Gravity Dam)	108
References		**110**

Notations

Symboles

a	coefficient
b	coefficient
c	constante
d	valeur limite, déviation admissible
e	nombre népérien
f	fonction de forme
h	hauteur d'eau
n	nombre d'observations
p	nombre de fonctions d'influence, nombre de variables indépendantes; pression piézométrique
r	facteur d'influence; rapport de rigidité
s	facteur d'influence; saison (jour adimensionnel)
t	temps, instant, âge
x	variable; valeur de la fonction X; composante de coordonnée
y	fonction; valeur de la fonction Y; composante de coordonnée
z	composante de coordonnée
D	différence ou écart entre l'observation et la prédiction
E	module d'élasticité
$E()$	espérance mathématique
F	charge
H	fonction unitaire; hauteur du barrage
K	limite supérieure de l'indice k
L	limite supérieure de l'indice l; degré d'un polynôme
M	mesure d'un indicateur de comportement
P	prédiction d'un indicateur de comportement
Q	débit
R	rapport de rigidité (paramètre ajustable)
R^2	coefficient de détermination multiple
U	déformation
X	fonction d'influence, variable explicative; paramètre ajustable
Y	fonction de comportement, variable expliquée; paramètre ajustable
Z	paramètre ajustable
α	paramètre libre, coefficient
β	paramètre libre, coefficient
δ	déplacement
ε	erreur, résidu
φ	fonction fluage
π	nombre pi
ν	nombre de Poisson
τ	temps (variable)
σ	écart-type
Δ	incrément, variation
θ	température
corr	corrélation
cos	cosinus
cov	covariance
c^{ste}	constante
env	conditions environnementales
ln	logarithme naturel
log	logarithme décimal
sin	sinus
var	variance
$\lvert\,\rvert$	valeur absolue
$\underline{\ }$	matrice, vecteur
$\sqrt{\ }$	racine
Σ	somme
$\int$	intégrale
$\frac{d}{dt}$	dérivée par rapport au temps

Indices

c	béton
d	différé
h	hydrostatique
i	instantané; i^e valeur, i^e fonction
j	j^e valeur, j^e fonction
k	k^e valeur, k^e fonction
l	l^e valeur
m	m^e valeur
r	réversible; fondation; rapport de rigidité
s	irréversible
F	fluage
T	transposé
θ	thermique
0	initial; zéro; référence
*	approximation
–	moyenne
^	estimateur

Notation

Symbols

a	coefficient
b	coefficient
c	constant
d	limit value, allowable deviation
e	base of the natural logarithm
f	shape function
h	water level
n	number of observations
p	number of influencing functions, number of independent variables; piezometric pressure
r	influence factor; rigidity ratio
s	influence factor; season (dimensionless value of day)
t	time, given time (instant), age
x	variable; value of the X function; coordinate component
y	variable; value of the Y function; coordinate component
z	coordinate component
D	difference or deviation between the observation and the prediction
E	modulus of elasticity
$E()$	mathematical expectation
F	load
H	unit step function; dam height
K	upper limit of the k index
L	upper limit of the l index; polynomial order
M	measurement of a behaviour indicator
P	prediction of a behaviour indicator
Q	discharge
R	rigidity ratio (adjustable parameter)
R^2	coefficient of multiple determination
U	deformation
X	influence function, explanatory variable; adjustable parameter
Y	behaviour function, explained variable; adjustable parameter
Z	adjustable parameter
α	free parameter, coefficient
β	free parameter, coefficient
δ	displacement
ε	error, residual
φ	creep function
π	pi number
ν	Poisson's ratio
τ	time (variable)
σ	standard deviation
Δ	increment, variation
θ	temperature
corr	correlation
cos	cosine
cov	covariance
c^{ste}	constant
env	environmental conditions
ln	natural logarithm
log	decimal logarithm
sin	sine
var	variance
$\lvert\,\rvert$	absolute value
$\underline{\ }$	matrix, vector
$\sqrt{\ }$	root
Σ	sum
$\int$	integral
$\frac{d}{dt}$	derivative with respect to time

Indices

c	concrete
d	deferred
h	hydrostatic
i	instantaneous; i^{th} value, i^{th} function
j	j^{th} value; j^{th} function
k	k^{th} value, k^{th} function
l	l^{th} value
m	m^{th} value
r	reversible; foundation; rigidity ratio
s	irreversible
F	creep
T	transposed
θ	thermal
0	initial; zero; reference
*	approximation
–	average
^	estimator

1. Introduction

1.1 Buts

La comparaison du comportement effectif d'un ouvrage avec son comportement attendu a pour but de vérifier si celui-ci correspond aux prévisions. Cela permet de détecter rapidement une déviation éventuelle, annonciatrice possible d'un comportement anormal. Pour pouvoir effectuer une telle comparaison, il faut donc disposer, en plus de la mesure, d'une prédiction du comportement *conforme («normal»)* du barrage, prédiction qui n'est pas forcément identique à celle du *comportement effectif* de l'ouvrage.

L'optique est quelque peu différente lorsqu'il s'agit d'indiquer au barragiste procédant aux mesures d'auscultation la valeur probable de la grandeur qu'il s'apprête à mesurer (ou qu'il vient de mesurer) ainsi que la fourchette de tolérance encadrant cette valeur probable. C'est à l'intérieur de celle-ci que la mesure doit se situer pour pouvoir être considérée comme correcte (ou tout au moins plausible) et être acceptée. Dans ce contexte, la prédiction inclura aussi, le cas échéant, la composante *«anormale»* ou *pathologique* dudit comportement.

Ce deuxième type d'application n'est pas explicitement traité dans le présent document. Les bases en sont cependant les mêmes.

1.2 Domaines d'application

La comparaison «observation-prédiction» est utilisée le plus souvent dans le but d'analyser le comportement courant d'un ouvrage. Une telle comparaison est également effectuée lors de la première mise en eau (dans le but de vérifier le bon comportement initial de l'ouvrage).

Pour la mettre en œuvre, il est nécessaire de disposer des éléments suivants:

a. des mesures du comportement;
b. des calculs du même comportement ;
c. des critères d'évaluation des résultats de la comparaison entre les deux.

Le présent document traite des points *b* et *c*. Le point *a*, non traité ici, relève des techniques d'auscultation (voir pour cela CNSGB [1987, 1993, 1997a, 1997b]).

Il n'y a aucune restriction quant au type de barrage auquel la méthodologie de comparaison est applicable ni quant aux indicateurs de comportement utilisés à cet effet, si ce n'est que les valeurs traitées elles doivent pouvoir être mesurées avec une précision suffisante. Par *indicateur de comportement,* on entend une grandeur physique représentative d'un aspect du comportement de l'ouvrage et mesurée à l'aide du dispositif d'auscultation de celui-ci.

En Suisse, ce sont actuellement avant tout les barrages-voûte qui font l'objet d'une telle comparaison, moins les barrages-poids et pas du tout les digues ni les barrages-vannes. Les petits ouvrages, pour leur part, font rarement l'objet d'une telle analyse. Le déplacement radial (ou amont-aval) d'un ou de plusieurs points du barrage est en général l'indicateur de comportement pour lequel cette comparaison est effectuée. Les autres indicateurs de comportement tels que les déplacements tangentiels (ou rive gauche – rive droite), les sous-pressions, les débits d'eaux de percolation, de fuite ou de drainage, les pressions interstitielles, les mouvements des joints et les mouvements des fondations font plus rarement l'objet d'une comparaison entre les mesures et les valeurs prédites.

Des phénomènes tels qu'un mouvement d'appui ou la réaction alcali-agrégats (engendrant un gonflement du béton) ne font par contre que rarement l'objet d'une comparaison observation-prédiction. En effet, ces phénomènes sont d'une part généralement difficiles à quantifier, et d'autre part, généralement d'origine «accidentelle». Leur existence est souvent révélée par des écarts significatifs entre

1. Introduction

1.1 Goals

The reason for comparing the actual behaviour of a structure with its expected one is to verify if it corresponds to predictions. It permits the rapid detection of a possible deviation, thus indicating a possible abnormal behaviour. In order to perform such a comparison, one needs, in addition to the measurement, a prediction of the *standard ("normal")* behaviour of the dam. This prediction is not necessarily identical to that of the *actual behaviour* of the structure.

The point of view is somewhat different when indicating to the dam warden conducting the monitoring measurements the likely value that he is about to measure (or that he has just measured) as well as the tolerance range around this likely value. The measurement must be located within this acceptable range for it to be considered as correct (or at least plausible) and to be accepted. In this context, the prediction will also include, if the case arises, the *"abnormal"* or *pathological* component of the behaviour.

This last point of view is not treated explicitly in the present document. The bases to this treatment are, however, the same.

1.2 Fields of application

The comparison between observation and prediction is most often performed in order to analyse the current behaviour of a structure. Such a comparison is also carried out at the time of the first impounding (so as to verify the good initial behaviour).

To implement the comparison, it is necessary to have the following elements at disposal:

a. behaviour measurements;
b. calculations of this same behaviour;
c. evaluation criteria for the results of the comparison between both.

This document treats points *b* and *c*. Point *a*, which is not treated here, concerns monitoring techniques [see CNSGB (1987, 1993, 1997a, 1997b)].

There is no restriction concerning the type of dam to which the comparison methodology is applicable or the behaviour indicators used to this effect. However, one must be able to measure the quantities retained with sufficient precision. By *behaviour indicator*, we mean a representative physical quantity of an aspect of the behaviour of the structure, measured by a monitoring device.

In Switzerland, mainly arch dams are presently the subject of such a comparison, less so gravity dams and not at all embankment dams or weirs. Small structures are rarely the subject of such an analysis. The radial (stream) displacement of one or several points of the dam is the behaviour indicator for which this comparison is commonly carried out. The other behaviour indicators, such as the tangential (left bank – right bank) displacements, uplift, seepage, leakage or drainage discharge, pore pressures, joint movements and foundation movements, are the subject of a comparison between the measured and the predicted values only in specific cases.

Comparison between observation and prediction is rarely applied to phenomena such as the settlement of an abutment or an alkali-aggregate reaction (generating a volume expansion of the concrete). As a matter of fact, such phenomena are, in most cases, difficult to quantify, or are of "accidental" origin. Their occurrence is often revealed by significant differences between predictions and observations of some other behaviour indicator. Once identified, the development of these phenomena is followed by the regular assessment of the latter differences.

prédictions et observations d'un autre indicateur de comportement. Une fois mis en évidence, l'évolution d'un tel phénomène est suivie par l'examen régulier de ces écarts.

1.3 Contenu

La formulation générale de la comparaison entre les valeurs observées et les valeurs calculées (prédites) est introduite dans le Chapitre 2. Les aspects fondamentaux de la méthodologie, les variables prépondérantes, le modèle général et les approches courantes (déterministe, statistique, hybride et mixte) y sont traités. Les fonctions d'influence utilisées dans la détermination du comportement attendu sont présentées dans le Chapitre 3. Le Chapitre 4 traite des aspects de mise en œuvre et de résolution numérique, une attention particulière étant portée à la statistique. Le Chapitre 5 est consacré à la représentation de la comparaison observation-prédiction. Les nouvelles approches de comparaison (réseaux neuronaux, modélisation mathématique de points d'observation multiples, filtre de Kalman) font l'objet du Chapitre 6. La comparaison des approches introduites préalablement, l'identification de lacunes à combler et des recommandations d'application sont données au Chapitre 7. Suivent des exemples d'applications (Chapitre 8) et une liste de références.

A l'exception des Sections 3.1 et 3.2 qui traitent spécifiquement des déformations des barrages en béton, les développements de ce document sont valables pour tout indicateur de comportement et pour tout type d'ouvrage.

2. Formulation générale

2.1 Méthodologie

La méthodologie consiste en la comparaison de valeurs mesurées *M* d'indicateurs de comportement avec les valeurs *P* prédites pour ces mêmes indicateurs par un modèle de comportement. La mesure est effectuée à un instant *t* et la prédiction doit être obtenue pour ce même instant *t* sur la base des conditions environnementales *env*. Par *conditions environnementales* on entend les valeurs prises par un certain nombre de grandeurs physiques variables qui influencent l'indicateur de comportement considéré. Ces conditions environnementales, également mesurées, se rapportent soit à l'instant *t* auquel est mesuré l'indicateur de comportement, soit à un ou plusieurs instants antécédents (ou périodes antécédentes) dans le cas où elles affectent l'indicateur de comportement avec un certain retard.

En ce qui concerne la notion de *valeurs prédites*, il convient de préciser qu'il s'agit là en général d'un abus de langage couramment employé, et ce tout particulièrement en statistique. Les valeurs « prédites » sont en fait les valeurs résultant du modèle de comportement alors que les conditions environnementales sont soit déjà connues, soit supposées connues.

Lorsqu'on interprète une série existante de mesures d'auscultation, on « prédit » le passé dans le but de contrôler ou « d'expliquer » mathématiquement le comportement observé de l'ouvrage. Lorsque le barragiste veut contrôler la valeur qu'il vient de mesurer ou désire connaître la grandeur approximative de celle qu'il s'apprête à mesurer, le modèle de comportement lui donne une « prédiction » se rapportant à l'instant présent.

A ce stade, les difficultés essentielles résident dans :

a. le choix des facteurs environnementaux susceptibles d'affecter le comportement *(variables prépondérantes)* ;
b. le calcul des prédictions.

Lorsque ceci est fait, il reste à comparer les deux valeurs *M* et *P* et à en tirer les conclusions appropriées quant au comportement – passé, présent et futur – de l'ouvrage. Ce processus est résumé dans la Figure 1.

1.3 Contents

The general formulation of the comparison between the observed values and the calculated (predicted) values is introduced in Chapter 2. The fundamental aspects of the methodology, the governing variables, the general model and customary approaches (deterministic, statistical, hybrid and mixed) are treated here. The influence functions used to determine the expected behaviour are presented in Chapter 3. Chapter 4 treats the implementation aspects and the numerical resolution, with particular attention being given to statistics. Chapter 5 is dedicated to the representation of the observation-prediction comparison. New approaches of comparison (neural networks, mathematical models of multiple survey points, Kalman filters) are the object of Chapter 6. The comparison of the approaches introduced previously, the identification of knowledge gaps which remain to be filled and recommendations for applications are given in Chapter 7. Examples of applications (Chapter 8) and a list of references follow.

With the exception of Sections 3.1 and 3.2 which specifically deal with concrete dam displacements, the developments in this document are valid for all kinds of behaviour indicators and for all types of structures.

2. General formulation

2.1 Methodology

The methodology consists in comparing measured values *M* of behaviour indicators, with values *P* which are predicted by a behaviour model for these same indicators. The measurement is done at a given time *t* and the prediction must be made for this same time *t* on the basis of the environmental conditions *env*. By *environmental conditions* one means the values taken by a certain number of variable physical quantities that influence the behaviour indicator being considered. These environmental conditions, also measured, relate either to the time *t* at which the behaviour indicator is measured or to one or several antecedent times (or antecedent periods) in the case where they influence the behaviour indicator with a certain delay.

With regard to the idea of *predicted values*, it is important to point out that this is a misstatement frequently used, especially in statistics. The "predicted" values are in fact the values resulting from behaviour models, whereas the environmental conditions are either already known, or supposedly known.

When one interprets an existing series of monitoring measurements, one "predicts" the past in order to verify or to "explain" mathematically the observed behaviour of the structure. When the dam warden wants to check the value that he has just measured or wants to know the approximate value of the one that he is about to measure, the behaviour model gives him a "prediction" related to the present moment.

At this stage, the essential difficulties are:

a. the choice of the environmental factors capable of influencing the behaviour *(governing variables)*;
b. the calculation of the predictions.

The next step consists in comparing the two values *M* and *P* and in reaching the appropriate conclusions concerning the behaviour – past, present and future – of the structure. This process is summarised in Figure 1.

2.2 Governing variables

Various physical quantities can affect the behaviour of a structure. They depend on the type of structure and on the local conditions. Those for which a variation induces a significant change of the behaviour indicator are defined here as the *governing variables*. How-

2.2 Variables prépondérantes

Diverses grandeurs physiques peuvent déterminer le comportement d'un ouvrage. Elles dépendent du type d'ouvrage et des conditions locales. Celles dont une variation entraîne un changement significatif de l'indicateur de comportement sont définies ici comme les *variables prépondérantes*. Toutefois, pour qu'il soit nécessaire de les considérer dans le modèle de prédiction, il faut que ces dernières varient effectivement durant la vie de l'ouvrage.

Il est généralement admis que les variables qui affectent le comportement d'un barrage en béton sont principalement

a. le niveau du plan d'eau h;
b. la température du béton θ (liée à celles de l'air et de l'eau);
c. l'âge de l'ouvrage t (temps écoulé depuis sa construction).

Certains facteurs, notamment l'humidité du béton, sont généralement considérés n'affecter le comportement que de manière marginale (soit intrinsèquement, soit parce qu'ils ne varient que très peu) alors que d'autres grandeurs, comme par exemple les sous-pressions, qui affectent également le comportement d'un ouvrage, dépendent elles-mêmes des variables énumérées ci-dessus.

2.3 Formulation fondamentale

La formulation fondamentale est de la forme (Willm & Beaujoint 1967, Breitenstein et al. 1985)

$$M(t,env) = P(t,env) + D(t,env) \qquad [1]$$

M étant la valeur observée d'un indicateur à l'instant t (auquel sont associées des conditions environnementales *env*), P la prédiction de ce même indicateur et D la différence (ou écart) entre l'observation et la prédiction. D est composée des erreurs de mesure, des erreurs de modélisation et de la déviation effective du comportement de l'ouvrage par rapport au comportement attendu. En pratique, ces trois composantes ne sont pas traitées séparément.

2.3.1 Formulation par séparation des effets réversibles et irréversibles

Il est possible de reformuler l'équation 1 en séparant les effets réversibles des effets irréversibles. Ne considérant que les variables prépondérantes du niveau du plan d'eau h, de la température du béton θ et de l'âge t, l'équation 1 devient

$$M(t,env) = P_{h,r}(t,h) + P_{\theta,r}(t,\theta) + P_s(t,h,\theta) + D(t,env) \qquad [2]$$

$P_{h,r}(t,h)$ est la composante hydrostatique réversible et $P_{\theta,r}(t,\theta)$ la composante thermique réversible. Ensemble, ces deux termes représentent les effets réversibles $P_r(t,env)$

$$P_r(t,env) = P_{h,r}(t,h) + P_{\theta,r}(t,\theta) \qquad [3]$$

$P_s(t,h,\theta)$ représente la composante irréversible.

Les composantes hydrostatique $P_{h,r}(t,h)$ et thermique $P_{\theta,r}(t,\theta)$ réversibles dépendent non seulement l'une du niveau d'eau et l'autre des conditions de température dans le corps de l'ouvrage, mais également du temps (âge) du fait des effets différés.

2.3.2 Formulation par séparation des effets instantanés et différés

Une formulation alternative consiste en la décomposition de la prédiction de l'indicateur de comportement en une composante instantanée $P_i(env)$

$$P_i(env) = P_{h,i}(h) + P_{\theta,i}(\theta) \qquad [4]$$

qui ne dépend (idéalement) que du niveau d'eau $(P_{h,i}(h))$ et de la température $(P_{\theta,i}(\theta))$, et en une composante différée $P_d(t,h,\theta)$ qui dépend de l'âge et de l'histoire des sollicitations (niveau d'eau et

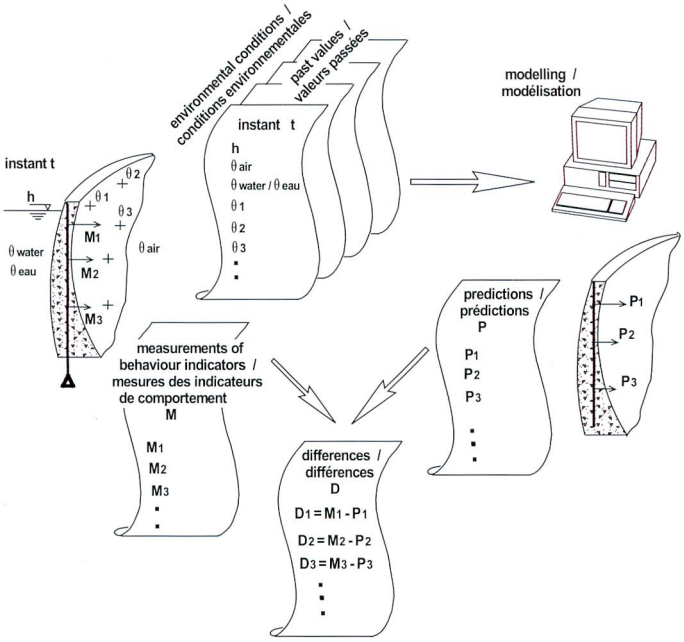

Figure 1. Principe de la comparaison observation-prédiction.
Figure 1. Principle of the observation-prediction comparison.

ever, they must vary during the life of the structure for them to be retained in the prediction model.

It is commonly admitted that the variables which influence the behaviour of concrete dams are, mainly

a. the water level h;
b. the concrete temperature θ (related to air and water temperatures);
c. the age of the structure t (time since its construction).

Some factors, for example the moisture content of the concrete, are generally considered to influence the behaviour in an insignificant way (either inherently, or because they hardly vary). Other quantities, for example uplift, which also influence the behaviour of a structure, depend themselves on the variables mentioned above.

2.3 Fundamental formulation

The fundamental formulation is of the form (Willm & Beaujoint 1967, Breitenstein et al. 1985)

$$M(t,env) = P(t,env) + D(t,env) \qquad [1]$$

M being the observed value of an indicator at a given time t (to which the environmental conditions *env* are associated), P the prediction for this same indicator and D the difference between the observation and the prediction. D is the sum of the measurement errors, the modelling errors and the actual deviation of the behaviour of the structure with respect to the expected behaviour. In practice, the three latter components are not treated separately.

2.3.1 Formulation by separation of the reversible and irreversible effects

It is possible to rewrite Equation 1 by separating the reversible and the irreversible effects. By considering only the governing variables of water level h, concrete temperature θ and age t, Equation 1 becomes

$$M(t,env) = P_{h,r}(t,h) + P_{\theta,r}(t,\theta) + P_s(t,h,\theta) + D(t,env) \qquad [2]$$

$P_{h,r}(t,h)$ is the reversible hydrostatic component and $P_{\theta,r}(t,\theta)$ the reversible thermal component. Together, these two terms represent the reversible effects $P_r(t,env)$

$$P_r(t,env) = P_{h,r}(t,h) + P_{\theta,r}(t,\theta) \qquad [3]$$

$P_s(t,h,\theta)$ represents the irreversible component.

température), soit

$$M(t,env) = P_{h,i}(h) + P_{\theta,i}(\theta) + P_d(t,h,\theta) + D(t,env) \quad [5]$$

L'évolution des caractéristiques des matériaux affecte également la composante instantanée. En d'autres termes, la réponse instantanée d'un ouvrage à deux sollicitations identiques appliquées à quelque temps d'intervalle ne sera pas identique. Cet effet n'est en général pas considéré dans la pratique.

2.3.3 Hypothèses

Les deux formulations susmentionnées, représentées schématiquement à la Figure 2, se basent sur les hypothèses suivantes:

a. les variables temps (âge), niveau d'eau et température suffisent à représenter (expliquer) le comportement de l'ouvrage;
b. il est possible de découpler les effets de la température et du niveau d'eau[1];
c. le système structural ne subit que peu de modifications durant la période analysée[2].

Il s'agit maintenant d'établir les relations fonctionnelles entre les composantes de prédiction d'indicateurs et les variables prépondérantes qui y sont associées. Cela se fait généralement par une approche *déterministe, statistique, hybride* ou *mixte.*

2.4 Modèles déterministes, statistiques, hybrides et mixtes

Deux méthodes fondamentales sont à disposition pour prédire une variable (indicateur de comportement) à partir d'autres variables (variables prépondérantes):

a. la *méthode déterministe* qui relie les causes (niveau d'eau, âge, températures, ...) à l'effet considéré (déformation, sous-pressions, ...) en faisant appel aux lois de la physique;
b. la *méthode statistique* qui établit cette relation de manière purement empirique ou numérique, c'est-à-dire sur la base de valeurs observées de l'indicateur de comportement et des variables prépondérantes.

En plus de ces deux méthodes fondamentales, on distingue encore la méthode dite *hybride* et la méthode dite *mixte*, qui résultent chacune d'une certaine forme de combinaison des deux méthodes fondamentales.

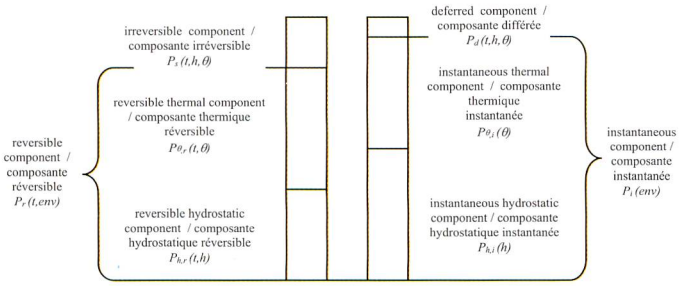

Figure 2. Ecriture de la prédiction des indicateurs de comportement. Gauche: par séparation des effets réversibles et irréversibles. Droite: par séparation des effets instantanés et différés.

Figure 2. Formulation for the prediction of the behaviour indicator. Left: by separation of the reversible and irreversible effects. Right: by separation of the instantaneous and deferred effects.

[1] La température du béton est cependant influencée par la température de l'eau, et de ce fait, par le niveau d'eau.

[2] C'est en fait le but de la comparaison que d'identifier des modifications éventuelles du système structural.

The reversible hydrostatic component $P_{h,r}(t,h)$ and the thermal component $P_{\theta,r}(t,\theta)$ depend not only on the water level and on the temperature conditions in the body of the structure, respectively, but also on time (age) because of deferred effects.

2.3.2 Formulation by separation of the instantaneous and deferred effects

An alternative formulation consists in the decomposition of the prediction of the behaviour indicator into an instantaneous component $P_i(env)$

$$P_i(env) = P_{h,i}(h) + P_{\theta,i}(\theta) \quad [4]$$

which (ideally) depends only on the water level $(P_{h,i}(h))$ and on the temperature $(P_{\theta,i}(\theta))$, and into a deferred component $P_d(t,h,\theta)$ that depends on the age and on the history of the solicitations (water level and temperature), that is

$$M(t,env) = P_{h,i}(h) + P_{\theta,i}(\theta) + P_d(t,h,\theta) + D(t,env) \quad [5]$$

The progressive change of the mechanical characteristics of the materials also influences the instantaneous component. In other words, the instantaneous response of a structure to two identical solicitations applied at different times will not be identical. This effect is generally not considered in practice.

2.3.3 Assumptions

The two formulations mentioned above, represented schematically in Figure 2, are based on the following assumptions:

a. the variables of time (age), water level and temperature are sufficient to represent (explain) the behaviour of the structure;
b. it is possible to uncouple the effects of the temperature and of the water level[1];
c. the structural system undergoes only few modifications during the period analysed[2].

It is now necessary to establish the functional relationship between the components of the prediction of an indicator and the associated governing variables. This is commonly done using either a *deterministic*, a *statistical*, a *hybrid* or a *mixed* approach.

2.4 Deterministic, statistical, hybrid and mixed models

Two fundamental methods are available to predict a variable (behaviour indicator) from other variables (governing variables):

a. the *deterministic method* that links causes (water level, age, temperature,...) to the effect considered (displacement, uplift...) using the laws of physics;
b. the *statistical method* that establishes this relationship in an empirical or numerical manner, i.e. on the basis of the observed values of the behaviour indicator and of the governing variables.

In addition to these two fundamental methods, one distinguishes the so-called *hybrid method* and the so-called *mixed method*, each one resulting from some combination of the two fundamental methods.

Different models can be considered when implementing each of the methods, in particular by the choice of the governing variables, the geometrical discretisation and the behaviour laws, as well as by the manner in which the behaviour indicators are linked to the governing variables.

[1] The concrete temperature is, however, influenced by the temperature of the water and thus by its level in the reservoir.

[2] The goal of the comparison is, in fact, to identify the possible modifications of the structural system.

Différents modèles peuvent être considérés lors de la mise en œuvre de chacune des méthodes, notamment par le choix des variables prépondérantes, la discrétisation géométrique et les lois de comportement ainsi que par la manière dont les indicateurs de comportement sont reliés aux variables prépondérantes.

2.4.1 Modèles déterministes

L'étendue géométrique (barrage, fondation, réservoir) et les processus mécaniques, thermiques et chimiques sont reproduits par un modèle mathématique. Il s'agit typiquement d'une discrétisation par éléments finis à laquelle est associée une loi de comportement du corps de l'ouvrage et de sa fondation.

La qualité de la prédiction du comportement dépendra des éléments suivants :

a. qualité de la discrétisation ;
b. capacité des lois de comportement choisies à reproduire le comportement réel ;
c. connaissance des paramètres entrant dans les lois de comportement (modules d'élasticité par exemple) ;
d. simplifications introduites dans la modélisation, en particulier au niveau des lois de comportement et des conditions de bord ;
e. simplifications introduites lors de la résolution mathématique.

Des valeurs discrètes d'un indicateur de comportement donné sont calculées pour différentes valeurs des variables prépondérantes h et θ. La valeur de l'indicateur de comportement correspondant aux valeurs prises à l'instant t par les variables h et θ est calculée par interpolation, éventuellement corrigée des effets différés et irréversibles.

La qualité de la prédiction dépendra de ce fait aussi :

f. du nombre de combinaisons de valeurs discrètes des variables prépondérantes pour lesquelles on a calculé la valeur de l'indicateur de comportement considéré et du domaine couvert par ces valeurs discrètes (finesse et étendue de la grille de calcul) ;
g. de la qualité de l'interpolation.

La caractéristique essentielle d'un modèle déterministes est qu'il ne fait appel à aucune mesure de l'indicateur de comportement qui pourrait être utilisée à fin de calibrage du modèle. On est de ce fait généralement obligé de fixer les paramètres du modèle à partir d'une connaissance imparfaite du milieu modélisé (mesures ponctuelles, sondages, essais sur carottes, essais de plaque en galerie, etc.). C'est cependant la seule approche possible lors de la première mise en eau et durant les premières années d'exploitation.

Les modèles déterministes ne sont par ailleurs guère utilisés que pour le calcul des déplacements. Le calcul d'autres indicateurs de comportement, tels que les débits de fuite et les sous-pressions, n'est pas effectué à l'aide de modèles de ce type, la réalité physique étant trop mal connue ou trop complexe.

2.4.2 Modèles statistiques

Au lieu d'établir les relations déterministes décrivant un phénomène par modélisation, on admet leur forme *a priori,* sur la base de l'expérience acquise par les observations passées. On choisit pour cela des fonctions aptes à traduire le plus fidèlement possible les influences des variables prépondérantes *(fonctions prédictives* ou *prédicteurs).* Ces prédicteurs sont multipliés par des *coefficients déterminés* par une calibration statistique (généralement une analyse de régression) dans laquelle des mesures antécédentes de l'indicateur de comportement et des variables prépondérantes sont considérées.

La forme générale utilisée est de type

$$P = \beta_o + \sum_{j=1}^{p} X_j \beta_j \qquad [6]$$

2.4.1 Deterministic models

The geometrical extent (dam, foundation, reservoir) and the mechanical, thermal and chemical processes are reproduced by a mathematical model. It typically involves a discretisation by finite elements, to which a behaviour law of the structural body and of its foundation is associated.

The quality of the behaviour prediction will depend on the following elements:

a. quality of the discretisation;
b. ability of the chosen behaviour laws to reproduce the true behaviour;
c. knowledge of the parameters of the behaviour law (for example moduli of elasticity);
d. simplifications introduced in the modelling, in particular concerning the behaviour laws and the boundary conditions;
e. simplifications introduced in the mathematical solving process.

Discrete values of a given behaviour indicator are calculated for different values of the governing variables h et θ. The value of the behaviour indicator corresponding to the values taken by the variables h et θ, at a given time t, is calculated by interpolation. Possibly, this value should be corrected for deferred and irreversible effects.

Hence, the quality of the prediction will also depend on:

f. the number of combinations of discrete values of the governing variables for which the value of the considered behaviour indicator was calculated, and of the domain covered by these discrete values (refinement and extent of the calculation grid);
g. the quality of the interpolation.

The main characteristic of a deterministic model is that it does not make use of any measurements of the behaviour indicator for the calibration of the model. For this reason, one generally has to determine the parameters of the model from a limited knowledge of the modelled system (punctual measurements, drillhole logs, tests on core samples, plate tests in galleries, etc.). It is, however, the only possible approach at the time of the initial impounding and during the first few years of operation.

The deterministic models are further used mostly for displacement calculations. The calculation of other behaviour indicators, such as seepage discharge and uplift pressure, is not done with this type of models, the physical reality being known not well enough or being too complex.

2.4.2 Statistical models

Instead of establishing the deterministic relationships describing a phenomenon through modelling, their shape is selected *a priori*, on the basis of past experience. To this end, one chooses functions which are most likely to reproduce the influences of the governing variables as faithfully as possible *(predicting functions* or *predictors).* These predictors are multiplied by *coefficients* determined by statistical calibration (commonly a multiple regression analysis), in which past measurements of the behaviour indicator and of the governing variables are considered.

The generic form used is of the type

$$P = \beta_o + \sum_{j=1}^{p} X_j \beta_j \qquad [6]$$

where P is the prediction of the indicator, X_j is the jth predictor associated to the governing variables (total of p predictors) and β_j is the corresponding coefficient. The latter coefficients are generally obtained by minimising the difference D between the observation M and the prediction P during a previous period of calibration, i.e. by the application of Equation 6 to a large number of measurements of the behaviour indicator and of the governing variables with a posterior

où P est la prédiction de l'indicateur, X_j est le j^e prédicteur associé aux variables prépondérantes (total de p prédicteurs) et β_j est le coefficient correspondant. Ces derniers sont généralement obtenus en minimisant la différence D entre l'observation M et la prédiction P durant une période de calibrage préalable, c'est-à-dire par application de l'équation 6 à un grand nombre de mesures de l'indicateur de comportement et des variables prépondérantes avec minimisation postérieure de la somme des carrés de la différence entre prédiction et observation.

Une telle approche est très générale et peut être utilisée pour toutes sortes de phénomènes. Il est cependant nécessaire de disposer d'un nombre suffisant d'observations qui permette un traitement statistique recouvrant les variations usuelles des variables prépondérantes. Ceci n'est le cas que plusieurs années après la première mise en eau (voir Section 4.2). La prédiction d'un comportement découlant de variations exceptionnelles des variables prépondérantes (vidange du bassin, crue extrême, changement de régime d'exploitation, etc.) est par ailleurs souvent médiocre.

2.4.3 Modèles hybrides

Les modèles dits *hybrides*, également appelés *modèles déterministes ajustés,* combinent les caractéristiques fondamentales des méthodes déterministe et statistique. Les composantes de la relation fonctionnelle obtenue à partir de la modélisation du système barrage (comme décrit ci-dessus en relation avec les modèles déterministes) y sont utilisées comme prédicteurs. En même temps, des coefficients sont introduits à fin de calibration (comme également décrit ci-dessus en relation avec les modèles statistiques).

L'approche hybride peut ainsi être décrite comme une approche déterministe avec ajustement de paramètres, ou comme une approche statistique avec des fonctions d'influence obtenues à partir d'une modélisation physique du système.

2.4.4 Modèles mixtes

Alors que l'influence du niveau d'eau sur le comportement d'un barrage est relativement simple à prédire de manière déterministe, il n'en va pas de même pour l'influence des variations de température. Des modèles dits *mixtes*[3], dans lesquels l'influence du niveau d'eau est traitée de manière déterministe et celle de la température de manière statistique, sont également utilisés en pratique. Le comportement lié à l'âge (effets à long terme) est aussi traité de manière statistique, lorsqu'il est inclus dans le modèle.

2.4.5 Relation entre les différents types de modèles

Deux éléments caractérisent les modèles décrits ci-dessus. Il s'agit d'une part du type de modèle mathématique utilisé pour représenter le comportement *(fonctions d'influence)* et d'autre part de la présence ou non d'un calibrage des fonctions prédictives (par traitement statistique de mesures existantes).

Les modèles déterministes sont caractérisés par l'utilisation de fonctions d'influence obtenues par modélisation physique et l'absence de calibrage. Les modèles statistiques sont quant à eux caractérisés par l'utilisation de fonctions d'influence obtenues de manière empirique et un calibrage des paramètres sur la base de mesures existantes. Les modèles hybrides utilisent des fonctions d'influence obtenues par modélisation physique en combinaison avec un calibrage des paramètres. Il n'est par ailleurs pas possible d'utiliser des fonctions d'influence empiriques sans calibrage. Cette relation entre les différents modèles est illustrée dans le Tableau 1. L'approche mixte est une application complémentaire et simultanée des autres approches.

[3] Le terme *modèle hybride* est également utilisé pour décrire ce modèle, contrairement à la terminologie de ce rapport.

minimisation of the sum of the squares of the difference between the prediction and the observation.

Such an approach is very general and can be used for all kinds of phenomena. It is, however, necessary to have a sufficient number of observations in order to have a statistical treatment covering the usual variations of the governing variables. This is the case only several years after the initial impounding (see Section 4.2). Besides, the prediction of the behaviour stemming from exceptional variations of the governing variables (drawdown of the reservoir, extreme flooding, change of the regime of operation, etc.), is often poor.

2.4.3 Hybrid models

The so-called *hybrid models*, also called *adjusted deterministic models*, combine the fundamental features of the deterministic and statistical methods. The components of the functional relationship obtained from the modelling of the dam system (as described above with respect to the deterministic models) are used as predictors. At the same time, coefficients are introduced for calibration purposes (also as described above with respect to the statistical models).

The hybrid approach can thus be described as a deterministic approach with adjustment of the parameters, or as a statistical approach with influence functions obtained from a physical modelling of the system.

2.4.4 Mixed models

Whereas the influence of the water level on the behaviour of the dam is relatively simple to predict with a deterministic model, it is not the same for the influence of temperature variations. So-called *mixed models*[3], in which the influence of the water level is treated in a deterministic way and the influence of temperature in a statistical way, are thus also used in practice. The behaviour related to age (long-term effects) is also treated in a statistical manner, provided it is included in the model.

2.4.5 Relationship between the different types of models

Two features characterise the models described above: the type of mathematical model used to represent the behaviour *(influence functions)* and the presence or not of a calibration for the predictive functions (by statistical analysis of existing measurements).

The deterministic models are characterised by the use of influence functions gained from physical modelling and by the absence of calibration. On the other hand, the statistical models are characterised by the use of influence functions obtained empirically and by a calibration of the parameters on the basis of existing measurements. The hybrid models use influence functions gained from physical modelling in combination with a calibration of the parameters. It is actually not possible to use empirical influence functions without calibration. This relationship between the different models is illustrated in Table 1. The mixed approach is a complementary and simultaneous application of the other approaches.

[3] The term *hybrid model* is also used to describe this model, contrary to the terminology of this report.

		prédicteurs	
		empiriques	par modélisation
coefficients à déterminer	non		*modèles déterministes*
	oui	*modèles statistiques*	*modèles hybrides*

Tableau 1. Relation entre les modèles déterministes, statistiques et hybrides (modèles mixtes: utilisation simultanée d'un modèle déterministe et d'un modèle statistique).

		predictors	
		empirical	from modelling
coefficients to be determined	no		*deterministic models*
	yes	*statistical models*	*hybrid models*

Table 1. Relationship between deterministic, statistical and hybrid models (mixed models: simultaneous use of a deterministic and a statistical model).

3. Modélisation du comportement

3.1 Modèles déterministes et hybrides de prédiction des déplacements des barrages en béton

Les modèles déterministes et hybrides sont traités conjointement. La seule différence entre eux réside en l'absence de paramètres d'ajustement dans l'approche déterministe, et par conséquent en l'absence du traitement statistique nécessaire à l'obtention de ces paramètres.

En pratique, seuls les déplacements des barrages en béton sont traités ainsi. Il en découle que l'on fait une distinction entre les effets élastiques instantanés de la pression hydrostatique et de la température du béton d'une part, et les effets différés du fluage (essentiellement irréversibles) d'autre part, selon l'équation 5

$$M(t,env) = P_{h,i}(h) + P_{\theta,i}(\theta) + P_d(t,h,\theta) + D(t,env) \qquad [5]$$

Une présentation détaillée des modèles hybrides est donnée par Bonaldi et al. (1977).

3.1.1 Composante élastique hydrostatique instantanée

La composante élastique hydrostatique instantanée $P_{h,i}(h)$ (déplacement d'un point de l'ouvrage associé à un niveau d'eau h) est développée en

$$P_{h,i}(h) = X\delta_h(h) \qquad [7]$$

où X est un paramètre ajustable (modèles hybrides uniquement) et $\delta_h(h)$ est le déplacement obtenu de manière déterministe par un calcul par éléments finis (ou autre).

En pratique, des déplacements instantanés $\delta_h(h_1)$, $\delta_h(h_2)$, $\delta_h(h_3)$, ... sont calculés de manière déterministe pour les niveaux de réservoir h_1, h_2, h_3, ... Le déplacement instantané $\delta_h(h)$ correspondant à un niveau d'eau arbitraire h est ensuite obtenu par interpolation, utilisant par exemple une expression polynomiale (Figure 3). Le déplacement $\delta_h(h)$ en un point de l'ouvrage associé à un niveau d'eau h est ainsi relié à ce niveau par une expression de type

$$\delta_h(h) = \sum_{l=0}^{L} a_l h^l \qquad [8]$$

où a_l sont les coefficients du polynôme ajusté et L son degré.

Ce raisonnement présuppose la connaissance des caractéristiques principales des matériaux que sont le module d'élasticité du béton E_c et celui de la fondation E_r. Dans un modèle hybride, le rapport E_c/E_r peut cependant être sélectionné comme paramètre ajustable R supplémentaire. Le déplacement $\delta_h(h)$ est alors obtenu par interpolation linéaire entre le déplacement $\delta_{h,0}(h)$ obtenu pour une fondation rigide ($E_c/E_r = 0$) et celui $\delta_{h,r}(h)$ obtenu pour une fondation de flexibilité arbitraire et un rapport de rigidité associé r (le même module d'élasticité du béton étant introduit dans les deux calculs). Ainsi et en approximation (Figure 4)

3. Behaviour modelling

3.1 Deterministic and hybrid prediction models for the displacements of concrete dams

The deterministic and hybrid models are treated jointly. The only difference between them lies in the absence of adjustment parameters in the deterministic approach, and therefore in the absence of the statistical treatment necessary to obtain these parameters.

In practice, only the displacements of concrete dams are treated in this way. It follows that the distinction is made between the instantaneous elastic effects of the hydrostatic pressure and concrete temperature on one side, and the deferred effects of creep (essentially irreversible) on the other side, according to Equation 5

$$M(t,env) = P_{h,i}(h) + P_{\theta,i}(\theta) + P_d(t,h,\theta) + D(t,env) \qquad [5]$$

A detailed presentation of hybrid models is made by Bonaldi et al. (1977).

3.1.1 Instantaneous hydrostatic elastic component

The instantaneous hydrostatic elastic component $P_{h,i}(h)$ (displacement at a given point of the structure associated with the water level h) is developed in

$$P_{h,i}(h) = X\delta_h(h) \qquad [7]$$

where X is an adjustable parameter (hybrid models only) and $\delta_h(h)$ is the displacement obtained deterministically, from a finite-element analysis (or other).

In practice, the instantaneous displacements $\delta_h(h_1)$, $\delta_h(h_2)$, $\delta_h(h_3)$, ... are calculated by a deterministic model for the reservoir levels h_1, h_2, h_3, ... The instantaneous displacement $\delta_h(h)$ corresponding to an arbitrary water level h is then obtained by interpolation, using for example a polynomial expression (Figure 3). The displacement $\delta_h(h)$ of a given point of the structure associated to a water level h is thus linked to this level by an expression of the type

$$\delta_h(h) = \sum_{l=0}^{L} a_l h^l \qquad [8]$$

where a_l are the coefficients of the adjusted polynomial and L is its order.

This reasoning presupposes the knowledge of the main mechanical properties of the materials, which are the moduli of elasticity of the concrete E_c and of the foundation E_r. In a hybrid model, the E_c/E_r ratio can however be selected as an additional adjustable parameter R. The displacement $\delta_h(h)$ is then obtained by linear interpolation between the displacement $\delta_{h,0}(h)$ obtained for a rigid foundation ($E_c/E_r = 0$) and the displacement $\delta_{h,r}(h)$ obtained for an arbitrarily flexible foundation with associated rigidity ratio r (the same modulus of elasticity of the concrete being introduced in the two calculations). Thus, and in approximation (Figure 4)

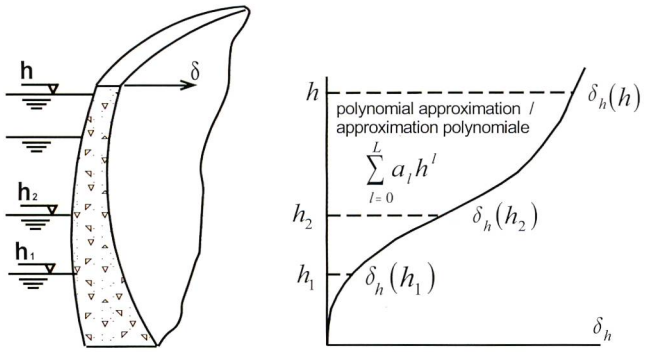

Figure 3. Obtention de la composante élastique hydrostatique instantanée.
Figure 3. Obtaining the instantaneous hydrostatic elastic component.

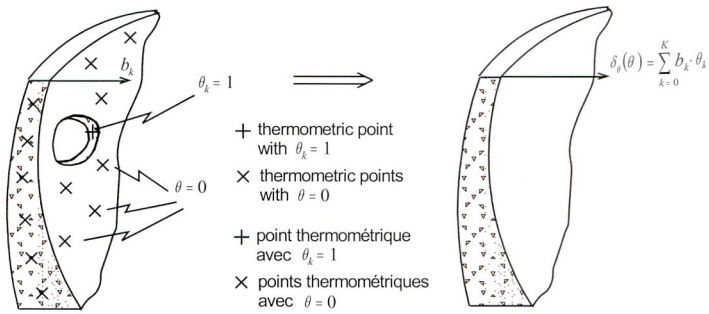

Figure 5. Obtention de la composante élastique thermique instantanée.
Figure 5. Obtaining the instantaneous thermal elastic component.

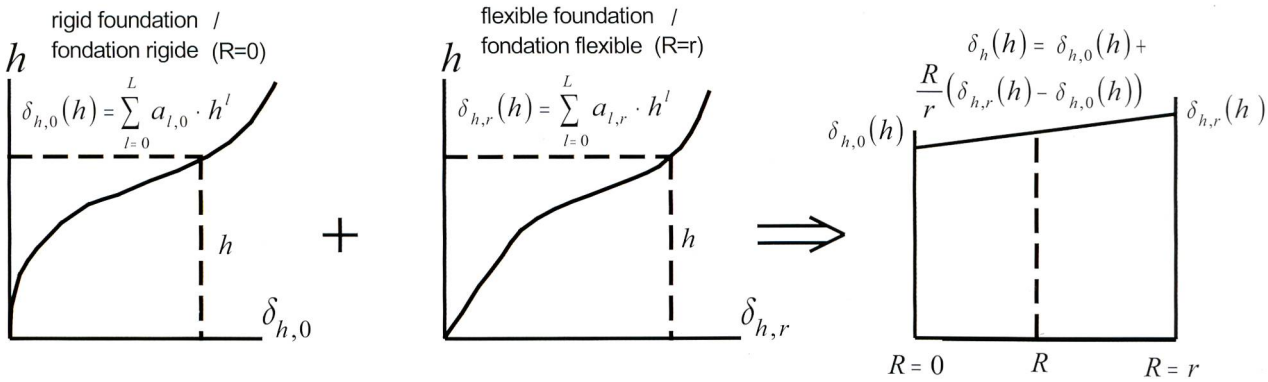

Figure 4. Interpolation entre solutions pour fondation rigide et pour fondation de rapport de flexibilité arbitraire r.
Figure 4. Interpolation between solutions for a rigid foundation and for a foundation of arbitrary flexibility ratio r.

$$\delta_h(h) = \delta_{h,0}(h) + \frac{R}{r}(\delta_{h,r}(h) - \delta_{h,0}(h)) \quad [9]$$

L'équation 7 devient alors, substituant *Y* à *X·R/r*,

$$P_{h,i}(h) = X\delta_{h,0}(h) + Y(\delta_{h,r}(h) - \delta_{h,0}(h)) \quad [10]$$

où *X* et *Y* sont les deux coefficients. Substituant l'expression polynomiale de l'équation 8, on obtient

$$P_{h,i}(h) = X\sum_{l=0}^{L} a_{l,0}h^l + Y\sum_{l=0}^{L}(a_l - a_{l,0})h^l \quad [11]$$

Les coefficients doivent être ajustés de manière analogue à ce qui est fait pour les modèles statistiques (voir plus loin). Une amélioration sensible de la prédiction n'est cependant pas à attendre de cette manière de procéder (équations 9 à 11).

Dans un modèle déterministe, aucun coefficient n'est introduit et la prédiction du déplacement $P_h(h)$ est, à partir des équations 7 et 8

$$P_{h,i}(h) = \delta_h(h) = \sum_{l=0}^{L} a_l h^l \quad [12]$$

3.1.2 Composante élastique thermique instantanée

De la même façon, la composante élastique thermique instantanée $P_{\theta,i}(\theta)$ (déplacement d'un point de l'ouvrage associé à un champ de température spécifique dans le corps de l'ouvrage) est développée en

$$P_{\theta,i}(\theta) = Z\delta_\theta(\theta) \quad [13]$$

où *Z* est un paramètre ajustable et $\delta_\theta(\theta)$ est le déplacement obtenu de manière déterministe d'un calcul par éléments finis (ou autre). Le déplacement est en principe calculé pour des variations unitaires de températures en divers points de mesure thermométrique *k* à l'intérieur du corps de l'ouvrage. Le déplacement $\delta_\theta(\theta)$ en un point de l'ouvrage est ainsi (Figure 5)

$$\delta_h(h) = \delta_{h,0}(h) + \frac{R}{r}(\delta_{h,r}(h) - \delta_{h,0}(h)) \quad [9]$$

Substituting *Y* for *X·R/r*, Equation 7 then becomes

$$P_{h,i}(h) = X\delta_{h,0}(h) + Y(\delta_{h,r}(h) - \delta_{h,0}(h)) \quad [10]$$

where *X* and *Y* are the two coefficients. Substituting the polynomial expression of Equation 8, one gets

$$P_{h,i}(h) = X\sum_{l=0}^{L} a_{l,0}h^l + Y\sum_{l=0}^{L}(a_l - a_{l,0})h^l \quad [11]$$

The coefficients must be adjusted in a way similar to what is done for statistical models (see later). A noticeable improvement of the prediction is not, however, expected from this way of proceeding (Equations 9 to 11).

In a deterministic model, no coefficient is introduced and the prediction of the displacement $P_h(h)$ is (from Equations 7 and 8)

$$P_{h,i}(h) = \delta_h(h) = \sum_{l=0}^{L} a_l h^l \quad [12]$$

3.1.2 Instantaneous thermal elastic component

In the same way, the instantaneous thermal elastic component $P_{\theta,i}(\theta)$ (displacement of a given point of the structure associated to a specific temperature field in the body of the structure) is developed in

$$P_{\theta,i}(\theta) = Z\delta_\theta(\theta) \quad [13]$$

where *Z* is an adjustable parameter and $\delta_\theta(\theta)$ is the displacement obtained deterministically, from a finite element analysis (or other). The displacement is commonly calculated for unitary variations of temperature at various thermometric measuring points *k* inside the body of the structure. The displacement $\delta_\theta(\theta)$ at any given point of the structure is then (Figure 5)

$$\delta_\theta(\theta) = \sum_{k=1}^{K} b_k \theta_k \qquad [14]$$

où b_k sont les coefficients d'influence pour les températures et θ_k les températures régnant aux points de mesure thermométrique k (desquelles sont soustraites les températures régnant au moment de la « mesure zéro »). Les coefficients b_k sont calculés pour une valeur spécifique du coefficient de dilatation thermique du béton.

En pratique, les nœuds de la discrétisation géométrique sont en général plus nombreux que les points de mesure thermométrique et ils ne concordent pas nécessairement avec ceux-ci. Des fonctions de forme $f_k(x, y, z)$ sont alors introduites à fin d'interpolation de la température en tout point de l'ouvrage *(coordonnées x, y, z)*

$$\theta(x,y,z) = \sum_{k=1}^{K} f_k(x,y,z)\theta_k \qquad [15]$$

f_k prend la valeur *1* aux coordonnées x_k, y_k, z_k de la position du thermomètre k et la valeur *0* aux coordonnées x_l, y_l, z_l de la position de tout autre thermomètre l (Figure 6). Ici encore, le paramètre ajustable Z est absent de l'équation 13 dans les modèles déterministes.

3.1.3 Approximation pour composante élastique thermique instantanée

Il est évident que la méthode décrite dans la Section 3.1.2 est très lourde au niveau de l'implémentation. Une approximation courante en pratique consiste à ne considérer qu'un nombre restreint de sections verticales représentatives[4] (à la limite une seule) et de ne retenir que le déplacement engendré par les variations des températures moyennes $\Delta\theta$ et des gradients de température $\Delta\Delta\theta$ à travers des sections horizontales (celles-ci forment la contribution prépondérante à la déformation d'origine thermique d'un barrage en béton). Il est alors nécessaire de déterminer les coefficients d'influence pour des températures moyennes unitaires ainsi que pour des gradients de température unitaires.

Ceci est illustré schématiquement à la Figure 7, où une section verticale est représentée. Une température moyenne unitaire est introduite dans une section horizontale quelconque (section j), diminuant linéairement jusqu'à zéro dans les sections voisines et étant nulle ailleurs. Ceci est répété pour chaque section horizontale retenue

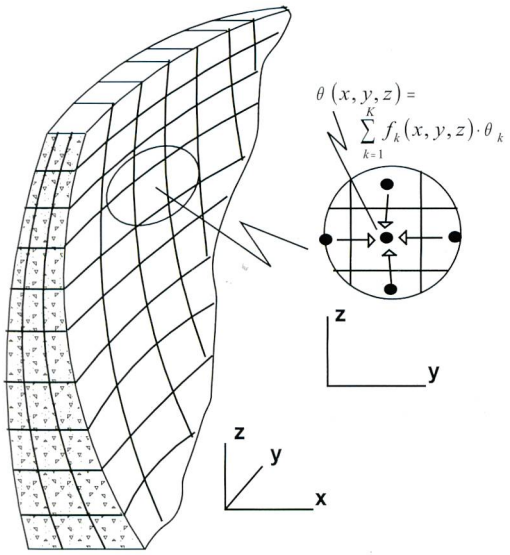

Figure 6. Interpolation de la température.
Figure 6. Interpolation of temperature.

[4] Le profil de température développé pour une section verticale étant « attribué » à un ou plusieurs blocs du barrage.

$$\delta_\theta(\theta) = \sum_{k=1}^{K} b_k \theta_k \qquad [14]$$

where b_k are the influence coefficients for the temperatures and θ_k the prevailing temperatures at the thermometric measuring points k (from which are subtracted the temperatures at the time of the initial measurement). The coefficients b_k are calculated for a specific value of the coefficient of thermal expansion of the concrete.

In practice, the nodes of the geometric discretisation are in general more numerous than the thermometric measuring points and they do not necessarily coincide with each other. Shape functions $f_k(x,y,z)$ are then introduced for interpolating the temperatures at any point of the structure *(coordinates x,y,z)*

$$\theta(x,y,z) = \sum_{k=1}^{K} f_k(x,y,z)\theta_k \qquad [15]$$

f_k is equal to *1* for the coordinates x_k, y_k, z_k of the position of the thermometer k and is equal to *0* for the coordinates x_l, y_l, z_l of the position of any other thermometer l (Figure 6). Here again, the adjustable parameter Z is absent from Equation 13 in the deterministic models.

3.1.3 Approximation for the instantaneous thermal elastic component

It is obvious that the implementation of the method described in Section 3.1.2 is very cumbersome. A commonly used approximation consists in considering only a limited number of representative vertical sections[4] (even only one) and to retain only the displacement induced by the variations of the mean uniform temperatures $\Delta\theta$ and the temperature gradients $\Delta\Delta\theta$ across horizontal sections (they are the main contributors to the deformations of thermal origin in concrete dams). It is then necessary to determine the influence coefficients for unitary mean temperatures as well as for unitary gradients of temperature.

This is illustrated schematically in Figure 7, where a vertical section is represented. A unitary mean temperature is introduced in an

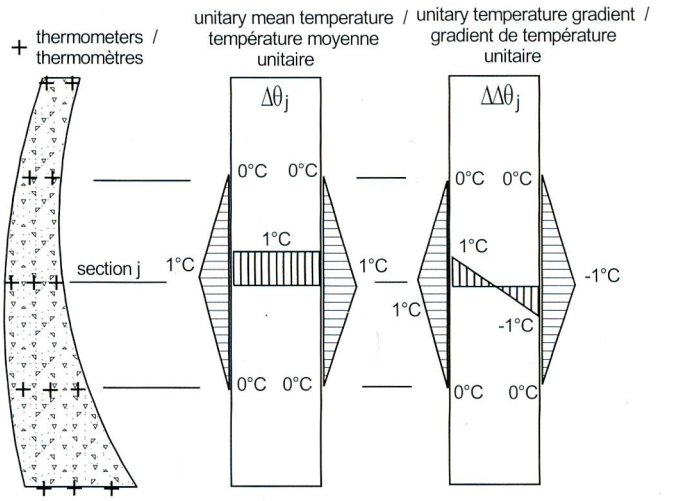

Figure 7. Traitement approximatif de la sollicitation thermique. Gauche : section verticale. Centre : cas de charge de température moyenne unitaire dans la section horizontale j. Droite : cas de charge de gradient de température unitaire dans la section horizontale j.
Figure 7. Approximate treatment of the thermal solicitation. Left: vertical section. Centre: load case of unitary mean temperature in horizontal section j. Right: load case of unitary temperature gradient in horizontal section j.

[4] The temperature profile developed for a vertical section being "assigned" to one or several blocks of the dam.

ainsi que pour les gradients de température. Chacun de ces cas de charges est traité individuellement et les coefficients d'influence correspondants sont obtenus à l'aide d'une modélisation statique. L'approximation la plus grossière consistera à considérer la même température moyenne et le même gradient sur toute la section, voire pour tout le barrage.

De manière idéale, les sections horizontales sont choisies afin de correspondre aux sections horizontales du barrage munies de thermomètres (gauche de la Figure 7). La température moyenne et le gradient de température peuvent alors être obtenus analytiquement (Stucky & Derron 1957)[5] ou numériquement, également si les températures sont mesurées sur les parements (températures de l'eau et de l'air).

Dans tous les cas, il s'agit de mettre en relation les températures moyennes $\Delta\theta_j$ et $\Delta\Delta\theta_j$ à la section j avec les températures θ_k mesurées aux points thermométriques k selon

$$\Delta\theta_j = \sum_{k=1}^{K} r_k \theta_k \qquad [16a]$$

$$\Delta\Delta\theta_j = \sum_{k=1}^{K} s_k \theta_k \qquad [16b]$$

r_k et s_k sont les facteurs d'influence correspondants.

3.1.4 Traitement de la composante élastique thermique instantanée en l'absence de points thermométriques adéquats

Souvent, la répartition effective des points de mesure thermométrique et/ou l'imprécision des mesures de température, voire l'absence de mesures de température, ne permettent pas une implémentation totalement satisfaisante du modèle décrit ci-dessus. L'estimation des températures à l'intérieur du corps du barrage à partir des variations de la température de l'air et de l'eau (voire de l'air uniquement) ou sur la base de la saison est alors souvent préférée ou nécessaire. Ces approximations sont courantes dans l'implémentation d'un modèle statistique, où elles sont présentées (Section 3.2).

3.1.5 Composante des effets différés

La cause des effets différés considérés dans un modèle déterministe est le fluage du barrage et de la fondation. La formulation classique est basée sur la présomption d'un matériau visco-élastique linéaire pour lequel

$$U_F(t) = \int_{\tau_F}^{t} \varphi(t,\tau) \frac{dF(\tau)}{dt} d\tau \qquad [17]$$

où $U_F(t)$ est la déformation à l'instant t, τ_F est le début de l'application de la charge extérieure, $F(\tau)$ est la charge appliquée à l'instant τ et $\varphi(t,\tau)$ est la fonction fluage. Sa forme particulière est déterminée des résultats de tests de laboratoire et de la composition du béton (voir Figure 8 pour la visualisation des variables temporelles).

A ce stade, la charge est toujours symboliquement dénotée par F. Elle doit donc encore être mise en relation avec le niveau d'eau et les températures par une relation appropriée (par exemple une relation polynomiale).

Il apparaît que l'implémentation d'un tel modèle devient rapidement inextricable, à moins que des approximations ne soient introduites. Une des deux approximations suivantes est généralement

[5] C'est, en fait, la température de laquelle est soustraite la température régnant au moment du clavage des joints (mesure zéro) qui est déterminante.

arbitrary horizontal section (section j), diminishing linearly down to zero in the neighbouring sections and being nil elsewhere. This is repeated for all the horizontal sections retained as well as for the temperature gradients. Each of these load cases is treated individually and the corresponding influence coefficients are obtained from static modelling. The crudest approximation will consist in considering the same mean temperature and the same gradient for the whole section, or even for the whole dam.

Ideally, the horizontal sections are chosen to correspond to the horizontal sections of the dam equipped with thermometers (left of Figure 7). The mean temperature and the temperature gradient can then be obtained analytically (Stucky & Derron 1957)[5] or numerically, even if the temperatures are only measured on the dam faces (water and air temperatures).

In all cases, the relationship between the average temperatures $\Delta\theta_j$ and $\Delta\Delta\theta_j$ of the j section and the temperatures θ_k, measured at the thermometric points k, must be established according to

$$\Delta\theta_j = \sum_{k=1}^{K} r_k \theta_k \qquad [16a]$$

$$\Delta\Delta\theta_j = \sum_{k=1}^{K} s_k \theta_k \qquad [16b]$$

where r_k and s_k are the corresponding influence factors.

3.1.4 Treatment of the instantaneous thermal elastic component in the absence of adequate thermometric points

Often, the actual distribution of the thermometric measuring points and/or the accuracy of the temperature measurements, or even the absence of temperature measurements, does not permit a completely satisfactory implementation of the model described above. The estimation of the temperatures inside the body of the dam using the variations of air and water temperatures (or even air only) or on the basis of the season is then often necessary. These approximations are customary in the implementation of a statistical model, in relation to which they are presented (see Section 3.2).

3.1.5 Component of deferred effects

The cause of deferred effects considered in a deterministic model is the creep of the dam and of its foundation. The classic formulation is based on the presumption of a linear visco-elastic material for which

$$U_F(t) = \int_{\tau_F}^{t} \varphi(t,\tau) \frac{dF(\tau)}{dt} d\tau \qquad [17]$$

where $U_F(t)$ is the deformation at time t, τ_F is the beginning of the application of the external load, $F(\tau)$ is the load applied at time τ and $\varphi(t,\tau)$ is the creep function. Its particular shape is determined by laboratory tests and the concrete mix (see Figure 8 for the visualisation of the temporal variables).

At this stage, the load is still symbolically denoted by F. Its relationship with water level and temperatures remains to be developed in an appropriate relationship (for example a polynomial relationship).

It is apparent that the implementation of such a model soon becomes inextricable, unless some approximations are introduced. One of the two following approximations is generally considered in practice (in addition to simply not accounting for any deferred effects!):

[5] It is, in fact, the temperature from which the temperature prevailing at the time of joint grouting (initial measurement) is subtracted which is of interest.

considérée en pratique (en plus de l'absence pure et simple de considération des effets différés!):

a. utilisation de sommes finies en lieu et place d'intégrales, utilisant des valeurs de températures et de niveau d'eau à divers instants précédant la mesure (Figure 9 gauche), ou les moyennes des valeurs de températures et de niveau d'eau calculées sur plusieurs intervalles de temps qui précédent la mesure (Figure 9 droite);
b. utilisation d'expressions pour les effets différés qui sont indépendantes des températures et du niveau d'eau (admettant implicitement que les effets différés dépendent des moyennes de très longue durée des charges, qui peuvent ainsi être admises constantes).

En rapport avec l'option *a* ci-dessus en se limitant à la seule influence du niveau d'eau et d'une température moyenne de l'ouvrage, le terme différé sera de type

$$U_F(t) = \sum_{k=0}^{K} (\alpha_k h_k + \beta_k \theta_k) \qquad [18]$$

où α_k et β_k sont les coefficients polynomiaux et h_k et θ_k sont le niveau de réservoir et la température à un instant passé k (correspond à la Figure 9 gauche). Alternativement, les valeurs h_k et θ_k de l'équation 19 sont celles de niveau d'eau moyen et de température moyenne dans le k^e intervalle de temps précédant la date de la mesure (correspond à la Figure 9 droite). K est le nombre de tels instants ou d'intervalles retenus.

Une approximation effectuée en pratique consiste à substituer des gradients temporels à la somme de l'équation 18. Ainsi pour l'effet thermique différé, Bonaldi et al. (1977) introduisent le terme suivant après introduction des fonctions de forme selon l'équation 15

$$\sum_{k=1}^{K} b_k \frac{d\theta_k^*}{dt} \qquad [19]$$

où b_k est le coefficient d'influence associé avec une variation du gradient temporel de «l'approximation lissée appropriée» (symbole *) de la température au point de mesure thermométrique k. Pour l'effet hydrostatique différé, Bossoney (1985) introduit (Figure 10)

$$a \frac{dh}{dt} \qquad [20]$$

où a est le coefficient d'influence associé avec une variation du gradient temporel du niveau d'eau.

a. use of finite summations instead of integrals, using values of temperatures and water level taken at different times prior to the measurement (Figure 9 left), or average values of temperatures and water level calculated for several time intervals preceding the measurement (Figure 9 right);
b. use of formulas, for the deferred effects, that are independent of temperatures and water level (assuming implicitly that the deferred effects depend on long-term averages of the loads, that can thus be regarded as being constant).

Concerning option *a* above, and looking at the influence of water level and average temperature of the structure only, the deferred term will be of the form

$$U_F(t) = \sum_{k=0}^{K} (\alpha_k h_k + \beta_k \theta_k) \qquad [18]$$

where α_k and β_k are the polynomial coefficients and h_k and θ_k are the reservoir level and the temperature at a past instant k (Figure 9 left). Alternatively, the values h_k and θ_k of Equation 19 are those of the average water level and average temperature in the kth time interval preceding the date of the measurement (Figure 9 right). K is the number of the retained times or intervals.

An approximation encountered in practice consists in substituting temporal gradients for the sum of Equation 18. E.g., for the deferred thermal effect, Bonaldi et al. (1977) bring in the following term after having introduced shape functions according to Equation 15

$$\sum_{k=1}^{K} b_k \frac{d\theta_k^*}{dt} \qquad [19]$$

where b_k is the influence coefficient associated with a variation of the temporal gradient of the "suitably smoothed approximation" (symbol *) of the temperature at a thermometric measuring point k. For the deferred hydrostatic effect, Bossoney (1985) introduces (Figure 10)

$$a \frac{dh}{dt} \qquad [20]$$

where a is the influence coefficient associated with a variation of the temporal gradient of the water level.

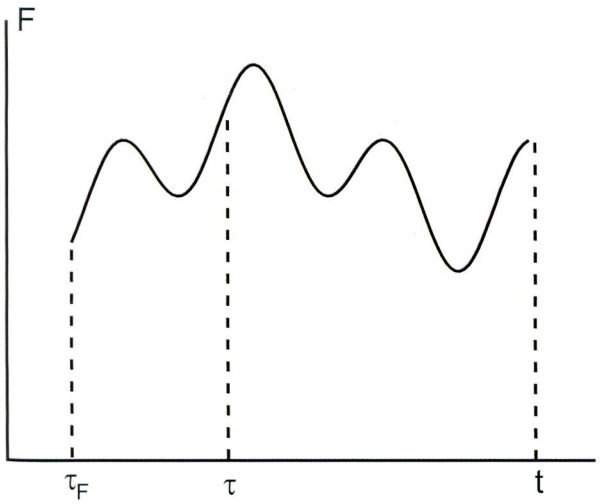

Figure 8. Charge et variables temporelles.
Figure 8. Load and temporal variables.

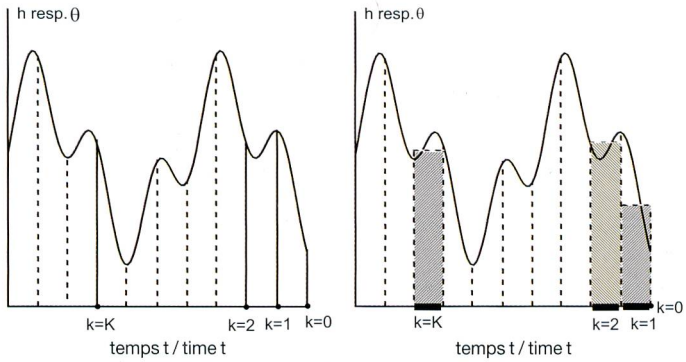

Figure 9. Discrétisation de l'influence des termes différés. Gauche: par sommation de valeurs instantanées. Droite: par sommation de valeurs moyennes.
Figure 9. Discretisation of the influence of the deferred terms. Left: by summation of instantaneous values. Right: by summation of average values.

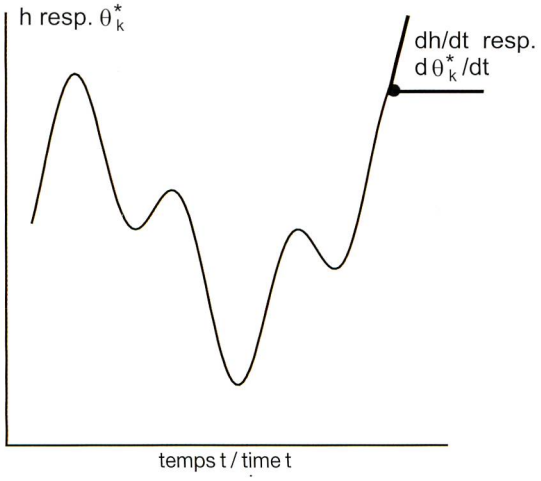

Figure 10. Utilisation de gradients temporels.
Figure 10. Use of temporal gradients.

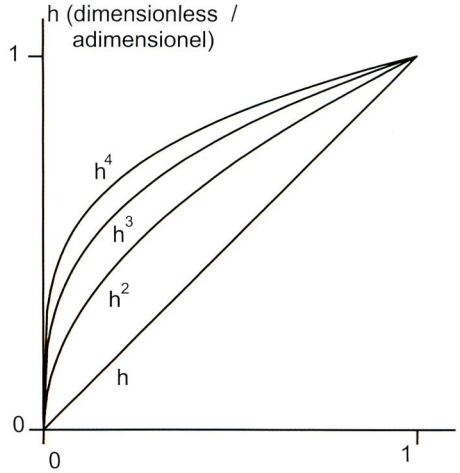

Figure 11. Fonctions pour prédiction de l'effet hydrostatique.
Figure 11. Functions for the prediction of the hydrostatic effect.

3.2 Modèles statistiques de prédiction des déplacements des barrages en béton

L'approche statistique consiste à approximer la forme des indicateurs déterministes par des fonctions «simples» plus faciles à manipuler. Un modèle statistique ne sera ainsi approprié que dans les cas où ces fonctions simples sont effectivement à même de reproduire le comportement réel.

Le modèle général traditionnellement utilisé pour la prédiction du déplacement d'un point d'un barrage en béton est

$$P(t,h,s) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 e^{-t} + a_6 e^{t} + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \quad [21a]$$

ou alternativement, en remplaçant le terme exponentiel en e^t par un terme linéaire

$$P(t,h,s) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 e^{-t} + a_6 t + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \quad [21b]$$

où t est le temps écoulé, généralement exprimé en années. L'origine ne doit pas remonter trop haut dans le temps pour éviter des difficultés numériques engendrées par le terme en e^t.

s est la saison variant entre 0 le 1er janvier et 2π le 31 décembre selon

$$s = \frac{j}{365.25} 2\pi \quad [22]$$

où j est le nombre de jours écoulés depuis le 1er janvier. La formulation de l'équation 21 n'est cependant pas la seule possible, et elle n'est pas non plus arbitraire mais découle de la physique du problème.

Les modèles statistiques sont présentés ici en séparant les effets réversibles des effets irréversibles selon l'équation 2

$$M(t,env) = P_{h,r}(t,h) + P_{\theta,r}(t,\theta) + P_s(t,h,\theta) + D(t,env) \quad [2]$$

3.2.1 Composante réversible hydrostatique

Un polynôme du 4e degré en h est généralement utilisé comme fonction de prédiction complète pour les déplacements d'un point d'un barrage en béton (équation 8 avec $L=4$, Figure 11)

$$P_{h,r}(h) = a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 \quad [23]$$

Breitenstein et al. (1985) tiennent compte – de manière approximative – des effets différés en introduisant un terme supplémentaire qui est fonction de la variation du niveau d'eau sur une période précédente

$$a_{11}(h - h_k) \quad [24]$$

3.2 Statistical prediction models for the displacements of concrete dams

The statistical method consists in approximating the shape of the deterministic indicators by "simple" functions which are easier to manipulate. A statistical model will thus only be applicable to cases where these simple functions are indeed able to reproduce the true behaviour.

The general model traditionally used for the prediction of the displacement of a point in a concrete dam is

$$P(t,h,s) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 e^{-t} + a_6 e^{t} + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \quad [21a]$$

or alternatively, replacing the exponential term e^t by a linear term

$$P(t,h,s) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 e^{-t} + a_6 t + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \quad [21b]$$

where t is the elapsed time, commonly expressed in years. The origin must not go back too far in time in order to avoid numerical difficulties induced by the term in e^t.

s is the season varying between 0 and 2π from January 1st to December 31th according to

$$s = \frac{j}{365.25} 2\pi \quad [22]$$

where j is the number of days since January 1st. The formulation of Equation 21 is not, however, the only one possible. Also, it is not arbitrary but results of the physics of the problem.

Statistical models are presented here, separating the reversible effects from the irreversible effects according to Equation 2

$$M(t,env) = P_{h,r}(t,h) + P_{\theta,r}(t,\theta) + P_s(t,h,\theta) + D(t,env) \quad [2]$$

3.2.1 Reversible hydrostatic component

A 4th order polynomial in h is commonly used as a comprehensive prediction function for the displacements of a point in a concrete dam (Equation 8 with $L = 4$, Figure 11).

$$P_{h,r}(h) = a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 \quad [23]$$

Breitenstein et al. (1985) consider – in an approximate manner – deferred effects, by introducing an additional term which is a function of the water level variation in a previous period

$$a_{11}(h - h_k) \quad [24]$$

h_k étant le niveau d'eau k jours avant la mesure (k=7 dans Breitenstein et al. (1985)). Widman (1967) utilise quant à lui, pour tenir compte du même effet, la différence entre le niveau d'eau h régnant au moment de l'observation et la moyenne $\bar{h}_l$ des l jours précédant ce moment (l=20 dans Widman (1967))

$$a_{11}\left(h-\bar{h}_l\right) \qquad [25]$$

3.2.2 Composante réversible thermique

Une approximation simplificatrice extrême est souvent introduite pour tenir compte de la contribution thermique aux déplacements réversibles de l'ouvrage. Elle consiste à renoncer à considérer explicitement la température régnant en divers points du barrage ainsi qu'aux températures de l'air et de l'eau au profit du postulat que l'effet thermique réversible peut être représenté par une courbe saisonnière de la forme (Willm & Beaujoint 1967)

$$P_{\theta,r}(s) = a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \qquad [26a]$$

Cette courbe est définie par une harmonique de période annuelle (2 premiers termes) et d'une harmonique décalée (à une constante près) de période semestrielle (2 derniers termes), toutes exprimées en fonction d'un angle s variant de 0 à 2π du 1er janvier au 31 décembre (équation 22).

Cette manière de procéder néglige les variations de température interannuelles, ce qui peut causer des erreurs de prédiction significatives dans le cas de barrages minces. En même temps, c'est quelquefois la seule manière de procéder (absence de thermomètres, thermomètres mal placés).

L'utilisation des propriétés des fonctions trigonométriques permet de réécrire l'équation 26a à une constante près sous la forme

$$P_{\theta,r}(s) = a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \cos 2s + a_{10} \sin 2s \qquad [26b]$$

où a_7 à a_{10} sont différents de ceux de l'équation 26a.

On retrouve ainsi directement les deux premières harmoniques de la transformée de Fourier d'une fonction de période annuelle. Les deux séries de fonctions trigonométriques sont reportées à la Figure 12[6].

Tenant compte du fait que le terme $P_{\theta r}(s)$ (équation 26) ne représente que l'influence de la moyenne à long terme (plusieurs années) de la température, Breitenstein et al. (1985) ont introduit un terme supplémentaire qui représente l'influence de la différence entre la température effective et la moyenne à long terme. Cette contribution supplémentaire est de la forme

$$a_{12}\left(\theta-\bar{\theta}_j\right) + a_{13}\left(\theta-\bar{\theta}_k\right) + a_{14}\left(\theta-\bar{\theta}_l\right) \qquad [27]$$

La température $\bar{\theta}_j$ entrant dans l'équation 27 est la température moyenne de l'air sur une période de j jours précédant la date de la mesure (de même pour $\bar{\theta}_k$ et $\bar{\theta}_l$). Les durées à considérer dépendent de l'épaisseur du barrage du fait que les changements de température ont un effet rapide sur les ouvrages minces alors que les ouvrages épais sont influencés avec un certain retard. Widman (1967) utilise les valeurs de 5, 20 et 50 jours (j=5, k=20, l=50 dans l'équation 27).

De par les considérations ci-dessus, il est évident que le traitement de l'effet thermique réversible est complexe et, en pratique, approximatif. Deux points sont à relever par rapport aux considérations faites ici :

[6] Le cas échéant, des harmoniques d'ordres supérieurs peuvent également être considérées.

h_k being the water level k days before the measurement (k = 7 in Breitenstein et al. (1985)). Widman (1967) uses the difference between the water level h at the time of the observation and the average $\bar{h}_l$ during l days preceding this time, to take the same effect into account (l = 20 in Widman (1967))

$$a_{11}\left(h-\bar{h}_l\right) \qquad [25]$$

3.2.2 Reversible thermal component

A drastic simplifying approximation is often introduced to take into account the thermal contribution to the reversible displacements of the structure. It consists in explicitly disregarding any consideration of the prevailing temperatures in various points of the dam, as well as the air and water temperatures, in favour of the postulate that the reversible thermal effect can be represented by a seasonal curve of the form (Willm & Beaujoint 1967)

$$P_{\theta,r}(s) = a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \qquad [26a]$$

This function is defined by a harmonic of yearly period (first 2 terms) and of a shifted harmonic (to within a constant) of semi-annual period (last 2 terms), all expressed according to an angle s varying between 0 and 2π from January 1st to December 31st (Equation 22).

This way of proceeding ignores the inter-annual temperature variations, which can induce significant prediction errors in the case of thin dams. Even so, it is sometimes the only way to proceed (lack of thermometers, badly placed thermometers).

By using the properties of trigonometric functions, one can rewrite Equation 26a, to within a constant, in the form

$$P_{\theta,r}(s) = a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \cos 2s + a_{10} \sin 2s \qquad [26b]$$

where a_7 to a_{10} are different from those of Equation 26a.

One thus directly finds the first two harmonics of the Fourier Transform of a function with yearly period. The two formulations are sketched in Figure 12[6].

Taking into account the term $P_{\theta,r}(s)$ (Equation 26) represents only the influence of the long-term average of the temperature (several years). Breitenstein et al. (1985) introduce an additional term that represents the influence of the difference between the actual temperature and the long-term average. This additional contribution is of the type

$$a_{12}\left(\theta-\bar{\theta}_j\right) + a_{13}\left(\theta-\bar{\theta}_k\right) + a_{14}\left(\theta-\bar{\theta}_l\right) \qquad [27]$$

The temperature $\bar{\theta}_j$ entering into Equation 27 is the average air temperature over a period of j days prior to the date of the measurement (similarly for $\bar{\theta}_k$ and $\bar{\theta}_l$). The durations to be retained depend on the thickness of the dam because temperature changes have a rapid effect on thin structures, whereas the influence is delayed in thick structures. Widman (1967) uses the values of 5, 20 and 50 days (j = 5, k = 20, l = 50 in Equation 27).

From the considerations above, it is obvious that dealing with the reversible thermal effect is complex and, in practice, approximate. Two points need to be pointed out with regard to the considerations made earlier:

a. Equation 26 makes no use of temperature measurements;
b. Equation 26, which is often used in practice, presupposes that the thermal state of the structure varies, essentially, in a cyclic manner.

[6] If necessary, higher order harmonics can also be considered.

a. l'équation 26 ne fait usage d'aucune mesure de température;
b. l'équation 26, souvent utilisée en pratique, présuppose que l'état thermique de l'ouvrage varie essentiellement de manière cyclique.

3.2.3 Composante irréversible

Une combinaison de fonctions exponentielles est généralement admise pour prédire l'évolution irréversible

$$P_s(t) = a_5 e^{-t} + a_6 e^{t} \qquad [28a]$$

ou exponentielle décroissante et linéaire

$$P_s(t) = a_5 e^{-t} + a_6 t \qquad [28b]$$

où t est une mesure adimensionnelle du temps, c'est-à-dire le rapport entre le temps écoulé et une durée de référence. Cette durée de référence devrait être choisie comme paramètre libre à déterminer au moyen de l'analyse de régression. Celle-ci devient alors non linéaire et nécessite une résolution plus complexe (basée sur des itérations par exemple). Il semblerait cependant que cette durée de référence n'ait que peu d'influence sur les prédictions dans des cas concrets et elle est choisie de façon arbitraire en pratique (généralement égale à 1 an).

Alternativement, Breitenstein et al. (1985) utilisent, en lieu et place de l'équation 28,

$$P_s(t) = a_5 t + a_6 \left(\ln \left[1 + \frac{t}{c_1} \right] \right)^{\frac{1}{c_2}} + a_{15} \left(1 - e^{\frac{-t}{c_3}} \right) \qquad [29]$$

où c_1 à c_3 sont des constantes à sélectionner.

Willm & Beaujoint (1967) ainsi que Lugiez et al. (1970) utilisent quant à eux

$$P_s(t) = a_5 \log t + a_6 e^{t} \qquad [30]$$

alors que Widman (1967) utilise

$$P_s(t) = a_5 t + a_6 \ln t \qquad [31]$$

Silva Gomes & Silva Matos (1985) utilisent une expression polynomiale en t pour la même évolution

$$P_s(t) = a_5 t + a_6 t^2 + a_{15} t^3 \qquad [32]$$

3.2.3 Irreversible component

A combination of exponential functions is commonly retained to predict the irreversible development

$$P_s(t) = a_5 e^{-t} + a_6 e^{t} \qquad [28a]$$

or of an exponentially decreasing function and of a linear one

$$P_s(t) = a_5 e^{-t} + a_6 t \qquad [28b]$$

where t is a dimensionless measure of time, i.e. the ratio between the elapsed time and a reference time duration. The latter should be chosen as a free parameter, determined by means of the regression analysis. The analysis then becomes non-linear and requires a more complex resolution procedure (based on iterations for example). It seems, however, that this duration of reference has little influence on the predictions in specific cases. In practice, it is chosen in an arbitrary manner (generally equal to 1 year).

Alternatively, Breitenstein et al. (1985) use, instead of Equation 28

$$P_s(t) = a_5 t + a_6 \left(\ln \left[1 + \frac{t}{c_1} \right] \right)^{\frac{1}{c_2}} + a_{15} \left(1 - e^{\frac{-t}{c_3}} \right) \qquad [29]$$

where c_1 to c_3 are constants to be selected.

Willm & Beaujoint (1967) as well as Lugiez et al. (1970) use

$$P_s(t) = a_5 \log t + a_6 e^{t} \qquad [30]$$

whereas Widman (1967) retains

$$P_s(t) = a_5 t + a_6 \ln t \qquad [31]$$

Silva Gomes & Silva Matos (1985) use a polynomial expression in t for the same development

$$P_s(t) = a_5 t + a_6 t^2 + a_{15} t^3 \qquad [32]$$

The shape of some of these functions is reported in Figure 13 (left part).

The formulations presented above, frequently encountered in the literature and in practice, systematically contain strictly monotonous functions (increasing or decreasing without horizontal

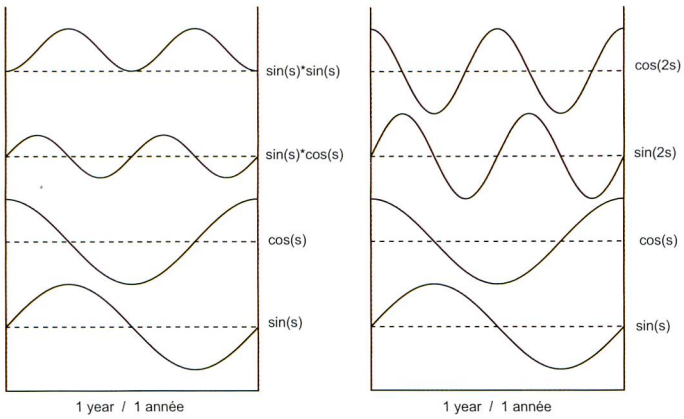

Figure 12. Fonctions trigonométriques pour prédiction de l'effet saisonnier (effet thermique). Gauche: selon équation 26a. Droite: selon équation 26b.
Figure 12. Trigonometric functions for predicting the seasonal effect (thermal effect). Left: according to Equation 26a. Right: according to Equation 26b.

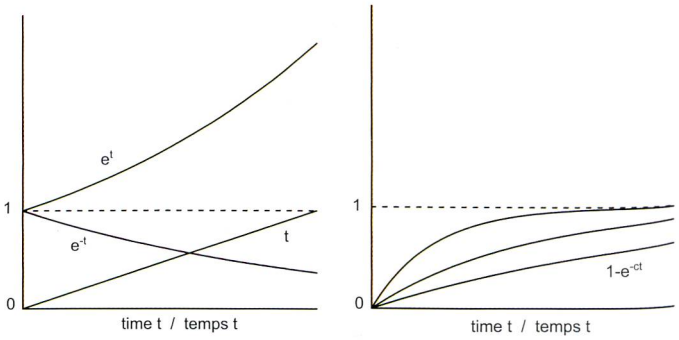

Figure 13. Fonctions pour la prédiction de la composante irréversible. Gauche: incluant des fonctions sans asymptote horizontale (selon l'équation 28). Droite: excluant des fonctions sans asymptote horizontale (selon l'équation 33).
Figure 13. Functions for the prediction of the irreversible component. Left: including monotonous functions without asymptote (according to equation 28). Right: excluding monotonous functions without asymptote (according to Equation 33).

L'allure de quelques-unes de ces fonctions est reportée à la Figure 13 (partie gauche).

Les formulations présentées ci-dessus, fréquemment rencontrées dans la littérature et dans la pratique, contiennent systématiquement des fonctions strictement monotones (croissantes ou décroissantes sans asymptote horizontale). Certains experts considèrent qu'il n'est pas défendable d'inclure de telles fonctions explicatives (à moins qu'on se trouve dans une situation de comportement extrêmement anormal, auquel cas des mesures particulières doivent de toute façon être prises). Ils recommandent de se restreindre au plus à l'utilisation de fonctions monotones avec asymptote horizontale, par exemple de type (Figure 13, partie droite)

$$P_s(t) = a_5 e^{-ct} \qquad [33]$$

où c est une constante arbitraire.

Quelle que soit la forme utilisée pour prédire la composante irréversible, il convient de se rappeler que c'est, justement, une composante irréversible ! Une telle composante qui n'aurait pas tendance à se stabiliser avec le temps ou que de manière excessivement lente pourrait être révélatrice d'un comportement inadmissible de l'ouvrage.

3.2.4 Remarque sur l'exclusion de la composante irréversible

On peut être tenté d'exclure la composante irréversible $P_s(t)$ de la prédiction, utilisant une forme simplifiée de l'équation 2

$$M(t,env) = P_{h,r}(t,h) + P_{\theta,r}(t,\theta) + D(t,env) \qquad [34]$$

L'écart $D(t,env)$ entre l'observation et la prédiction mettra alors en évidence une composante irréversible éventuelle. Si cette composante est importante, elle aura tendance à masquer les erreurs d'observation, de modélisation et de calcul numérique ainsi qu'une dérive d'autre origine. Ceci est à éviter et il est préférable d'inclure explicitement la composante irréversible dans le modèle utilisé. En même temps, il faut évidemment analyser l'importance et l'évolution de cette composante pour l'ouvrage étudié.

3.2.5 Terme constant

Des constantes reflètent l'arbitraire de l'origine choisie pour les variables prépondérantes et l'indicateur de comportement. Ces termes individuels sont réunis dans la constante a_0 de la fonction de prédiction.

3.2.6 Utilisation d'observations antérieures de l'indicateur de comportement

Une alternative à la formulation de l'équation 21 consiste à considérer des valeurs antérieures d'observations de l'indicateur de comportement selon

$$P(t,h,s) = a_j M_j + a_k M_k + a_l M_l + \ldots + a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 e^{-t} + a_6 e^t + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \qquad [35a]$$

ou

$$P(t,h,s) = a_j M_j + a_k M_k + a_l M_l + \ldots + a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 e^{-t} + a_6 t + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \qquad [35b]$$

M_j, M_k, M_l, ... sont les valeurs observées de l'indicateur de comportement j jours, k jours, l jours, ... auparavant. En d'autres termes, l'équation contient des termes appelés *autorégressifs*. Bien que cette modélisation permette presque toujours d'obtenir une prédiction meilleure que celle correspondant à l'équation 21, elle n'est pas en mesure de déceler des dérives lentes de l'indicateur de comportement. En effet, une telle dérive, une fois amorcée, serait prédite – en même temps que d'autres effets – par les termes $a_j M_j$, $a_k M_k$, $a_l M_l$, ...

asymptote). Some experts consider that it is not justifiable to retain such explanatory functions (unless one deals with the situation of a highly abnormal behaviour, in which case specific measures have to be taken anyway). They recommend using at most monotonous functions with a horizontal asymptote, for example (Figure 13, right part)

$$P_s(t) = a_5 e^{-ct} \qquad [33]$$

where c is an arbitrary constant.

Whatever the form used to predict the irreversible component, it should be remembered that it is, precisely, an irreversible component! A component that does not have a tendency to stabilise with time, or that does so in an excessively slow manner, could be an indication of an unacceptable behaviour of the structure.

3.2.4 A remark on the disregard of the irreversible component

One can be tempted to exclude the irreversible component $P_s(t)$ out of the prediction, using a simplified form of Equation 2,

$$M(t,env) = P_{h,r}(t,h) + P_{\theta,r}(t,\theta) + D(t,env) \qquad [34]$$

The difference $D(t,env)$ between the observation and the prediction will then show a possible irreversible component. If this component is important, it will tend to conceal the errors of observation, modelling and numeric calculation as well as a shift due to another cause. This is to be avoided, and it is preferable to include the irreversible component explicitly in the model used. Obviously, it is necessary to analyse the importance of this component for the structure being studied, and its evolution.

3.2.5 Constant term

Constants reflect the arbitrariness of the origin chosen for the governing variables and the behaviour indicator. These individual terms are united in the constant a_0 of the prediction function.

3.2.6 Use of previous observations of the behaviour indicator

An alternative to the formulation of Equation 21 consists in considering previous observation values of the behaviour indicator according to

$$P(t,h,s) = a_j M_j + a_k M_k + a_l M_l + \ldots + a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 e^{-t} + a_6 e^t + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \qquad [35a]$$

or

$$P(t,h,s) = a_j M_j + a_k M_k + a_l M_l + \ldots + a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 e^{-t} + a_6 t + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \qquad [35b]$$

M_j, M_k, M_l, ... are the values of the behaviour indicator observed j days, k days, l days,... earlier. In other words, the equation contains so-called autoregressive terms. Although this type of model almost always leads to a better prediction than the one corresponding to Equation 21, it does not allow the detection of slow drifts of the behaviour indicator. Indeed, such a drift, once started, would be predicted – at the same time as other effects – by the terms $a_j M_j$, $a_k M_k$, $a_l M_l$, ... and would thus not appear in the difference between the observed and the predicted values. Such a model would then conceal the occurrence of an abnormal behaviour of the structure, whereas the goal of its application is precisely to reveal it! It is thus absolutely necessary to avoid using these autoregressive models within the scope of surveillance. One could, however, use them for the prediction of likely values against which the measurements done by the dam warden are checked, see Section 1.1.

et n'apparaîtrait pas dans l'écart entre les valeurs observées et les valeurs prédites. Un tel modèle masquerait donc l'apparition d'un comportement anormal de l'ouvrage alors que le but de sa mise en œuvre est précisément de permettre de l'identifier ! Il faut donc absolument s'abstenir de recourir à ces modèles autorégressifs dans le cadre de la surveillance. On pourrait toutefois les utiliser pour la prédiction de valeurs servant au contrôle de plausibilité des mesures effectuées par le barragiste, voir Section 1.1.

3.2.7 Remarques

Un modèle statistique peut être perçu comme un modèle hybride dans lequel les fonctions de comportement sont approximées, modèle hybride qui n'est rien d'autre qu'un modèle déterministe calibré dans le but de mieux épouser la réalité. Ceci souligne le fait que les fonctions d'influence ne sont pas arbitraires, mais ont au contraire une base physique.

Willm & Beaujoint (1967) semblent être à l'origine de la formalisation de cette *approche statistique de surveillance,* également décrite par Widman (1967), Lugiez et al. (1970), Bossoney (1985) et Singh & Li (1992)[7]. La forme la plus répandue est celle de l'équation 21 (ou une spécialisation de celle-ci).

Une difficulté fréquente rencontrée lors de la mise en œuvre d'un modèle statistique a trait à la composante thermique, du fait qu'il est souvent difficile de la séparer de la composante hydrostatique. Il suffit d'évoquer, d'une part, l'imbrication des cycles saisonniers et des cycles d'exploitation pour certains réservoirs et, d'autre part, les influences thermiques liées aux mouvements des plans d'eau : le remplissage d'été qui rafraîchit le barrage alors que le remplissage d'hiver le préserve d'un plus grand refroidissement.

3.3 Fonctions pour la modélisation statistique appliquée à d'autres situations

La modélisation statistique peut être utilisée à d'autres fins que la prédiction des déplacements des barrages en béton, même s'il est peu fait usage de cette possibilité en pratique.

Les fonctions d'influence et les variables prépondérantes choisies doivent alors refléter la réalité physique du phénomène et du système étudié.

3.3.1 Digues (déplacements)

Il est généralement admis que seules les variables

a. temps (âge) et

b. niveau du plan d'eau

sont au plus à considérer dans la prédiction du déplacement d'un point d'une digue. Actuellement l'indisponibilité de mesures fréquentes restreint cependant l'usage de prédictions de ce type en Suisse.

3.3.2 Niveaux piézométriques

Loudière et al. (1985) ont déterminé que l'influence de la cote du plan d'eau sur le niveau de deux piézomètres de la digue de Le Drennec est de la forme

$$z = z_0 + \alpha (h - h_0) H [h - h_0] \qquad [36]$$

où h_0 est une hauteur d'eau de référence et $H[h-h_0]$ est la fonction unitaire, égale à *1* si $h>h_0$ et à *0* si $h<h_0$. α est le coefficient ajustable.

[7] Cet article contient par ailleurs une description détaillée des approches de modélisation de la déformation des barrages en béton et une revue de littérature selon laquelle une première application de l'approche statistique aurait eu lieu en 1955.

3.2.7 Remarks

A statistical model can be viewed as a hybrid model in which the behaviour functions are approximated, while a hybrid model is nothing else but a deterministic model calibrated in order to better match reality. This underlines the fact that the influence functions are not arbitrary, but, on the contrary, are physically based.

Willm & Beaujoint (1967) seem to be at the origin of the formalisation of this *statistical approach to surveillance,* also described by Widman (1967), Lugiez et al. (1970), Bossoney (1985) and Singh & Li (1992)[7]. The most widespread form is Equation 21 (or one of its specialisation).

A difficulty that often arises when implementing a statistical model is related to the thermal component, because it is often difficult to separate it from the hydrostatic component. It is sufficient to mention here the overlapping of the seasonal cycles and the operation cycles for some reservoirs, and the thermal influences related to the movements of the reservoir: the impounding in summer that cools the dam whereas the impounding in winter protects it from a greater cooling.

3.3 Functions for statistical modelling applied to other situations

Statistical modelling can be used to other ends than the prediction of the displacements of concrete dams, even though this possibility is rarely used in practice.

The chosen influence functions and governing variables must then reflect the physical reality of the phenomenon and of the system under investigation.

3.3.1 Embankment dams (displacements)

It is commonly admitted that only the variables of

a. time (age) and

b. level of the reservoir

need, at most, to be considered in the prediction of the displacement of a point of an embankment dam. However, the unavailability of frequent measurements restricts the use of predictions of this type, for the time being, in Switzerland.

3.3.2 Piezometric levels

Loudière et al. (1985) found that the influence of the reservoir level on the level of two piezometers in the Le Drennec embankment dam is of the form

$$z = z_0 + \alpha (h - h_0) H [h - h_0] \qquad [36]$$

where h_0 is a reference water level and $H[h-h_0]$ is the unit step function, equal to *1* if $h > h_0$ and to *0* if $h < h_0$. α is the adjustable coefficient.

Guedes & Coelho (1985) obtain the piezometric pressure of the Funil dam according to

$$p = a_0 + a_1 h_{15} + a_2 t^2 + a_3 \ln (1 + t) \qquad [37]$$

where h is the water level (from which a reference level is subtracted) and t is time, expressed in days. The subscript *15* indicates that use is made of the water level prevailing 15 days before the date of the prediction.

More generally, it is accepted that the pore pressures (including within foundation rock) and the uplift pressures depend on the deformations. They are then, theoretically, influenced by the same variables (reservoir level, concrete temperature and time).

[7] This paper also contains a detailed description of modelling approaches for concrete dam deformation and a literature review, according to which the first application of the statistical approach was made in 1955.

Guedes & Coelho (1985) obtiennent la pression piézométrique du barrage de Funil selon

$$p = a_0 + a_1 h_{15} + a_2 t^2 + a_3 \ln(1+t) \quad [37]$$

où h est le niveau d'eau (duquel un niveau de référence est soustrait) et t est le temps exprimé en jours. L'indice *15* indique qu'il s'agit de la valeur du niveau d'eau régnant 15 jours avant la date de la prédiction.

De manière plus générale, il est admis que les pressions interstitielles (y compris dans le rocher) et les sous-pressions sont dépendantes des déformations. Elles sont de ce fait théoriquement influencées par les mêmes variables (niveau du plan d'eau, température du béton et temps).

3.3.3 Glissement

Similairement, une application au mouvement d'une surface de glissement au site du barrage de Tablachaca a été admise de type (O'Rourke et al. 1985)

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4 + a_5 x_5 \quad [38]$$

où y est l'incrément du mouvement de la surface durant un mois. Les variables prépondérantes sont ici

x_1 mouvement de la surface lors du mois précédent
x_2 précipitations lors du mois précédent
x_3 altitude de la station
x_4 temps mesuré en années
x_5 niveau d'eau maximum atteint durant le mois (duquel est soustrait un niveau de référence)

Les constantes a_0 à a_5 sont différentes pour les diverses zones surveillées. Elles sont obtenues par analyse de régression.

3.3.4 Mouvements de joint

Guedes & Coelho (1985) prédisent le mouvement d'un joint du barrage de Sobradinho selon

$$\delta = a_1\theta_{23} + a_2\theta_{36} + a_3 t + a_4 t^2 + a_5 \ln(1+t) \quad [39]$$

où θ indique la température du béton, les indices indiquent le nombre de jours précédant la date de la prédiction auxquels les températures sont mesurées et t est le temps exprimé en jours.

A nouveau, et de manière plus générale, les mouvements des joints dépendent des déformations et sont de ce fait influencées par les mêmes variables (niveau du plan d'eau, température du béton et temps).

3.3.5 Eaux de percolation

Le débit des eaux de percolation à proximité du déversoir du barrage d'Itaipu est prédit par Guedes & Coelho (1985) selon

$$Q = a_0 + a_1 h_{6,11}^2 + a_2 t + a_3 t^2 + a_4 \ln(1+t) \quad [40]$$

où $h_{6,11}$ est la moyenne du niveau d'eau des jours 6 à 11 précédant le jour de la mesure.

Breitenstein et al. (1985) proposent quant à eux

$$Q = a_0 + a_1 h + a_2 h^{a_3} \quad [41]$$

Dans la mesure où le débit des eaux de percolation est influencé par les précipitations, il est alors opportun d'inclure ces dernières comme variable.

3.3.6 Déplacements

Les sections précédentes ont fait une large place à l'approche saisonnière de la prédiction des déplacements. Guedes & Coelho (1985)

3.3.3 Landslides

Similarly, an application to the movement of the surface of a landslide at the site of the Tablachaca dam has been postulated of the form (O'Rourke et al. 1985)

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4 + a_5 x_5 \quad [38]$$

where y is the incremental movement of the surface during one month. The governing variables here are

x_1 movement of the surface during the previous month
x_2 precipitation during the previous month
x_3 altitude of the station
x_4 time in years
x_5 maximum water level reached during the month (from which is subtracted a reference level).

The constants a_0 to a_5 are different for the various zones which are under surveillance. They are obtained by regression analysis.

3.3.4 Joint movements

Guedes & Coelho (1985) predict the movement of a joint at the Sobradinho dam according to

$$\delta = a_1\theta_{23} + a_2\theta_{36} + a_3 t + a_4 t^2 + a_5 \ln(1+t) \quad [39]$$

where θ indicates the concrete temperature, the subscripts indicate the number of days prior to the date of the prediction at which the temperatures are measured, and t is the time expressed in days.

Again, and more generally, joint movements depend on the displacements and are thus influenced by the same variables (reservoir level, concrete temperature and time).

3.3.5 Seepage discharge

The seepage discharge close to the Itaipu dam spillway is predicted by Guedes & Coelho (1985) according to

$$Q = a_0 + a_1 h_{6,11}^2 + a_2 t + a_3 t^2 + a_4 \ln(1+t) \quad [40]$$

where $h_{6,11}$ is the average water level from days 6 to 11 prior to the day of the measurement.

Breitenstein et al. (1985) propose for their part

$$Q = a_0 + a_1 h + a_2 h^{a_3} \quad [41]$$

Whenever seepage discharge is influenced by precipitation, it is then appropriate to include them as a variable.

3.3.6 Displacements

In the previous sections, a large part of the attention was focussed on the seasonal approach in the prediction of the displacements. However, Guedes & Coelho (1985) use average values of air temperature for the predictions of the displacements at the São Simão and Agua Vermelha dams, according to

$$\delta = a_0 + a_1 h^3 + a_2 \theta_{pq} \quad [42a]$$

$$\delta = a_0 + a_1 h^4 + a_2 \theta_{pq} \quad [42b]$$

where θ_{pq} is the average value of the air temperature between the day p and the day q preceding the measurement of the effect of the variable.

Another method also used consists in preparing two sets of predictions, one for the summer semester and another for the winter semester.

utilisent cependant des valeurs moyennes de température de l'air pour la prédiction des déplacements des barrages de São Simão et Agua Vermelha selon

$$\delta = a_0 + a_1 h^3 + a_2 \theta_{pq} \quad [42a]$$

$$\delta = a_0 + a_1 h^4 + a_2 \theta_{pq} \quad [42b]$$

θ_{pq} est la valeur moyenne de la température de l'air entre le jour *p* et le jour *q* précédant la mesure de l'effet de la variable.

Une méthode également utilisée consiste à préparer deux jeux de prédiction, un pour le semestre d'été et un autre pour le semestre d'hiver.

3.3.7 Fondation

Le mouvement de points de la fondation proche des barrages est traité de manière similaire au mouvement de points du corps du barrage, par exemple aux barrages d'Emosson et de Gebidem (Suisse). Les mêmes fonctions d'influence et variables prépondérantes que pour la prédiction des déplacements du corps du barrage sont généralement choisies.

3.3.8 Conclusion

La modélisation statistique peut être appliquée aux situations les plus diverses. Les fonctions d'influence sont choisies de cas en cas, non de manière arbitraire, mais sur la base d'analyses mécaniques de référence ou autres considérations physiques.

3.4 Mise en œuvre des modèles mixtes

Les modèles mixtes ont été évoqués à la Section 2.4. Leur forme la plus répandue consiste en la prédiction déterministe de l'influence du niveau d'eau et le traitement statistique des effets thermiques (ainsi que des effets irréversibles lorsqu'ils sont inclus). Les éléments suivants décrivent les étapes de la mise en œuvre d'un modèle mixte (effets du niveau d'eau et des variations thermiques uniquement).

Le point de départ est à nouveau l'équation 2, respectivement 34 en l'absence de prédiction d'une composante irréversible

$$M(t,env) = P_{h,r}(t,h) + P_{\theta,r}(t,\theta) + D(t,env) \quad [34]$$

3.4.1 Effet du niveau du lac $P_{h,r}$

Il s'agit de définir l'effet du niveau du lac $P_{h,r}(t,h)=\delta_h(h)$ en recourant à un modèle déterministe selon la Section 3.1 (en particulier l'équation 8). Il s'agit en général d'une modélisation numérique établie sur la base d'un calcul par éléments finis.

3.4.2 Effet des variations thermiques $P_{\theta,r}$

A des fins de simplification, on utilise généralement l'équation 26 pour la prédiction des influences thermiques.

3.4.3 Résolution

L'équation 34 devient (avec l'équation 26b)

$$M(t,env) = \delta_h(h) + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \cos 2s + a_{10} \sin 2s + D(t,env) \quad [43]$$

Alors que $\delta_h(h)$ représente une prédiction déterministe du comportement (déformation d'un point du barrage) sous sollicitation hydrostatique, les coefficients a_7 à a_{10} sont encore inconnus. Ils sont à déterminer selon les indications du Chapitre 4 (minimisation d'une norme de *D(t,env)*, généralement par la méthode des moindres carrés).

3.3.7 Foundation

The movement of foundation points close to a dam is treated in a similar manner to the movement of points of the body of the dam, for example at the Emosson and Gebidem dams (Switzerland). The same influence functions and governing variables that enter in the prediction of the displacements of the body of the dam are generally used.

3.3.8 Conclusion

Statistical modelling can be applied to various situations. The influence functions are chosen from case to case, not in an arbitrary manner, but on the basis of mechanical reference analyses or other physical considerations.

3.4 Implementation of mixed models

Mixed models have been mentioned in Section 2.4. Their most widespread form is the deterministic prediction of the influence of water level and the statistical treatment of thermal effects (as well as of the irreversible effects, when they are included). The implementation steps are described in the following sections (effects of water level and thermal variations only).

The starting point is, again, Equation 2, respectively 34 in the absence of a prediction of the irreversible component

$$M(t,env) = P_{h,r}(t,h) + P_{\theta,r}(t,\theta) + D(t,env) \quad [34]$$

3.4.1 Effect of the reservoir water level $P_{h,r}$

The point is to define the effect of the reservoir level $P_{h,r}(t,h) = \delta_h(h)$ while resorting to a deterministic model according to Section 3.1 (in particular Equation 8). It commonly involves a numerical modelling established on the basis of a finite element analysis.

3.4.2 Effect of the thermal variations $P_{\theta,r}$

For simplification purposes, one commonly uses Equation 26 for the prediction of the thermal influences.

3.4.3 Resolution

Equation 34 becomes (with Equation 26b)

$$M(t,env) = \delta_h(h) + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \cos 2s + a_{10} \sin 2s + D(t,env) \quad [43]$$

Whereas $\delta_h(h)$ represents a deterministic prediction of the behaviour (displacement of a point of the dam) under hydrostatic load, the coefficients a_7 to a_{10} are still unknown. They need to be determined according to the indications given in Chapter 4 (minimisation of a norm of *D(t,env)*, commonly by the least squares method).

4. Implementation of the statistical method

4.1 Procedure

The implementation of a statistical, hybrid or mixed model is always performed in the same way. Having chosen a behaviour model for the prediction, one must

a. estimate[8] the values of the adjustable parameters;
b. assess the validity of the assumed model (i.e. the influence functions chosen) and review it when necessary;
c. assess if, whether or not, a specific measure is likely to correspond to the predictive model; and
d. assess periodically if the established model is still valid.

[8] The parameters are *estimated*, rather than *determined*, because they depend on observations and are not exactly known values.

4. Mise en œuvre de la méthode statistique

4.1 Procédure

L'implémentation d'un modèle statistique, hybride ou mixte se présente toujours de la même manière. Après avoir choisi un modèle de comportement pour la prédiction, il s'agit

a. d'estimer[8] les valeurs des paramètres ajustables;
b. d'apprécier la validité du modèle postulé (c'est-à-dire des fonctions d'influence choisies) et de le réviser le cas échéant;
c. d'évaluer si une mesure spécifique correspond probablement au modèle prédictif ou non;
d. d'évaluer à intervalles réguliers si le modèle établi est toujours valable.

Ces aspects sont « le pain quotidien » de la statistique. Ils sont développés ici pour les trois éléments statistiques qui s'y rapportent:

a. estimation des paramètres libres du modèle prédictif;
b. plausibilité (dans un sens statistique) du modèle choisi, autant lors de son établissement que périodiquement lors de son utilisation;
c. plage de déviations acceptables (dans un sens statistique) entre les observations (mesures) et les prédictions.

La présentation qui suit reste superficielle. Le lecteur est invité à se référer à un ouvrage spécialisé pour un traitement plus approfondi, par exemple Montgomery et al. (2001).

4.2 Estimation des paramètres: régression multiple par la méthode des moindres carrés

Un modèle de comportement tel que celui décrit par l'équation 21 par exemple peut se mettre sous la forme

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_j X_j + \ldots + \beta_p X_p + \varepsilon \qquad [44]$$

où p est le nombre de *variables indépendantes*[9], également nommées *prédicteurs* ou *régresseurs* ($p+1$ est le nombre de paramètres libres), X_j est la j^e variable indépendante, β_j ($j=0,p$) est le j^e paramètre inconnu et ε est l'erreur (supposée pouvoir être représentée par une variable aléatoire d'espérance zéro). Faisant référence à l'équation 21a comme exemple, $p=10$, $\beta_0=a_0$, $\beta_1=a_1$, ..., $\beta_{10}=a_{10}$, $X_1=h$, $X_2=h^2$, $X_3=h^3$, $X_4=h^4$, $X_5=e^{-t}$, $X_6=e^t$, $X_7=cos(s)$, $X_8=sin(s)$, $X_9=sin^2(s)$, $X_{10}=sin(s)cos(s)$.

n observations (ou mesures) sont à disposition ($n>p$) pour estimer les paramètres β_j inconnus. Chaque observation i comprend d'une part la valeur mesurée y_i de l'indicateur de comportement et d'autre part les valeurs correspondantes $x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{pi}$ des fonctions d'influence. Le modèle (équation 44) devient ainsi

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{21} + \ldots + \beta_p x_{p1} + \varepsilon_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 x_{12} + \beta_2 x_{22} + \ldots + \beta_p x_{p2} + \varepsilon_2 \\ &\ldots \\ y_n &= \beta_0 + \beta_1 x_{1n} + \beta_2 x_{2n} + \ldots + \beta_p x_{pn} + \varepsilon_n \end{aligned} \qquad [45]$$

où ε_i est l'erreur pour la i^e observation (écart entre prédiction et observation). A ce stade, les paramètres β_j et les erreurs ε_i sont encore inconnus.

Les matrices suivantes sont introduites pour faciliter l'écriture

$$\underline{y} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{Bmatrix}, \quad \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & . & x_{p1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_{1n} & . & x_{pn} \end{bmatrix}, \quad \underline{\beta} = \begin{Bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \cdot \\ \cdot \\ \beta_p \end{Bmatrix}, \quad \underline{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_n \end{Bmatrix} \qquad [46]$$

[8] Les paramètres sont *estimés* plutôt que *déterminés* du fait qu'ils dépendent des observations et ne sont pas des grandeurs connues avec exactitude.

[9] On remarquera que dans le contexte statistique, on ne parle plus que de *variables*, bien que du point de vue analytique, certaines de ces « *variables* » soient en fait des *fonctions* des variables prépondérantes.

These aspects are the "bread and butter" of statistics. They are developed here for the following three related statistical elements:

a. estimation of the free parameters of the predictive model;
b. plausibility (in a statistical sense) of the chosen model, at the time of its establishment as well as periodically during its use;
c. acceptable range of deviations (in a statistical sense) between the observations (measurements) and the predictions.

The following presentation is only superficial. The reader is invited to refer to a more specialised reference, for example Montgomery et al. (2001), for a deeper coverage.

4.2 Estimation of the parameters: multiple regression by the least squares method

A behaviour model, such as e.g. the one described by Equation 21, can be written as

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_j X_j + \ldots + \beta_p X_p + \varepsilon \qquad [44]$$

where p is the number of independent variables[9], also named *predictors* or *regressors* ($p+1$ is the number of free parameters), X_j is the jth independent variable, β_j ($j = 0,p$) is the jth unknown parameter and ε is the error (which can supposedly be represented by a random variable of zero expected value). Referring to Equation 21a as an illustration, $p = 10$, $\beta_0 = a_0$, $\beta_1 = a_1, \ldots, \beta_{10} = a_{10}$, $X_1 = h$, $X_2 = h^2$, $X_3 = h^3$, $X_4 = h^4$, $X_5 = e^{-t}$, $X_6 = e^t$, $X_7 = cos(s)$, $X_8 = sin(s)$, $X_9 = sin^2(s)$, $X_{10} = sin(s)cos(s)$.

n observations (or measurements) are at disposal ($n > p$) to estimate the unknown parameters β_j. Every observation i consists of both the measured value y_i of the behaviour indicator and the corresponding values $x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{pi}$ of the influence functions. The model (Equation 44) thus becomes

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{21} + \ldots + \beta_p x_{p1} + \varepsilon_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 x_{12} + \beta_2 x_{22} + \ldots + \beta_p x_{p2} + \varepsilon_2 \\ &\ldots \\ y_n &= \beta_0 + \beta_1 x_{1n} + \beta_2 x_{2n} + \ldots + \beta_p x_{pn} + \varepsilon_n \end{aligned} \qquad [45]$$

where ε_i is the error for the ith observation (difference between the prediction and the observation). At this stage, the parameters β_j and the errors ε_i are still unknown.

The following matrices are introduced to facilitate the transcription

$$\underline{y} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{Bmatrix}, \quad \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & . & x_{p1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_{1n} & . & x_{pn} \end{bmatrix}, \quad \underline{\beta} = \begin{Bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \cdot \\ \cdot \\ \beta_p \end{Bmatrix}, \quad \underline{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_n \end{Bmatrix} \qquad [46]$$

Equation 45 is then put in the following matrix form

$$\underline{y} = \underline{X}\,\underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \qquad [47]$$

The least-squares method enables the estimation of the values of the parameters β_j. To do so, the parameters β_j that minimise the sum of the squares of the errors are sought, i.e.

$$\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p \text{ such that } \left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \ldots + \varepsilon_n^2\right) \text{minimum} \qquad [48a]$$

or, in matrix form,

[9] One has to note that in a statistical context, one speaks only of *variables*, whereas from an analytical point of view, some of these "variables" are, in fact, *functions* of the governing variables.

L'équation 45 est alors mise sous la forme matricielle suivante:

$$\underline{y} = \underline{X}\underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \qquad [47]$$

La méthode des moindres carrés permet d'estimer les valeurs des paramètres β_j. Pour ce faire, les paramètres β_j qui minimisent la somme des carrés des erreurs sont recherchés, c'est-à-dire

$$\beta_0, \beta_1, ..., \beta_p \text{ tels que } \left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + ... + \varepsilon_n^2\right) \text{minimum} \qquad [48a]$$

ou, sous forme matricielle,

$$\beta_0, \beta_1, ..., \beta_p \text{ tels que } \underline{\varepsilon}^T \underline{\varepsilon} = \left(\underline{y} - \underline{X}\underline{\beta}\right)^T \left(\underline{y} - \underline{X}\underline{\beta}\right) \text{minimum} \qquad [48b]$$

L'exposant *T* indique la transposée du vecteur ou de la matrice.

Si la matrice $\underline{X}^T \underline{X}$ est inversible, l'estimateur des paramètres β_j est

$$\hat{\underline{\beta}} = \left(\underline{X}^T \underline{X}\right)^{-1} \underline{X}^T \underline{y} \qquad [49]$$

La méthode des moindres carrés est une méthode fiable lorsque les hypothèses suivantes concernant les erreurs $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n$ sont vérifiées:

a. les erreurs sont non-biaisées[10] dans le sens que $E(\varepsilon_i) = 0$ $(i=1, 2, ..., n)$ où *E* est le symbole de l'espérance mathématique;
b. les erreurs ont toutes (à peu près) la même variance[11], c'est-à-dire $var(\varepsilon_i) = \sigma^2 = constante$;
c. les erreurs ne sont pas corrélées, c'est-à-dire $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = corr(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ *pour* $i \neq j$ où *cov* est le symbole de la covariance[12].

Il est rappelé que, pour l'instant, seule les *n* premières observations sont traitées, c'est-à-dire les observations utilisées pour le *développement* du modèle de comparaison statistique observation-prédiction.

Physiquement, le fait qu'une de ces hypothèses ne soit pas vérifiée pourrait provenir

a. d'un changement non modélisé des conditions régissant les observations qui aurait eu lieu durant la période des *n* observations, induisant une erreur systématique (par exemple aucune adaptation du modèle prédictif après une surélévation d'ouvrage);
b. d'un changement non modélisé des conditions régissant les observations qui aurait eu lieu durant la période des *n* observations, affectant la distribution aléatoire des erreurs (par exemple apparition d'une dérive d'un appareil de mesure);
c. d'une variable prépondérante qui ne serait pas contenue dans le modèle, entraînant que l'erreur relative à une observation donnée soit en partie dépendante de l'erreur relative à une autre observation (par exemple aucune prise en compte directe de la température dans un barrage réagissant fortement à son effet).

En pratique, on se contente en général de «garantir» de manière empirique que les hypothèses mentionnées ci-dessus soient satisfaites d'une part par un choix physiquement fondé des variables du modèle (par exemple en indiquant que le niveau d'eau influence le déplacement radial de la crête d'un barrage en béton selon un polynôme de degré 4), et d'autre part par la sélection «appropriée» des observations retenues pour l'estimation des paramètres par la méthode des moindres carrés (période ne contenant pas d'anomalies de comportement, période avec variation «substantielle» des valeurs prises par les variables prépondérantes, nombre suffisant d'observations pour permettre d'utiliser la méthode des moindres carrés mais limité pour assurer que les lois physiques de comportement sous-

[10] Un estimateur sans biais (estimateur *non biaisé*) donne en moyenne, c'est-à-dire lors d'un usage répété, la bonne réponse.

[11] La *variance* est une mesure de la variabilité d'une variable.

[12] La *covariance* est une mesure du degré d'interdépendance de deux variables.

$$\beta_0, \beta_1, ..., \beta_p \text{ such that } \underline{\varepsilon}^T \underline{\varepsilon} = \left(\underline{y} - \underline{X}\underline{\beta}\right)^T \left(\underline{y} - \underline{X}\underline{\beta}\right) \text{minimum} \qquad [48b]$$

The superscript T indicates the transpose of the vector or the matrix.

If the matrix $\underline{X}^T \underline{X}$ can be inverted, the estimator of the parameters β_j is

$$\hat{\underline{\beta}} = \left(\underline{X}^T \underline{X}\right)^{-1} \underline{X}^T \underline{y} \qquad [49]$$

The least-squares method is a reliable method in the case where the following assumptions regarding the errors $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ... \varepsilon_n$, are verified:

a. the errors are unbiased[10] in the sense that $E(\varepsilon_i) = 0$ $(i = 1, 2, ..., n)$, where *E* is the symbol of the mathematical expectation;
b. the errors all have (more or less) the same variance[11], i.e. $var(\varepsilon_i) = \sigma^2 = constant$;
c. the errors are not correlated, i.e. $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = corr(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ *for* $i \neq j$ where *cov* is the symbol of covariance[12].

Note that for the time being, only the *n* first observations are considered, i.e. the observations used for setting-up the statistical observation-prediction comparison model.

Physically, the fact that one of these assumptions is not verified could stem from

a. a change in the conditions governing the observations which has not been considered in the model, and that would have taken place during the period of the *n* observations, that induces a systematic error (for example no adaptation of the predictive model after a heightening of the structure);
b. a change in the conditions governing the observations which has not been considered in the model, and that would have taken place during the period of the *n* observations, that affects the randomness of the distribution of the errors (for example the appearance of a drift in a measuring device);
c. a governing variable that is not contained in the model, what leads to the error associated with a specific observation being partly dependent on the error associated with another observation (for example not accounting directly for the temperature in a dam reacting strongly to it).

In practice, it is generally sufficient to "guarantee" empirically that the assumptions above are satisfied, on one side by making a physically-based choice of the variables of the model (for example by indicating that the water level influences the radial displacement of the crest of a concrete dam according to a 4th order polynomial), and on the other side by making an "appropriate" selection of the observations retained in the estimation of the parameters by the least squares method (period that does not contain behaviour abnormalities, period with "substantial" variations in the values of the governing variables, sufficient number of observations to permit the use of the least squares method but limited so as to assure that the underlying physical behaviour laws remain the same during the period considered). The engineer's experience is at the heart of this process.

The length of the observation period (period whose measurements serve for the calibration) depends on the number of parameters to be estimated, the number of measurements per year and the quality of the measurements. Some authors recommend using 4 to 5 times as many measurements as there are parameters to estimate, others are of the opinion that it is necessary to have 10 times as many mea-

[10] An *unbiased* estimator gives on average, i.e. when it is used repeatedly, the correct result.

[11] The *variance* is a measure of the variability of a variable.

[12] The *covariance* is a measure of the degree of mutual dependence between two variables.

jacentes restent constantes durant la période considérée). L'expérience de l'ingénieur est au centre de ce processus.

La période d'observation (période dont les mesures servent au calibrage) dépend du nombre de paramètres à estimer, du nombre de mesures par an et de la qualité des mesures. Certains auteurs préconisent d'utiliser 4 à 5 fois plus de mesures qu'il n'y a de paramètres à estimer, d'autres sont d'avis qu'il faut disposer de 10 fois plus de mesures qu'il n'y a de paramètres. La considération de 5 cycles annuels semble en tous les cas être un minimum, auxquels peuvent s'ajouter quelques cycles retenus pour la vérification de la qualité du modèle.

Les observations doivent recouvrir toutes les combinaisons de valeurs que les variables peuvent prendre lors de l'exploitation (en particulier niveau d'eau et températures ou saison).

Sous ces conditions, la matrice de covariance de l'estimateur des paramètres β_j se calcule selon

$$var\left(\underline{\hat{\beta}}\right) = \sigma^2\left(\underline{X}^T\underline{X}\right)^{-1} \qquad [50]$$

4.3 Plausibilité d'un modèle : tests statistiques

La statistique offre différents moyens de tester la plausibilité d'un modèle. En particulier, il est possible de tester la significativité de chacun des coefficients $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p$, c'est-à-dire de déterminer si un modèle qui inclut la variable X_k est meilleur ou moins bon (dans un sens probabiliste) qu'un modèle qui n'inclut pas cette variable (par exemple : un modèle de prédiction du déplacement de la crête d'un barrage en béton qui considère l'influence du niveau d'eau par un polynôme de degré 4 est-il meilleur ou moins bon qu'un modèle qui considère la même influence par un polynôme de degré 3 ?).

Il est possible pour ce faire d'utiliser un test *t* de Student ou, de manière plus générale, un test *F* de Fisher.

4.3.1 Multicolinéarité et facteur d'inflation de la variance VIF

Dans la pratique, de nombreux ingénieurs recourent à des modèles régressifs faisant intervenir un nombre exagéré de prédicteurs, l'attention étant rivée sur les seules maximisation du coefficient de détermination multiple R^2 et minimisation de l'erreur-type de la prédiction[13]. Ainsi voit-on des modèles dans lesquels interviennent, en plus des 4 termes trigonométriques de l'équation 21, censés modéliser les cycles thermiques, les mesures de plusieurs thermomètres à béton. Or la plupart de ces variables thermiques sont plus ou moins fortement corrélées entre elles. Ceci signifie qu'un grand nombre d'entre-elles apportent fondamentalement la même « information ». On parle alors de *multicollinéarité*. Cette « surdétermination » crée des modèles instables (*non robustes* dans la terminologie statistique). Lorsqu'ils sont utilisés pour la prédiction, ils tendent à produire des résultats fortement biaisés dès que, pour une mesure donnée, la « constellation » des valeurs observées pour les différents prédicteurs sort quelque peu du domaine des situations observées durant la période sur laquelle la régression est calibrée.

Le *facteur d'inflation de la variance VIF* est une grandeur statistique qui permet de détecter l'existence de multicolinéarités et d'éviter ainsi de bâtir des modèles non robustes.

4.3.2 Analyse des résidus

Les hypothèses faites pour les erreurs peuvent être contrôlées par l'analyse graphique ou numérique des résidus. On appelle les erreurs *résidus* une fois que le modèle a été calibré par la méthode des moindres carrés.

[13] Le coefficient R^2 est le quotient de la variance des valeurs prédites par la variance des valeurs observées.

surements as there are parameters. Retaining 5 yearly cycles seems to be in any case a minimum, to which some cycles can be added for the verification of the quality of the model.

The observations must cover all the combinations of values that the variables are expected to take during operation (in particular of water level and temperatures or season).

Under these conditions, the covariance matrix of the estimator of the parameters β_j is calculated according to

$$var\left(\underline{\hat{\beta}}\right) = \sigma^2\left(\underline{X}^T\underline{X}\right)^{-1} \qquad [50]$$

4.3 Plausibility of a model: statistical tests

Statistics offer different means to test the plausibility of a model. In particular, it is possible to test the significance of each of the coefficients $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p$, i.e. to determine if a model that includes the variable X_k is better or worse (in a probabilistic sense) than a model that does not include this variable (for example: is a prediction model of the displacement of a point at the crest of a concrete dam that considers the influence of the water level by a 4th order polynomial better or worse than a model that considers the same influence by a 3rd order polynomial?).

To do this the Student *t* test or, more generally, the Fisher *F* test can be used.

4.3.1 Multicollinearity and variance inflation factor VIF

In practice, many engineers apply regressive models using an exaggerated number of predictors, paying close attention to the maximisation of the coefficient of multiple determination R^2 and to the minimisation of the standard error of the prediction[13]. Models can be found in which, in addition to the 4 trigonometric terms of Equation 21, supposed to model the thermal cycles, the measurements of several concrete thermometers are used. However, most of these thermal variables are more or less strongly correlated to one another. It means that many of them carry, in essence, the same "information". One speaks then of *multicollinearity*. This "over determination" creates unstable models (*non robust* in statistical terminology). When they are used for the prediction, they tend to produce strongly distorted results as soon as, for a given measurement, the "constellation" of the observed values for the various predictors somewhat deviates from the domain of the situations observed during the period during which the regression is calibrated.

The *variance inflation factor VIF* is a statistical quantity that enables the detection of the existence of multicollinearity, and thus permits to avoid building non-robust models.

4.3.2 Analysis of residuals

The assumptions made for the errors can be checked by a graphical or numerical analysis of the residuals. The *residuals* are the errors after the least-squares methode has been performed.

It is possible to check if the assumption of non-correlation of the residuals is satisfied, by doing a Durbin-Watson test or merely by plotting these residuals as a function of time. If the graph shows a periodicity in the evolution of the residuals – an occurrence often noticed in practice –, it means that a component is not well taken into consideration by the model.

With the help of this graph, one can also verify that the residuals do not present a tendency (with time). When plotting them against the different predictors and against the predicted variable, one verifies that they do not depend on either of these variables. Alternatively,

[13] The coefficient R^2 is the ratio of the variance of the predicted values to the variance of the observed values.

Il est possible de contrôler si l'hypothèse de non-corrélation des résidus est vérifiée en effectuant un test de Durbin-Watson ou simplement en traçant ces résidus en fonction du temps. Si le graphique met en évidence une périodicité dans l'évolution des résidus – un fait souvent constaté dans la pratique – cela signifie qu'une composante n'est pas bien prise en considération par le modèle.

On peut également vérifier à l'aide de ce graphique que les résidus ne présentent pas de tendance (dans le temps). En traçant ces derniers en fonction des différents prédicteurs et en fonction de la variable prédite, on vérifie qu'ils ne dépendent pas non plus de ces variables. Alternativement, ces contrôles peuvent être effectués numériquement en corrélant les résidus avec le temps (date des observations) et avec chacune des différentes variables.

4.4 Plages de déviations admissibles

Il est d'usage d'admettre que la valeur y_i d'une mesure i est «attendue» si son écart par rapport à la valeur prédite par le modèle est inférieur à une valeur d

$$|\varepsilon_i| = |y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{1i} - \hat{\beta}_2 x_{2i} - \ldots - \hat{\beta}_p x_{pi}| < d \qquad [51]$$

De manière analogue, la valeur y_i d'une mesure i est «inattendue» si cet écart est supérieur à d (auquel cas une analyse de la cause de cette déviation est entreprise). La valeur d est généralement choisie comme un multiple de l'écart-type σ des résidus (erreur-type) obtenus lors de la phase de calibration. L'estimateur de l'erreur-type est donné par

$$\hat{\sigma} = \sqrt{(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \ldots + \varepsilon_n^2)/(n - p - 1)} \qquad [52]$$

Le choix de l'écart admissible d (par exemple $d=2\sigma$) est du ressort de l'ingénieur responsable et de l'expert éventuel (avec l'approbation de l'autorité de surveillance). Il peut varier selon l'indicateur de comportement considéré, en tenant compte entre autres des spécificités propres des appareils de mesure. Il n'est de plus pas adéquat de fixer cette valeur admissible comme un multiple de l'erreur-type sans autres considérations, la grandeur de l'erreur-type elle-même devant aussi être considérée (en particulier, une «grande» erreur-type n'est pas compatible avec un modèle prédictif précis).

Que la valeur y_i soit inacceptable selon ce critère ne signifie nullement que l'intégrité du barrage est menacée, mais uniquement que son comportement ne correspond pas à l'attente. Là encore, il appartient alors à l'ingénieur responsable et à l'expert éventuel d'entreprendre les investigations nécessaires.

Sous les hypothèses *a* à *c* de la Section 4.2, on montre que $\hat{\sigma}$ est un estimateur non biaisé de l'erreur-type σ. Le diviseur $n-(p+1)$ s'explique par la perte de $p+1$ degrés de liberté due à l'estimation de $p+1$ paramètres.

4.5 Plausibilité des mesures

Lombardi (1992) distingue deux types de contrôle de plausibilité des mesures.

Dans le contrôle de plausibilité de type *historique*, une plage de variation observée d'une variable est fixée et toute mesure de la variable qui est en dehors de cette plage est considérée comme douteuse et immédiatement vérifiée. Cela peut par exemple être le cas d'une mesure de température du béton dont les limites historiques en fonction de la saison sont connues.

Dans le contrôle de plausibilité de type *corrélationnel*, on met deux variables en relation. On peut alors établir une certaine corrélation ainsi qu'un intervalle de confiance qui permet de mettre en évidence des mesures erronées. Il peut par exemple s'agir de la mise en relation du déplacement mesuré au couronnement par pendule avec la rotation en ce même point indiquée par un clinomètre.

these checks can be done numerically by correlating the residuals with time (date of the observations) and with each of the different variables.

4.4 Allowable ranges of deviation

It is customary to assume that the value y_i of a measurement i is "expected" if its difference with respect to the value predicted by the model is less than a value d

$$|\varepsilon_i| = |y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{1i} - \hat{\beta}_2 x_{2i} - \ldots - \hat{\beta}_p x_{pi}| < d \qquad [51]$$

Conversely, the value y_i of a measurement i is "unexpected" if this difference is larger than d (in which case an analysis of the reason for this deviation is undertaken). The value d is commonly chosen as a multiple of the standard deviation σ of the residuals (standard error) obtained during the calibration phase. The estimator of the standard error is given by

$$\hat{\sigma} = \sqrt{(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \ldots + \varepsilon_n^2)/(n - p - 1)} \qquad [52]$$

The engineer and the possible expert are responsible (with the approval of the supervising authority) for selecting the allowable deviation d (for example $d = 2\sigma$). It can vary depending on the behaviour indicator considered, taking into account, among other things, the specifics of the measuring devices. Besides, it is not adequate to retain this allowable value as being a multiple of the standard error without any other considerations. The actual magnitude of the standard error should also be looked at (in particular, a "large" standard error is not compatible with an accurate predictive model).

The fact that the value y_i is unacceptable, according to this criterion, does not at all mean that the integrity of the dam is threatened, but only that its behaviour does not correspond to expectation. Again, it is up to the engineer in charge, together with the possible expert, to undertake the necessary investigations.

Under the assumptions *a* to *c* of Section 4.2, it is shown that $\hat{\sigma}$ is an unbiased estimator of the standard error σ. The divider $n-(p+1)$ is explained by the loss of $p+1$ degrees of freedom due to the estimation of $p+1$ parameters.

4.5 Plausibility of the measurements

Lombardi (1992) distinguishes two types of plausibility check of the measurements.

In the plausibility check of the *historical type*, a range of historically-observed variation of a variable is fixed and all measurements of the variable that are outside of this range are considered as doubtful and immediately verified. This can, for example, be the case of a temperature measurement for which the historical limits as a function of the season are known.

For a plausibility check of the *correlation type*, one puts two variables into relationship. One can then establish some correlation as well as a confidence interval that points out to the erroneous measurements. For example, it may be the relationship between the crest displacement measured by a pendulum with the rotation of this same point as indicated by a clinometer.

4.6 Remarks on the use of statistics in practice

4.6.1 Normalisation of the variables

It is generally recommended to use normalised versions of the variables during implementation. In particular, the water level h is normalised with respect to the total height of the dam H

$$h \longrightarrow \frac{h}{H} \qquad [53]$$

4.6 Remarques sur l'utilisation de la statistique dans la pratique

4.6.1 Normalisation des variables

Il est généralement recommandé d'utiliser des versions normalisées des variables lors d'applications, en particulier la hauteur d'eau *h* normalisée par rapport à la hauteur totale du barrage *H*

$$h \longrightarrow \frac{h}{H} \qquad [53]$$

Ceci n'est cependant pas aussi important que de mesurer le niveau d'eau depuis le pied du barrage (ou, mieux encore, depuis la mi-hauteur) plutôt que d'utiliser l'altitude.

L'utilisation de variables normalisées n'est pas nécessaire d'un point de vue statistique, mais est uniquement avantageuse d'un point de vue numérique.

4.6.2 Mesures manquantes

Les mesures des variables prépondérantes à disposition peuvent être incomplètes (mesures individuelles manquantes lors d'une observation, par exemple quelques températures utilisées dans le modèle). Si c'est rarement le cas, on peut renoncer à utiliser cette observation partielle (en relation avec l'équation 45, cela impliquerait ne pas utiliser la deuxième ligne si, par exemple, x_{p2} est manquant). Si c'est plus souvent le cas, il peut être nécessaire de la compléter par interpolation de mesures proches (géométriquement ou temporellement), ou par analogie avec des valeurs mesurées dans des conditions similaires en d'autres occasions. Cela devrait cependant rester une exception.

5. Représentation de la comparaison

5.1 Observations

La tenue de simples graphiques d'évolutions brutes des observations en fonction du temps – c'est-à-dire de *M(t,env)* – est suffisante pour la surveillance des mouvements irréversibles relativement importants de pentes ou des barrages pratiquement insensibles aux variations de température et aux variations du niveau d'eau (cela peut être le cas du tassement de digues). Il est également possible dans ce cas d'établir des graphiques d'évolutions de moyennes mobiles (moyennes des douze derniers mois). Ces représentations ne sont cependant pas aptes à servir de base à la surveillance de barrages sensibles à des effets autres que l'âge. Elles ne se justifient plus non plus du point de vue de l'implémentation, du fait de la disponibilité de moyens de calculs performants.

La représentation pour les barrages en béton d'un indicateur, tel le déplacement radial du couronnement d'une voûte, en fonction du niveau du réservoir donne également une indication qui, bien qu'utile, reste cependant partielle et insuffisante.

5.2 Observations et prédictions

La comparaison entre les valeurs mesurées et leur prédiction doit être visualisée sous forme de graphiques sur lesquels sont reportées les valeurs observées *M(t,env)*, les valeurs prédites *P(t,env)* et la différence *D(t,env)* entre l'observation *M(t,env)* et la prédiction *P(t,env)* en partant de l'équation 1 qui peut s'écrire également

$$D(t,env) = M(t,env) - P(t,env) \qquad [54]$$

Les graphiques peuvent être établis en fonction du temps par exemple, ou d'une autre variable environnementale comme le niveau d'eau. Ils mettent en évidence les éventuelles évolutions acycliques inattendues. Il est également recommandé de reporter les différentes composantes de la prédiction selon les équations 2 ou 5.

This is, however, not as important as to measure the water level from the foot of the dam (or, better, from mid-height) rather than to use the altitude.

The use of normalised variables is also not necessary from a statistical point of view, but is solely advantageous from a numerical point of view.

4.6.2 Missing measurements

The available measurements of the governing variables can be incomplete (missing individual measurements for an observation, for example of several temperatures used in the model). If it is rarely the case, this incomplete set of observations can be discarded (with respect to Equation 45, this would imply not using the second line if, for example, x_{p2} is missing). If it is more often the case, it can be necessary to fill the gap by interpolating with nearby measurements (geometrically or temporally), or by comparison with values measured in similar conditions on other occasions. This should, however, remain an exception.

5. Representation of the comparison

5.1 Observations

Simple graphs showing the raw values of the observations as a function of time – i.e. *M(t,env)* – are sufficient for the monitoring of relatively important irreversible movements of slopes, or of dams practically insensitive to temperature and to the variations of the water level (this can be the case for the settlement of embankment dams). It is also possible, in this case, to establish diagrams showing the evolution of moving averages (averages over the past 12 months). These representations, however, are not suitable as a basis for the monitoring of dams that are sensitive to effects other than age. They can further hardly be justified for implementation reasons, due to the availability of efficient means of calculation.

The representation, for concrete dams, of an indicator (such as the radial displacement of the crest of an arch) as a function of the reservoir level also gives an indication which, although useful, is only partial and thus insufficient.

5.2 Observations and predictions

The comparison between the measured values and their prediction must be visualised in the form of graphs, in which the observed values *M(t,env)*, the predicted values *P(t,env)* and the difference *D(t,env)* between the observation *M(t,env)* and the prediction *P(t,env)* are reported. Equation 1 is the starting point for the report of *D(t,env)*, which can also be written as

$$D(t,env) = M(t,env) - P(t,env) \qquad [54]$$

The graphs can be established as a function of time or of another environmental variable such as the water level. They show the unexpected non-cyclic evolutions that may occur. It is also recommended to trace the different components of the prediction according to Equations 2 or 5.

5.3 Adjusted displacements or deformations of comparison

5.3.1 Principle

Rather than directly representing the difference *D(t,env)* according to Equation 54 (as a function of time), one can represent it to within a constant, i.e.

$$D(t,env) + c^{ste} \qquad [55]$$

5.3 Déplacements compensés ou déformations de comparaison

5.3.1 Principe

Plutôt que de représenter directement la différence $D(t,env)$ selon l'équation 54 (en fonction du temps), on peut la représenter à une constante près, c'est-à-dire

$$D(t,env)+c^{ste} \qquad [55]$$

La constante c^{ste} est choisie comme étant la prédiction de la variable de comportement pour des valeurs de référence arbitraires des variables environnementales (indice *0*)

$$c^{ste}=P(env_0) \qquad [56]$$

La représentation est donc celle de

$$\begin{aligned} D(t,env)+c^{ste} &= M(t,env)-P(t,env)+c^{ste} \\ &= M(t,env)-(P(t,env)-P(env_0)) \end{aligned} \qquad [57]$$

Si on ne considère que les effets réversibles liés aux fluctuations du niveau d'eau et des températures (équation 34), l'équation 57 devient

$$\begin{aligned} &D(t,env)+P_{h,r}(h_0)+P_{\theta,r}(\theta_0)= \\ &\quad M(t,env)-(P_{h,r}(t,h)-P_{h,r}(h_0))-(P_{\theta,r}(t,\theta)-P_{\theta,r}(\theta_0)) \end{aligned} \qquad [58]$$

Ce type de représentation est illustré à la Figure 14 pour le déplacement δ d'un pendule.

5.3.2 Signification

Dans l'équation 58, le terme $P_{h,r}(t,h)-P_{h,r}(h_0)$ représente la différence entre la prédiction de la déformation associée à la hauteur d'eau *h* régnant au moment de la mesure et celle associée à la hauteur d'eau de référence h_0. Il en va de même pour la composante liée aux variations de température. On «compense» donc la mesure par la différence entre la prédiction du comportement sous les conditions environnementales effectives et la prédiction de référence. Ce faisant, on «ramène» les observations de comportement (mesures) à des conditions de référence constantes[14].

Si les déplacements ainsi compensés augmentent (ou diminuent) avec le temps, cela signifie que le barrage est soumis à d'autres effets que l'on peut appeler globalement *vieillissement* et qu'il convient de surveiller. Ils peuvent être associés au fluage du béton et des fondations, aux variations des caractéristiques des matériaux dans le temps, dégradation, fissuration, effet de la saturation, réaction alcalis-aggrégats, etc.

5.3.3 Démarche graphique pour l'obtention de la prédiction de comportement *P*

La prédiction d'un indicateur de comportement est quelquefois effectuée selon la démarche graphique suivante. Elle n'est formellement pas liée à la représentation des déplacements compensés. C'est cependant dans ce contexte qu'elle est rencontrée en pratique. C'est pourquoi elle est présentée ici plutôt que dans la Section 2.4 et le Chapitre 3.

La Figure 15 illustre la démarche pour le déplacement δ d'un point de mesure d'un pendule, ne considérant que les effets des variations du plan d'eau et des températures.

Le diagramme du déplacement amont-aval mesuré durant quelques années est tracé en fonction du niveau du lac. Ces mesures sont indiquées par une croix dans la Figure 15. On détermine ensuite,

[14] Le terme *conditions constantes reconstituées* est en fait aussi rencontré dans la littérature pour décrire cette représentation.

The constant c^{ste} is chosen as being the prediction of the behaviour variable for arbitrary reference values of the environmental variables (subscript *0*)

$$c^{ste}=P(env_0) \qquad [56]$$

The representation is therefore that of

$$\begin{aligned} D(t,env)+c^{ste} &= M(t,env)-P(t,env)+c^{ste} \\ &= M(t,env)-(P(t,env)-P(env_0)) \end{aligned} \qquad [57]$$

If one considers only the reversible effects linked to the fluctuations of water level and temperatures (Equation 34), Equation 57 then becomes

$$\begin{aligned} &D(t,env)+P_{h,r}(h_0)+P_{\theta,r}(\theta_0)= \\ &\quad M(t,env)-(P_{h,r}(t,h)-P_{h,r}(h_0))-(P_{\theta,r}(t,\theta)-P_{\theta,r}(\theta_0)) \end{aligned} \qquad [58]$$

This type of representation is illustrated in Figure 14 for the displacement δ of a pendulum.

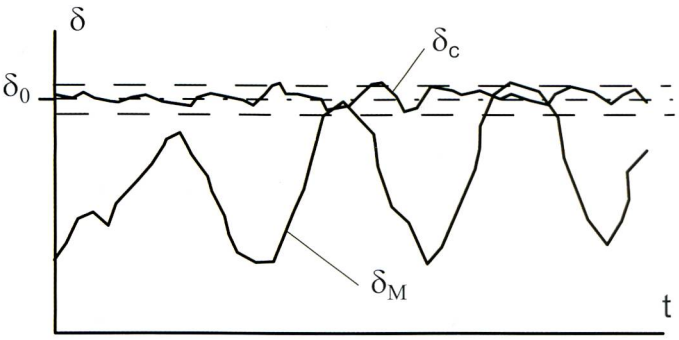

Figure 14. Comparaison entre déplacements bruts et compensés
δ_0 : référence = $P(env_0)$
δ_m : mesuré = $M(t,env)$
δ_c : compensé = $M(t,env) - (P(t,env) - P(env_0))$
Figure 14. Comparison between raw and adjusted displacements
δ_0: reference = $P(env_0)$
δ_m: measured = $M(t,env)$
δ_c: adjusted = $M(t,env) - (P(t,env) - P(env_0))$

5.3.2 Meaning

In Equation 58, the term $P_{h,r}(t,h) - P_{h,r}(h_0)$ represents the difference between the prediction associated to the water level *h* at the time of the measurement, and the one associated to the reference water level h_0. The same is true for the component related to the temperature variations. One, therefore, "adjusts" the measurement with the difference between the prediction of the behaviour under the actual environmental conditions, and the reference prediction. Doing this, one "brings back" the behavioural observations (measurements) to constant reference conditions[14].

If the displacements adjusted in this way increase (or decrease) with time, it means that the dam is subjected to other effects. These effects can globally be called *ageing*, and must be monitored. They may be associated to creep of the concrete and the foundation, variations of the mechanical characteristics of the materials, deterioration, cracking, saturation effects, alkali-aggregate reaction, etc.

[14] The expression *reconstituted constant conditions* is also used in the literature to identify this representation.

pour une série de couples de déplacements correspondant à un même niveau de retenue (l'un en remplissage, l'autre en vidange), les compensations thermiques à leur apporter lorsque la température du béton régnant le jour de la mesure est amenée *fictivement* à une température de référence constante («correspondant» à la moyenne à long terme). Il en résulte un nouveau diagramme de déplacements – partiellement compensés – formant un fuseau très étroit (partie grisé de la Figure 15). La courbe médiane de ce fuseau est alors admise comme étant le diagramme du déplacement moyen amont-aval en fonction du niveau du lac pour une température de référence constante. Le déplacement δ_h lu sur ce diagramme pour un niveau *h* du lac est fonction de ce seul niveau et caractérise ainsi l'effet de ce dernier.

Dans une deuxième étape, on peut amener fictivement le niveau du lac de la cote observée au moment de la mesure à une cote fixe, choisie arbitrairement. La valeur du déplacement pour ce niveau de référence étant notée δ_0, la compensation à apporter est alors

$$\Delta\delta_h = \delta_0 - \delta_h \qquad [59]$$

Le terme $\Delta\delta_h$ est la composante hydrostatique de la constante c^{ste} introduite à la Section 5.3.1.

5.4 Résumé

En résumé, le report

- des variables explicatives en fonction du temps,
- des observations *M* en fonction du temps,
- des prédictions *P* en fonction du temps,
- des composantes de prédiction en fonction du temps,
- des différences *D* en fonction du temps,
- des plages de déviation admissibles (intervalles de confiance)

fournit une indication minimale cohérente sur la base de laquelle une appréciation (partielle) du comportement de l'ouvrage peut être effectuée.

Mais la comparaison entre les mesures et leur prédiction n'est qu'un élément d'un concept de sécurité, dont les autres éléments doivent également être considérés lors de l'évaluation du comportement d'un ouvrage (Biedermann 1997).

6. Approches nouvelles

6.1 Réseaux neuronaux

Les approches par réseaux neuronaux, originellement inspirés par leurs homonymes biologiques, forment une nouvelle manière de penser la perception, la mémorisation, l'apprentissage ainsi que les mécanismes de base du calcul pour les processus d'information intelligents en général. Un réseau neuronal est composé de nombreuses unités d'intercommunication simples appelées neurones, travaillant en parallèle pour résoudre le problème posé. Ce qui les rend intéressants est le fait qu'une fois le réseau défini, ils peuvent «apprendre» d'une manière autonome en imitant les systèmes de neurones biologiques. Dans ce sens, les caractéristiques internes du réseau ne sont pas prescrites d'avance. Elles se mettent en place au fur et à mesure que le réseau apprend, en fonction des informations contenues dans un ensemble de données «d'apprentissage» fournies par l'utilisateur. Ainsi le modèle se construit lui-même selon une procédure donnée pendant la phase d'apprentissage. Une fois au point, il peut être utilisé pour des problèmes pour lesquels la solution n'est pas connue. L'application réussie d'une analyse par réseaux neuronaux dans la prédiction du comportement des barrages nécessite cependant toujours de savoir quels facteurs influencent leur comportement.

Un neurone artificiel est un élément qui calcule la somme pondérée de données d'entrée qui sont l'état d'autres neurones. Les fac-

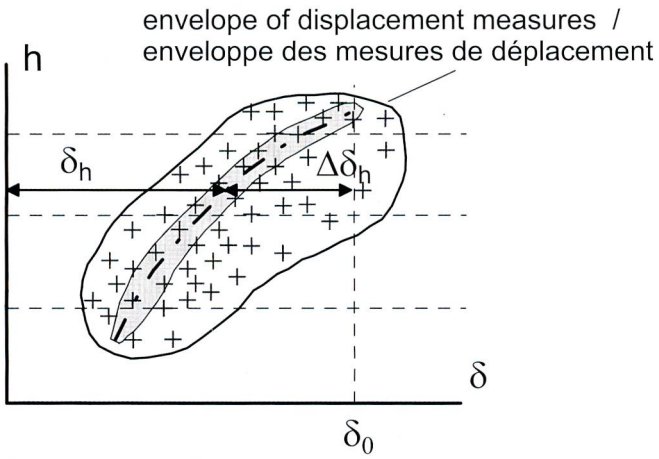

Figure 15. Illustration de la procédure d'ajustement.
Figure 15. Illustration of adjustment procedure.

5.3.3 Graphical procedure for obtaining the behaviour prediction P

The prediction of a behaviour indicator is sometimes done according to the following graphical procedure. Strictly speaking, this is not related to the representation of the adjusted displacements. It is, however, within this context that it is encountered in practice. This is why it is presented here rather than in Section 2.4 and in Chapter 3.

Figure 15 illustrates the procedure for the displacement δ of a measuring point of a pendulum, considering only the effects of the variations of the water level and temperatures.

The diagram of the stream displacement of a characteristic point (for example the suspension point) measured during a few years is plotted against the water level. These measurements are indicated by a cross in Figure 15. For a set of displacement couples corresponding to a same water level (one during filling, the other during emptying), one then determines the thermal adjustments to be introduced when bringing *fictitiously* the concrete temperature at the time of the measurement to a constant reference temperature ("corresponding" to the long-term average). A new – partially adjusted – displacement diagram results (shaded area in Figure 15), forming a very narrow zone. The median line of this zone is then considered to represent the average stream displacement as a function of water level, for a constant reference temperature. The displacement δ_h read on this diagram for a water level *h* is a function of this level only, and thus characterises the effect of that level.

In a second step, one can then fictitiously bring the water level from the value prevailing at the time of the measurement to an arbitrarily chosen level. The value of the displacement for this reference level being denoted by δ_0, the adjustment to apply is then

$$\Delta\delta_h = \delta_0 - \delta_h \qquad [59]$$

The term $\Delta\delta_h$ is the hydrostatic component of the constant c^{ste} introduced in Section 5.3.1.

5.4 Summary

In summary, the plotting of

- the explanatory variables as a function of time,
- the observations *M* as a function of time,
- the predictions *P* as a function of time,
- the prediction components as a function of time,
- the differences *D* as a function of time,
- the allowable deviation ranges (confidence intervals)

provides a minimal coherent indication on the basis of which the behaviour of the structure can be (partially) assessed.

teurs de pondération (ou rigidité de connexion) sont représentatifs de l'information circulant entre eux. Ce processus est effectué à l'aide d'une fonction de transfert logique.

Un réseau neuronal est présenté schématiquement dans la Figure 16. Il y est montré des neurones d'entrée et de sortie qui interagissent avec l'environnement. Au départ, la rigidité des fonctions de transfert est distribuée aléatoirement, puis modifiée continuellement dans le but d'améliorer la fonction.

Un modèle neuronal a trois types d'attributs importants:

a. l'architecture et la topologie du réseau;
b. la fonction de transfert et ses attributs;
c. l'algorithme d'apprentissage.

Le choix d'une architecture est extrêmement important. Il influence les capacités générales du système. Des informations en provenance d'exemples sont stockées et manipulées dans des couches cachées (« hidden layers ») et dans les connections entre les couches. S'il y a trop de neurones dans les couches cachées, alors uniquement les exemples entrés dans la phase d'apprentissage seront utilisés comme solutions optimales possibles à des problèmes différents. A l'opposé, si le nombre de neurones dans les couches cachées est insuffisant, alors le système n'aura aucune capacité d'apprentissage et sera sans valeur.

Des applications de réseaux neuronaux à la prédiction du comportement de barrages ont été effectuées par Bossoney (1995) et Hattingh & Oosthuizen (1998).

6.2 «Mathematical models of multiple survey points»

Dans les approches statistiques et hybrides introduites plus haut, un traitement statistique complet est effectué pour chaque point de contrôle indépendamment du traitement effectué à un point voisin. Jinping & Zhenzhao (1998) appellent cela « mathematical models of single survey points ». Ils proposent alors de relier ces divers points (« mathematical model of multiple survey points ») par des relations organiques. Ainsi, une distribution spatiale attendue est reproduite. Ils proposent une application à un barrage-poids.

6.3 Filtre de Kalman

Il est relevé que l'utilisation de techniques plus avancées est envisagée par certains. Hasegawa & Murakami (1985) utilisent une approche incluant un filtre de Kalman. Cela implique l'identification d'estimateurs des paramètres du modèle en utilisant les observations de manière successive et en tenant compte de l'erreur d'observation et de l'erreur de modélisation.

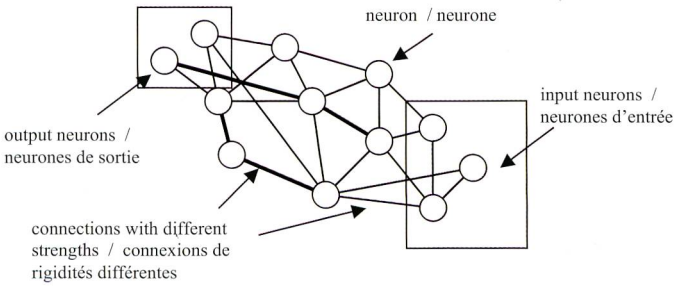

Figure 16. Réseau neuronal.
Figure 16. Neural network.

However, the comparison between the measurements and their prediction is only one element of a safety concept, the other elements of which must also be considered when assessing the behaviour of the structure (Biedermann 1997).

6. New approaches

6.1 Neural networks

The neural network approaches, originally inspired by their biological homonyms, form a new way of thinking about the perception, memorisation and training as well as the basic mechanisms of calculation for the processes of intelligent information in general. A neural network is composed of numerous simple units of intercommunication called neurons, working in parallel to solve the problem put forward. What makes them interesting is the fact that once the network is defined, it can "learn" in an autonomous manner by imitating the biological neuron systems. In this sense, the inner characteristics of the network are not prescribed in advance. They fall into place as the network learns, according to the information contained in a "training" set of data provided by the user. So the model constructs itself according to a procedure given during the phase of training. Once perfected, it can be used for problems for which the solution is not known. The successful application of a neural networks analysis for the prediction of dam behaviour requires, however, to always know what factors influence their behaviour.

An artificial neuron is an element that calculates the weighted sum of input data that are the state of other neurons. The weight factors (or rigidity of connection) represent the information circulating between the neurons. This process is performed using a logic transfer function.

A neural network is presented schematically in Figure 16. It shows the entry and exit neurons that interact with the environment. In the beginning, the rigidity of the transfer functions is distributed randomly, then continually modified with the aim of improving the function.

A neural model has three types of important characteristics:

a. the structure and topology of the network;
b. the transfer function and its parameters;
c. the training algorithm.

The choice of the structure is extremely important. It influences the general capacities of the system. Information from examples is kept and manipulated in *hidden layers* and in the connections between them. If there are too many neurons in the hidden layers, then only the examples entered during the training phase will be used as possible optimal solutions to different problems. If, on the contrary, the number of neurons in the hidden layers is insufficient, then the system will not have the capacity for learning and will be without value.

Applications of neural networks for the prediction of dam behaviour have been presented by Bossoney (1995) and Hattingh & Oosthuizen (1998).

6.2 Mathematical models of multiple survey points

In the statistical and hybrid approaches introduced earlier, a complete statistical treatment is performed for every control point regardless of the treatment performed at a neighbouring point. Jinping & Zhenzhao (1998) call this "mathematical models of single survey points". They propose to join these various points by organic relationships ("mathematical model of multiple survey points"). Thus, an expected spatial distribution is reproduced. They present an application to a gravity dam.

7. Remarques finales

7.1 Comparaison des approches

En tant que rapporteur général de la question 56 du congrès ICOLD de 1985, Post (1985) revient sur l'affirmation de la satisfaction à peu près générale des auteurs des rapports quant à la bonne coïncidence entre les prévisions et les observations (mesures). Il relève que cette coïncidence, pour être fréquente et agréable, n'est pas générale et que certains auteurs ont la franchise de mentionner les corrections successives qu'ils ont dû apporter à leurs calculs pour ajuster la théorie à la réalité, de nombreux auteurs ne cachant pas les disparités qui subsistent entre les calculs et les mesures. Silva Gomes & Silva Matos (1985) insistent sur le fait que l'expérience montre qu'il est très difficile, voire impossible de recommander un modèle spécifique (et une approche particulière) qui convienne à chaque situation. Ils relèvent que les caractéristiques des mesures à analyser, la période de vie du barrage qu'elles concernent, et également le type d'informations complémentaires à disposition influencent le choix de la méthode. Une comparaison des avantages et limitations des différentes approches est de ce fait d'autant plus nécessaire.

Il faut insister sur le fait que, pour les calculs de la réponse d'un ouvrage en projet, seule l'approche déterministe peut apporter une solution. Toutefois, même pour cette approche, l'estimation du comportement d'un barrage lors de la première mise en eau est une tâche délicate car:

a. les caractéristiques des matériaux sont souvent insuffisamment connues (valeurs moyennes, dispersions);
b. la mise en eau se fait par étapes; elle commence souvent avant que l'ouvrage ne soit terminé;
c. la mesure zéro est différente pour chaque point de mesure. Elle a lieu parfois avant la fin de la construction.

L'approche statistique est relativement simple à mettre en œuvre. Elle ne livre cependant – théoriquement – des résultats réalistes qu'à l'intérieur du domaine des valeurs observées dans la phase de calibrage. L'évaluation sur cette base du comportement d'un ouvrage lors de situations rares telles qu'une vidange du réservoir ou un plan d'eau exceptionnellement élevé n'est de ce fait pas totalement fiable. Ces situations sont théoriquement couvertes par l'approche hybride. Il n'est cependant pas certain que cette approche soit toujours meilleure que les autres lorsque les conditions de charges sortent du domaine habituel.

7.2 Logiciels

La comparaison observation-prédiction se prête bien à une transcription informatique, en particulier les approches statistique et hybride. Les logiciels correspondants permettent généralement non seulement d'effectuer les opérations mathématiques (y compris statistiques) qui y sont liées, mais également de gérer les données (mesures) (Hepp 1998, Crépond & Lino 1999, Lombardi SA, Leroy & Hagin 2000).

7.3 Commentaires

La complexité du système que constitue un barrage et son environnement ne permet que très difficilement la prédiction déterministe de son comportement. De ce fait, le domaine d'application de prédilection des modèles déterministes reste celui de la première mise en eau et des premières années d'exploitation, c'est-à-dire des périodes où l'absence d'informations ne permet pas l'utilisation de modèles hybrides ou statistiques.

La différence entre l'approche hybride et l'approche statistique est, en fait, minime. Elle réside uniquement dans la base du choix des fonctions d'influence. Cependant, il ne peut être fait abstraction

6.3 Kalman filter

It is to be noted that the use of more advanced techniques is considered by some authors. Hasegawa & Murakami (1985) use an approach including a Kalman filter. It implies the identification of parameter estimators of the model while using the observations in a successive manner and while taking into account observation error and modelling error.

7. Final remarks

7.1 Comparison of the approaches

As general reporter for Question 56 of the 1985 ICOLD Congress, Post (1985) points out the more or less general satisfaction of the authors of the reports concerning the agreement between the predictions and the observations (measurements). He also points out that this agreement, though frequent and pleasant, is not general, and that some authors have the honesty to reveal the successive corrections that they had to bring to their calculations in order to adjust the theory to reality. Many authors do not hide the discrepancies that exist between the calculations and the measurements. Silva Gomes & Silva Matos (1985) insist on the fact that experience shows that it is very difficult, if not impossible, to recommend a specific model (and a particular approach) that is suitable in every situation. They point out that the characteristics of the measurements to be analysed, the life span of the dam under investigation, and also the type of additional information at disposal, influence the choice of the approach. For this reason a comparison of the advantages and limitations of the different approaches is all the more necessary.

One must insist that, for the calculations of the responses of a structure under design, only the deterministic approach can give any result. However, even for this approach, the assessment of dam behaviour at the time of first impounding is an intricate task because:

a. the characteristics of the materials are often insufficiently known (average values, variations);
b. the impounding takes place by stages; it often begins before the structure is completed;
c. the initial measurement is different for each measuring point. It sometimes takes place before the end of construction.

The statistical approach is relatively simple to apply. However, it shows – theoretically – realistic results only within the domain of the values observed during the phase of calibration. Because of this, during rare situations such as the emptying of the reservoir or an unusually high water level, the assessment of the behaviour of a structure on this basis is not totally reliable. Theoretically, these situations are covered by the hybrid approach. It is, however, not certain that the latter approach is always better than the others when the load conditions lie outside of the usual range.

7.2 Software

The observation-prediction comparison is well suited to a computer transcription, in particular the statistical and hybrid approaches. The corresponding software generally not only allows to perform the mathematical operations (including statistics) that are related to it, but also to manage the data (measurements) (Hepp 1998, Crépond & Lino 1999, Lombardi SA, Leroy & Hagin 2000).

7.3 Comments

The complexity of the system constituted by a dam and its environment allows a deterministic prediction of its behaviour only with great difficulty. For this reason, the preferred domain of application of the deterministic models is the initial impounding and the first few years

de la physique du problème même lors d'une application statistique! Le traitement mathématique statistique est, quant à lui, identique.

Au niveau de l'établissement de modèles, la plus grande difficulté rencontrée lors d'applications pratiques semble provenir de la considération des effets thermiques (barrages en béton). Il serait opportun de se pencher sur ce problème dans le cadre de programmes de recherche, ainsi que sur celui du traitement des effets différés et des effets à long terme, qui représentent une autre difficulté majeure.

Egalement, la statistique est régie par des lois et théorèmes établis. Il semble cependant qu'il ne soit que partiellement pris avantage de leur disponibilité en pratique. Dans la mesure où il devrait être possible de remédier facilement à cet état de fait (les connaissances étant acquises), un effort de développement allant dans le sens d'un plus grand formalisme statistique dans la comparaison observation-prédiction semble opportun.

Enfin, on constate que les applications pratiques se font, en Suisse, pour les barrages en béton et non pour les digues. Des applications dans ce dernier domaine sont à encourager.

7.4 Recommandations pour l'application

De par les considérations faites dans ce document, il apparaît clairement que les choix de l'approche de comparaison et du modèle de prédiction les plus appropriés pour un ouvrage et une situation spécifique relèvent de la responsabilité de l'ingénieur; ces choix ne sont pas arbitraires, mais se doivent de tenir compte des processus physiques (mécaniques, thermodynamiques, chimiques) qui contrôlent le comportement d'un barrage ainsi que des informations à disposition (matériaux, comportement). Cela permet de définir la ligne directrice suivante:

- La base fondamentale de la formulation est:

$$M(t,env) = P(t,env) + D(t,env) \qquad [1]$$

- L'*approche hybride* est celle qui tient le mieux compte à la fois des spécificités de l'ouvrage et de l'historique de son comportement. Elle est à utiliser chaque fois que cela est possible.
- Lorsque l'historique de comportement n'est pas connu ou pas suffisamment quantifié (premières années après la mise en eau ou absence de mesures de comportement), l'*approche déterministe* est celle qui tient le mieux compte des spécificités de l'ouvrage. C'est elle qui convient le mieux dans ce cas de figure.
- Lorsque l'historique de comportement est connu mais qu'aucun modèle déterministe n'est disponible (et sa préparation non justifiée eu égard au danger potentiel constitué par l'ouvrage), c'est l'*approche statistique* qu'il convient d'utiliser. La formulation suivante (dont la validité est à évaluer de cas en cas) servira de point de départ pour la prédiction des mouvements des barrages en béton:
  - lorsque des mesures de température du béton sont disponibles (ce qui est souhaitable)

$$P(t,env) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 (1 - e^{-t}) + \sum_{k=1}^{K} b_k \theta_k \qquad [60]$$

  (il faut cependant veiller à garder un modèle robuste [voir Section 4.3] et ne pas introduire trop de variables thermiques)
  - lorsque des mesures de température du béton ne sont pas disponibles:

$$P(t,env) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 (1 - e^{-t}) + a_6 \cos s + a_7 \sin s + a_8 \cos 2s + a_9 \sin 2s \qquad [61]$$

- Lorsqu'un modèle mécanique du comportement de l'ouvrage sous sollicitation hydrostatique est disponible mais qu'il n'en

of operation. That is, the periods where the absence of information does not permit the use of hybrid or statistical models.

The difference between the hybrid and the statistical approaches is, in fact, minimal. It only concerns the basis of the choice of the influence functions. Nevertheless, one cannot disregard the physics of the problem at hand, even with a statistical application. The mathematics of the statistical treatment remains identical.

Regarding the establishment of models, the biggest difficulty met at the time of practical applications seems to come from the consideration of the thermal effects (concrete dams). It would be appropriate to look at this problem when preparing research programs, as well as at the consideration of deferred and long-term effects, which represent another major difficulty.

In addition, statistics is governed by laws and theorems. It seems, however, that their availability is only partially taken advantage of in practice. As it should be possible to correct this situation easily (the knowledge being available), an active effort going toward a deeper statistical formalism in the observation-prediction comparison seems appropriate.

Finally, in Switzerland, practical applications are made only for concrete dams and not for embankment dams. Applications in this latter area are to be encouraged.

7.4 Recommendations for application

The considerations developed in this document clearly show that it is the engineer's responsibility to choose the approach of comparison as well as the most suitable prediction model for a specific structure and situation. These choices are not arbitrary, but must take the physical processes (mechanical, thermodynamic, chemical) that control the behaviour of a dam as well as the available information (materials, behaviour) into account. The following guidelines can thus be established:

- The fundamental basis of formulation is

$$M(t,env) = P(t,env) + D(t,env) \qquad [1]$$

- The *hybrid approach* is the one that takes best into account both the specifics of the structure and the history of behaviour. It is to be used whenever possible.
- When the history of behaviour is not known or is not sufficiently quantified (first years after impounding or lack of behaviour measurements), the *deterministic approach* is the one that takes best into account the specifics of the structure. It is the most suitable approach in this case.
- When the history of behaviour is known but no deterministic model is available (and its establishment is not justified with regard to the potential threat posed by the structure), the *statistical approach* is most suitable. The following formulation (whose validity is to be evaluated from case to case) will serve as a starting point for the prediction of the movements of concrete dams:
  - when measurements of the concrete temperature are available (which is preferable):

$$P(t,env) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 (1 - e^{-t}) + \sum_{k=1}^{K} b_k \theta_k \qquad [60]$$

  (one has, though, to be careful and build a robust model [see Section 4.3] and not introduce too many thermal variables)
  - when concrete temperature measurements are not available

$$P(t,env) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 (1 - e^{-t}) + a_6 \cos s + a_7 \sin s + a_8 \cos 2s + a_9 \sin 2s \qquad [61]$$

existe pas pour l'influence de la température (ou que les mesures adéquates de ces dernières font défaut), *l'approche mixte* convient le mieux.
- Le report graphique des éléments suivants documente le mieux l'analyse de la comparaison de comportement et ses résultats:
  - variables explicatives en fonction du temps;
  - observations *M* en fonction du temps;
  - prédictions *P* en fonction du temps;
  - composantes de prédiction en fonction du temps;
  - différences *D* en fonction du temps;
  - plages de déviation admissibles (intervalles de confiance).

7.5 Synthèse

Les points les plus importants identifiés lors de l'élaboration de ce document sont les suivants:
- L'approche statistique est d'une utilisation relativement simple et un choix approprié des fonctions d'influence permet de prédire un large éventail d'indicateurs de comportement. La prédiction peut cependant être déficiente lorsque les valeurs des variables prépondérantes sont en dehors de la plage des mesures disponibles lors du calibrage.
- L'approche déterministe fait abstraction de toute expérience tirée du comportement antérieur de l'ouvrage et se base uniquement sur une modélisation géométrique et physique de l'ouvrage. Elle est cependant la seule qui puisse être utilisée lors des premières années d'exploitation.
- L'approche hybride combine les caractéristiques des approches statistique et déterministe. Ce faisant, elle devrait être à même de mieux prédire le comportement de l'ouvrage lorsque les valeurs des variables prépondérantes sont en dehors de la plage de celles utilisées lors de la phase de calibrage.
- L'approche mixte est une utilisation simultanée des approches déterministe et statistique.
- La statistique offre la possibilité de tester de manière rigoureuse la significativité des différents paramètres du modèle prédictif choisi (approches statistique et hybride). Il n'est pas assez fait usage de cette possibilité dans la pratique.
- La considération des effets de température (avec les décalages temporels les accompagnant lorsque les températures extérieures sont considérées) est un élément délicat, qui fait l'objet d'un grand nombre de modélisations différentes dans la littérature.
- Les effets différés et à long terme (fluage et autres origines) sont traités de manière simplifiée en pratique.
- Quelle que soit l'approche utilisée, la physique du problème traité reste au centre du processus d'analyse.

8. Exemples d'applications

Il existe diverses publications traitant de l'analyse du comportement par comparaison observation-prédiction, parmi lesquelles on citera Bianchi & Bremen (2000) et Bremen & Bianchi (2000). L'expérience d'EDF dans ce domaine est résumée dans Le May et al. (1985). Ci-dessous, deux exemples sont présentés, qui illustrent la mise en œuvre des méthodes décrites dans le présent rapport.

8.1 Approches déterministe et hybride (barrage-poids de Robiei)

8.1.1 Description de l'ouvrage

Le barrage de Robiei, construit dans les années 1964 à 1967, appartient aux Forces Motrices de la Maggia SA. Il est situé à une altitude de 1900 m s.m., au fond du Val Bavona, 40 km au nord de Locarno (Tessin/Suisse). Il s'agit d'un barrage-poids rectiligne avec des cavi-

- When a mechanical behaviour model of the structure is available for hydrostatic loading but does not exist for the influence of temperature (or that adequate temperature measurements of the latter are lacking), the *mixed approach* is more suitable.
- Plotting of the following information documents best the analysis of the behaviour comparison and its results:
  - explanatory variables as a function of time;
  - observations *M* as a function of time;
  - predictions *P* as a function of time;
  - prediction components as a function of time;
  - differences *D* as a function of time;
  - ranges of allowable deviation (confidence intervals).

7.5 Conclusion

The most important points identified during the preparation of this document are as follows:
- The statistical approach is relatively simple to use and an appropriate choice of the influence functions permits the prediction of a large range of behaviour indicators. However, the prediction can be deficient when the values of the governing variables are outside the range of measurements that were available at the time of calibration.
- The deterministic approach makes abstraction of all experience drawn from the prior behaviour of the structure, and is based solely on a geometric and physical model of the structure. It is, however, the only one that can be used during the first few years of operation.
- The hybrid approach combines the features of the statistical and deterministic approaches. Hence, it should be better able to predict the behaviour of the structure when the values of the governing variables are outside the range of those used at the time of calibration.
- The mixed approach is a simultaneous use of the deterministic and statistical methods.
- Statistics offers the possibility to rigorously test the significance of the different parameters of the predictive model chosen (statistical and hybrid approaches). This possibility is not used often enough in practice.
- The consideration of temperature effects (with the observed time lags when outside temperatures are considered) is an intricate element, for which a large number of different models are described in the literature.
- The deferred and long-term effects (creep and other causes) are treated in a simplified manner in practice.
- Whatever the approach used, the physics of the problem investigated should remain at the heart of the analysis process.

8. Application examples

Examples of behaviour analysis by comparison between observation and prediction are reported in several publications, e.g. in Bianchi & Bremen (2000) and Bremen & Bianchi (2000). EDF's experience in this area is synthesised in Le May et al. (1985). Two examples that illustrate the application of the methods presented in this report are introduced here.

8.1 Deterministic and hybrid approaches (Robiei Gravity Dam)

8.1.1 Robiei Dam

Robiei dam, property of Maggia Power Plants Ltd., was built in the period between 1964 and 1967. It is located at an altitude of 1900 m above sea level at the upper end of the Bavona Valley, 40 km north of

tés dans la zone des joints entre les blocs. Le barrage a sa fondation dans l'ardoise des Grisons, riche en quartz, caractérisée par des couches d'ardoise gneisseuses et des petites masses de gneiss. Il a une hauteur maximale de 68 m, une longueur en crête de 360 m et une épaisseur de 4.5 m en crête et de 50 m à la base (Figure 17).

Dispositif d'auscultation

Le barrage est équipé de 4 pendules pour la détermination des déformations du mur (directions radiale et tangentielle) et d'un pendule renversé pour la mesure des déplacements du pied dans la section principale. Douze paires de boulons permettent de mesurer les rotations dans le sens radial et tangentiel à l'aide d'un clinomètre, alors que l'ouverture des joints est mesurée en 18 endroits. Les mouvements de 32 points situés sur le parement aval du mur sont mesurés à partir d'un réseau géodésique. De plus, un nivellement de précision permet de mesurer les déformations verticales de la galerie de contrôle supérieure.

Un total de 24 thermomètres mesurent les températures de l'air, de l'eau et du béton, alors que la sous-pression est suivie en 25 trous de sondage. Tous les forages de drainage ainsi que les galeries de pied sont munis d'appareils de mesure des débits d'eau, alors que deux manomètres à piston servent à la mesure et à l'enregistrement du niveau du bassin et du déversement.

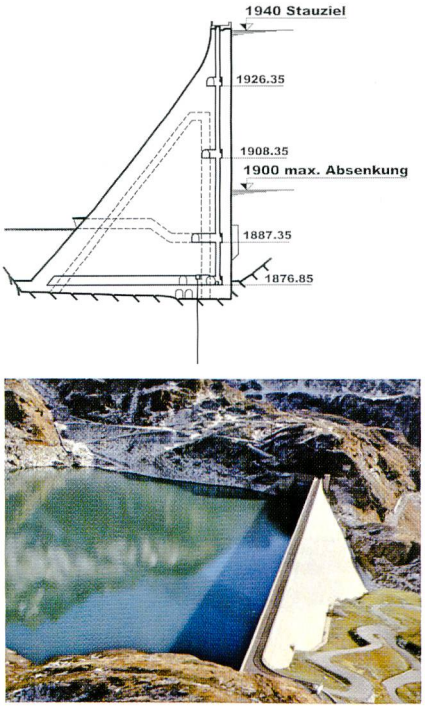

Figure 17. Barrage de Robiei: coupe et vue. Figure 17. Robiei Dam: section and view.

8.1.2 Comparaison des déplacements observés et prédits

C'est en 1984, après 17 ans de service, que les déplacements radiaux prédits (calculés) et observés (mesurés) de la crête du barrage ont été comparés pour la première fois. Aujourd'hui, la comparaison est effectuée immédiatement après chaque mesure.

Modèle déterministe

Les mouvements de la crête de la section principale du barrage ont été calculés à l'aide d'une analyse par éléments finis. Les sollicitations suivantes ont été considérées: poids propre, pression hydrostatique, sous-pressions, variations des températures moyennes et des variations des gradients de température.

Le poids propre a été admis à 24 kN/m^3 et la sous-pression à 80% de la pression hydrostatique. L'influence de la température a été calculée sur la base des mesures de 15 thermomètres, le coefficient de dilatation thermique étant fixé à 10^{-5}/°C. La fondation a été inclue dans le modèle en admettant un module d'élasticité du rocher identique à celui du béton (15.6 kN/mm^2).

Les mouvements irréversibles qui avaient eu lieu avant le relevé des températures et avant le calcul initial ont été considérés par une constante unique.

La comparaison des déplacements prédits et observés est reportée à la Figure 18.

Les déplacements calculés à l'aide du modèle déterministe ne montrent pas une bonne concordance avec les valeurs mesurées. L'erreur-type est de 1.52 mm pour une amplitude maximale des mouvements d'environ 13 mm. De grandes différences sont à noter surtout lors de mouvements extrêmes, ce qui tend à montrer que le module d'élasticité introduit dans le calcul n'a pas été évalué correctement. Ceci a conduit à une adaptation correspondante (modèle hybride).

Modèle hybride

Après 15 années de service supplémentaires, le modèle de prédiction original a été amélioré par l'intermédiaire d'une régression multiple, de laquelle résultent de nouveaux facteurs pour l'influence des sollicitations ainsi qu'une nouvelle constante. Les résultats de la nouvelle comparaison des déplacements prédits et observés sont reportés à la Figure 19.

Locarno (Ticino/Switzerland). It is a rectilinear gravity dam with hollow cavities in the block joints. The dam is founded on the Bündner Schist lay rich in quartz and mixed with gneiss-like layers and gneiss lenses. The maximum height of the dam is 68 m for a crest length of 360 m, and a thickness of 4.5 m at the crest and 50 m at the base (Figure 17).

Monitoring equipment

The dam is equipped with four pendulums to detect radial and tangential deformations and with one inverted pendulum for measuring foundation displacements. Clinometer measurements at 12 pairs of bolts allow radial and tangential rotations to be detected, while joint opening is measured at 18 locations. A triangulation network allows the movement of 32 measuring points on the dam downstream face to be controlled. A precision levelling in the uppermost survey gallery permits to detect vertical deformations.

24 thermometers are available for measuring air, water and concrete temperatures, and the uplift pressure in the foundation can be detected at 25 boreholes. All drainage boreholes and the base gallery are equipped with devices to measure water discharge. Two pressure balances measure and record the reservoir and the spillway levels.

8.1.2 Comparison between predicted and observed displacements

For the first time in 1984, after 17 years of operation, the predicted (calculated) stream displacements at the crest were compared to the observed (measured) ones. Today, the comparison is performed after each measurement.

Deterministic model

The movements of the crest of the main dam section have been computed by finite element analysis. The loading considered consisted of: dead weight, hydrostatic pressure, uplift, changes in mean temperatures and changes in temperature gradients.

The dead weight was taken as 24 kN/m^3 and the uplift as 80 % of the hydrostatic pressure. The temperature effects were calculated based on the measurements of 15 thermometers, the coefficient of thermal expansion being taken as 10^{-5}/°C. The model also included the foundation rock, for which the same modulus of elasticity as for the concrete was assumed (15.6 kN/mm^2).

Les déplacements calculés à l'aide du modèle hybride montrent une meilleure concordance avec les valeurs observées que cela n'était le cas avec le modèle déterministe. L'erreur-type n'est plus que de 0.66 mm et les grandes différences n'apparaissent plus systématiquement.

8.2 Approche statistique (barrage poids-voûte de Spitallamm)

8.2.1 Description de l'ouvrage

Les informations ci-dessous sont tirées de l'article «Barrages présentant des aspects particuliers», Barrages suisses, Surveillance et entretien, publié à l'occasion du 15e Congrès International des Grands Barrages 1985 à Lausanne, par Walter Indermaur.

Le barrage de Spitallamm (Figure 20), situé à l'altitude de 2000 m, fait partie de l'aménagement des Forces Motrices de l'Oberhasli (KWO). En combinaison avec le Nollen – éperon rocheux important au centre de la vallée – et le barrage-poids de Seeuferegg, situé 300 m plus à l'est, il ferme la vallée de l'Aar pour former la retenue du Grimsel.

Le site du barrage ainsi que la majeure partie du bassin sont situés dans les grano-diorites du Grimsel, roches d'une excellente qualité, très peu déformables, compactes en profondeur, mais présentant une fissuration assez prononcée en surface.

The irreversible movements which occurred prior to the beginning of temperature measurements and prior to the first computation were taken into account through a single constant.

The comparison between predicted and observed displacements is reported in Figure 18.

The displacements obtained by application of the deterministic model do not match the measured values very well. The standard error is 1.52 mm for a maximum displacement amplitude of around 13 mm. The largest discrepancies occur for the largest displacements, which tend to indicate that the modulus of elasticity introduced in the calculation has not been evaluated correctly. This led to a corresponding adjustment of the model (hybrid model).

Hybrid model

After additional 15 years of operation, the initial predictive model has been improved through a multiple regression, from which new factors for the influence of the loads and a new constant have resulted. The results of the new comparison between the predicted and the observed displacements are reported in Figure 19.

The predicted displacements obtained by application of the hybrid model coincide better with the observed ones than was the case with the deterministic model. The standard error is only 0.66 mm, and large discrepancies do not systematically appear anymore.

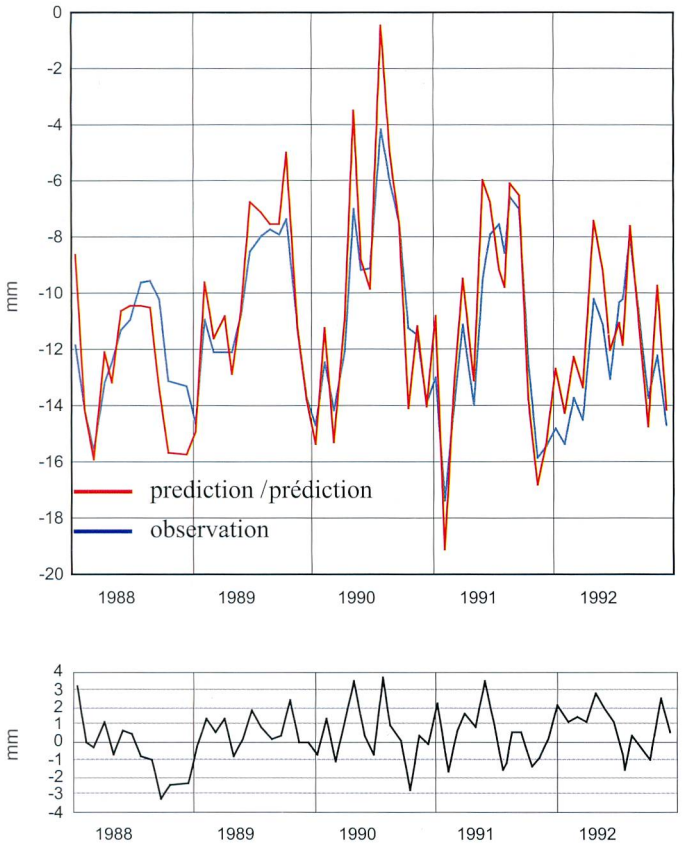

Figure 18. Comparaison des déplacements prédits et observés par modèle déterministe. Haut: déplacements radiaux au centre de la crête. Bas: différence entre les déplacements calculés et mesurés.

Figure 18. Comparison between predicted and observed displacements based on deterministic model. Above: stream displacements at middle of crest. Below: difference between computed and measured displacements.

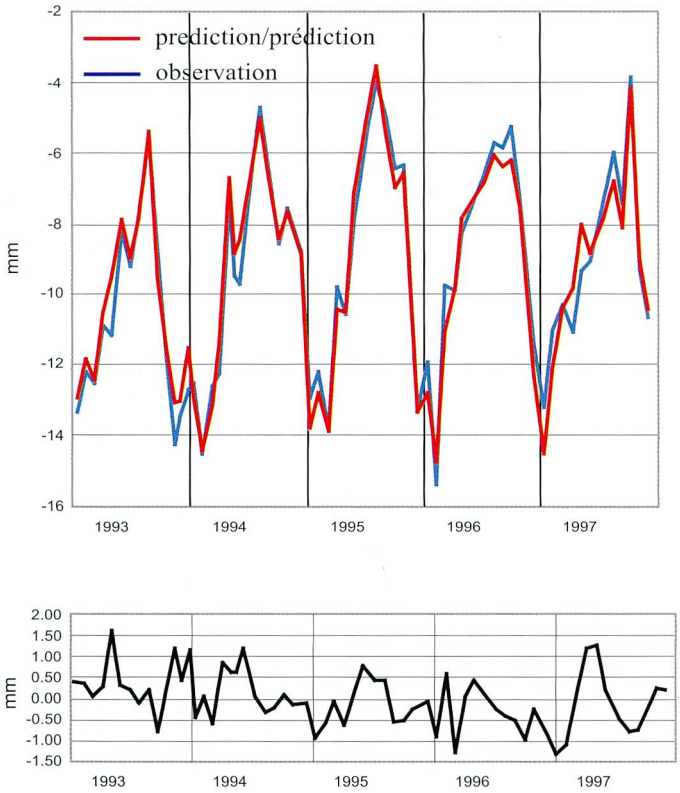

Figure 19. Comparaison des déplacements prédits et observés par modèle hybride. Haut: déplacements radiaux au centre de la crête. Bas: différence entre les mouvements calculés et mesurés.

Figure 19. Comparison between predicted and observed displacements based on hybrid model. Above: stream displacements at middle of crest. Below: difference between computed and measured displacements.

Nom/Name	Spitallamm
Site	Grimsel
Type	Poids-voûte/Arch-gravity
Hauteur/Height	114 m
Longueur/Length	258 m
Volume	340 000 m^3
Capacité totale/Total capacity	$101 \cdot 10^6$ m^3
Construction	1926–1932
Mise en eau/First impounding	1930–1932

Figure 20. Barrage de Spitallamm. / Figure 20. Spitallamm Dam.

Dispositif d'auscultation

Le dispositif d'auscultation a évolué au cours du temps et se compose aujourd'hui des éléments suivants:

- 3 sections de pendules, chacune d'elles étant prolongée de 25 à 40 m à l'intérieur du rocher à l'aide de fils tendus;
- 3 sections équipées chacune de 4 à 7 cellules hydrauliques pour mesurer la sous-pression au contact béton-rocher et en profondeur;
- 35 postes de mesure pour contrôler les eaux des drainages forés jusque dans le béton de parement amont;
- un poste de mesure du débit total des eaux d'infiltration et de drainage;
- 15 paires de fils invar permettant de mesurer des mouvements relatifs entre le béton de parement et de masse;
- 4 postes de mesure pour la température à l'intérieur du barrage;
- 1 poste de mesure des températures de l'eau et de l'air;
- une polygonale dans la galerie à mi-hauteur du barrage, fermée sur elle-même et reliée à des points repères en rocher.

8.2.2 Comparaison des déplacements observés et prédits

Les déplacements radiaux et tangentiels, les mouvements relatifs entre les bétons du parement et les sous-pressions font l'objet d'une analyse continue par comparaison entre observation (mesure) et prédiction (calcul). Seule celle des déplacements radiaux est présentée ici. Elle est basée sur le modèle statistique de l'équation 21b

$$P(t,h,s) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 e^{-t} + a_6 t + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \qquad [21b]$$

h représente le niveau du plan d'eau, *s* la saison (variant entre *0* le 1er janvier et 2π le 31 décembre selon l'équation 22) et *t* le temps. Les trois lignes indiquent les composantes hydrostatique, irréversible et thermique respectivement.

Traitement statistique

Le Tableau 2 montre les données pour les périodes de « calibrage-ajustement » et « contrôle ». Prenant les colonnes de gauche à droite, elles représentent:

- les dates de mesures;
- les niveaux du plan d'eau;
- les mesures de déplacement (indicateur) amont-aval pour trois sections (rive gauche, la clé et rive droite);
- les températures de l'air;
- la saison;
- les niveaux du plan d'eau normalisés;
- le temps normalisé; et
- les températures de l'air normalisées.

Ayant préparé les données, on peut passer à l'analyse statistique. Il s'agit d'estimer les valeurs des paramètres ajustables a_j, en passant par une régression multiple par méthode des moindres carrés. La formulation du problème est donnée au Chapitre 4.

8.2 Statistical approach (Spitallamm Arch-Gravity Dam)

8.2.1 Spitallamm Dam

The information presented below is taken from the paper "Dams presenting particular aspects", Swiss Dams, Monitoring and Maintenance, published for the 15th International Congress on Large Dams 1985 in Lausanne by Walter Indermaur.

Spitallamm dam (Figure 20), located at an altitude of 2000 m, constitutes part of the Oberhasli hydroelectric power scheme (KWO). In combination with the Nollen – an important rock spur in the centre of the valley – and the Seeuferegg gravity dam situated 300 m further to the East, Spitallamm dam closes the valley of the Aar to form the Grimsel reservoir.

The dam site as well as a large part of the basin is located in the Grimsel grano-diorites, a rock which has excellent qualities including a very low permeability, is well compacted at depth, but presents a pronounced fissured surface.

Monitoring equipment

The measuring equipment has evolved with time and today consists of the following:

- 3 pendulum sections all of which have been extended 25 to 40 m in the rock using tensioned wires;
- 3 sections each equipped with 4 to 7 hydraulic load cells to measure the uplift pressures at the concrete-rock interface and at depth;
- 35 measuring stations drilled up to the water face concrete to monitor drainage water;
- a single station to measure the total seepage and drainage discharge;
- 15 pairs of invar wires allowing the measurement of relative movements between the upstream facing and mass concrete to be carried out;
- 4 measuring stations to read internal dam temperatures;
- 1 station to measure the temperature of air and water;
- a closed surveying traverse in the gallery at the mid height of the dam, linked to benchmarks in the rock.

8.2.2 Comparison between predicted and observed displacements

The radial and tangential displacements, the relative movements between the upstream concrete sections and the uplift pressures are continuously analysed by comparing observed (measured) and predicted (calculated) values. Only the analysis of radial displacements is presented herein. Analyses are based on the statistical model presented in equation 21b

$$P(t,h,s) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + a_5 e^{-t} + a_6 t + a_7 \cos s + a_8 \sin s + a_9 \sin^2 s + a_{10} \sin s \cos s \qquad [21b]$$

Note 1: The statistical analysis starts 06.01.86 / L'analyse statistique débute le 06.01.86

Note 2: The period of adjustment ends in 1993 / La période d'ajustement se termine en 1973

Note 3: The control period starts in 1994 / La période de contrôle débute en 1994

Date	Lake el. / Niv.lac	Left bank / Rive gauche		Crown / Clé					Right bank / Rive droite		Temp. air	Day (reg.) / Jour (reg.) s	Norm. lake level / Niveau lac norm. h	Norm. Year / Année norm. t	Norm. air temp. / Temp. air norm. T_a
		1898	1866.3	1910.5	1899.1	1888.1	1866.3	1842.3	1818.3	1897.9	1866.3				
06.01.86	1894.04	-0.51	-0.70	1.15	5.30	4.60	3.85	2.35	0.95	1.70	0.50	-4.99	0.00	0.74	-0.94
10.02.86	1884.70	-0.76	-0.95	1.30	4.45	4.00	3.30	2.00	0.85	1.45	0.25	[illegible]	[illegible]	0.57	0.01	-0.98
10.03.86	1872.44	-1.46	-1.30	0.25	2.40	2.40	2.05	1.30	0.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.35	0.02	-0.82
07.04.86	1870.14	-1.81	-1.40	-2.25	1.50	1.80	1.75	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.31	0.03	-0.52
05.05.86	1870.94	-1.96	-1.40	-4.70	0.45	1.35	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.45	-0.05	1.54	2.14	0.33	0.04	-0.09
05.06.86	1876.76	-2.46	-1.45	-9.65	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.40	-0.05	-0.15	5.59	2.67	0.43	0.05	0.43
03.07.86	1894.64	-2.76	-0.95	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.25	1.60	0.75	-0.40	0.05	8.61	3.16	0.75	0.06	0.82
04.08.86	1904.71	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.90	3.80	2.50	1.10	0.70	0.65	10.01	3.71	0.93	0.07	1.00
01.09.86	1907.14	[illegible]	[illegible]	-8.40	2.90	4.05	4.25	2.75	1.20	1.25	0.65	8.89	4.19	0.98	0.08	0.86
23.09.86	1907.14	-0.71	-0.25	-7.95	3.45	4.30	4.45	2.90	1.20	1.25	0.65	6.65	4.57	0.98	0.09	0.57
09.10.86	1908.06	-0.71	-0.30	-7.65	3.85	4.45	4.50	2.90	1.25	1.25	0.65	4.55	4.84	0.99	0.09	0.29
11.11.86	1905.80	-0.16	-0.30	-3.90	5.30	5.25	4.70	2.95	1.20	1.70	0.60	-0.03	5.41	0.95	0.10	-0.30
08.12.86	1901.86	-0.21	-0.45	-2.70	5.55	5.20	4.55	2.80	1.15	1.65	0.55	-3.07	5.87	0.88	0.11	-0.69
12.01.94	1888.50	-0.71	-1.00	-10.25	1.80	2.45	2.70	1.75	1.10	0.55	-0.25	-5.19	0.20	0.64	0.97	-0.97
15.02.94	1875.04	-1.06	-1.25	-10.75	0.60	1.35	1.60	1.05	0.80	0.40	-0.30	-5.17	[illegible]	0.40	0.98	-0.96
17.03.94	1866.62	-1.56	-1.40	-12.90	-1.40	0.00	0.75	0.55	0.65	-0.05	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.25	0.99	-0.76
19.04.94	1866.98	-1.66	-1.45	-15.30	-1.60	-0.05	0.75	0.60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.43	1.87	0.25	1.00	-0.35
19.05.94	1874.20	-2.16	-1.50	-19.80	-3.15	-0.90	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0.45	3.38	2.38	0.38	1.01	0.14
15.06.94	1886.20	-2.26	-1.35	-21.70	3.80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.60	-0.65	-0.40	6.80	2.85	0.60	1.02	0.59
15.07.94	1906.42	-1.21	-0.55	-24.[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.25	1.20	0.00	-0.10	9.45	3.36	0.96	1.03	0.93
09.08.94	1907.20	-1.41	[illegible]	-24.[illegible]	[illegible]	1.65	3.25	2.30	1.30	-0.15	-0.05	9.98	3.79	0.98	1.03	1.00
09.09.94	1907.[illegible]	[illegible]	[illegible]	-20.65	0.00	2.15	3.30	2.30	1.25	0.15	-0.05	8.19	4.33	0.99	1.05	0.77
21.09.94	1906.[illegible]	[illegible]	-0.50	-18.05	1.15	2.70	3.50	2.35	1.30	0.35	-0.15	6.89	4.53	0.97	1.05	0.60
21.10.94	1905.20	-0.51	-0.50	-17.50	1.60	2.85	3.40	2.25	1.25	0.35	-0.15	2.86	5.05	0.94	1.06	0.08
16.11.94	1898.48	-0.96	-0.85	-16.45	0.60	1.95	2.75	1.95	1.10	0.25	-0.15	-0.67	5.50	0.82	1.07	-0.38
13.12.94	1896.56	-0.96	-0.95	-14.80	1.35	2.25	2.85	1.95	1.10	0.45	-0.15	-3.51	5.96	0.79	1.08	-0.75

ADJUSTMENT PERIOD / PÉRIODE D'AJUSTEMENT

CONTROL PERIOD / PÉRIODE DE CONTRÔLE

Tableau 2. Préparation des données de base.
Table 2. Database preparation.

PARAMETERS / PARAMETRES	LB /RG 1898	LB / RG 1866.3	Crown / Clé 1910.5	Crown / Clé 1899.1	Crown / Clé 1866.3	Crown / Clé 1842.3	Crown / Clé 1818.3	Crown / Clé 1910.5	RB / RD 1897.9	RB / RD 1866.3
a_0	-2.0561	-1.2235	-12.2338	-5.0479	-3.6010	-0.7382	0.5535	1.2144	-0.7050	-0.2523
a_1	-0.2434	-0.3255	6.4531	4.1109	3.2678	1.1441	-0.1981	-0.9416	0.7723	0.1828
a_2	0.2336	-0.3022	-7.6205	0.1896	0.4590	-0.2970	-0.7124	-0.5482	-0.0122	-0.4066
a_3	-0.1429	-0.3705	-1.6308	0.4738	3.6671	0.6895	0.4773	-0.1122	-0.0400	-0.3090
a_4	1.1400	1.7128	23.0352	1.6698	-9.7559	4.5765	3.7010	2.2984	3.4459	1.9360
a_5	-1.7222	-0.7401	-50.3557	0.8142	19.2979	-0.5463	-2.1172	-1.9376	-7.0115	-1.9851
a_6	3.1141	0.9964	30.6342	4.6007	-6.3584	0.4776	0.9234	0.7816	5.5235	1.2659
a_7	0.5786	0.2191	2.6188	2.2674	1.7268	0.9589	0.4103	0.1311	0.5963	0.1858
a_8	0.8525	0.1370	6.1455	2.8754	1.5573	0.6029	0.2427	0.0524	0.6701	0.1216
a_9	-0.1615	0.0254	-0.8392	-0.5827	-0.2881	-0.1060	0.0181	-0.0024	-0.2073	0.0022
a_{10}	-0.1280	-0.0566	1.0698	-0.0544	0.0114	-0.0133	0.0059	0.0186	-0.0932	-0.0760
ADJUSTMENT PERIOD / PÉRIODE D'AJUSTEMENT										
R^2	0.96	0.99	0.97	0.96	0.98	0.98	0.98	0.97	0.93	0.91
σ	0.19	0.06	0.96	0.56	0.31	0.18	0.11	0.05	0.18	0.09
CONTROL PERIOD / PÉRIODE DE CONTRÔLE										
R^2	0.88	0.97	0.93	0.90	0.94	0.97	0.95	0.95	0.76	0.33
σ	0.22	0.07	1.47	0.64	0.34	0.17	0.15	0.05	0.22	0.17

Tableau 3. Résultats de l'analyse numérique.
Table 3. Numerical analysis results.

Les résultats d'un tel calcul sont présentés au Tableau 3, qui montre les paramètres a_0 à a_9 pour une dizaine de différents points dans le barrage. Pour contrôler la qualité de la corrélation entre les valeurs mesurées et calculées, on évalue en même temps le carré du coefficient de corrélation multiple (coefficient de détermination R^2) et l'erreur-type pour les périodes de calibrage et contrôle[15].

Généralement, une très bonne corrélation entre les valeurs mesurées et calculées est constatée par le fait que le coefficient de détermination est proche de 1.

Il est ensuite procédé à la vérification graphique des résultats pour les périodes de calibrage et contrôle. Il va de soi qu'une meilleure appréciation des résultats peut être obtenue en dessinant les trois composantes hydrostatique, thermique et irréversible. Un exemple de sortie graphique est donné à la Figure 21.

De même que d'autres normes qui définissent un niveau de sécurité basé sur une distribution statistique de type gaussien et l'écart-type, l'alarme peut être déclenchée si les valeurs mesurées sont en dehors des valeurs estimées par l'approche statistique. Dans cet exemple, une telle alarme est donnée si les valeurs mesurées sur place dévient de plus de deux erreurs-types des valeurs calculées. Ainsi, un contrôle rapide des données peut être effectué et, dans le cas où une anomalie se produirait, l'action nécessaire entreprise.

[15] La période de contrôle introduite ici n'est rien d'autre qu'une période durant laquelle le modèle de prédiction calibré est appliqué afin d'en vérifier ses capacités.

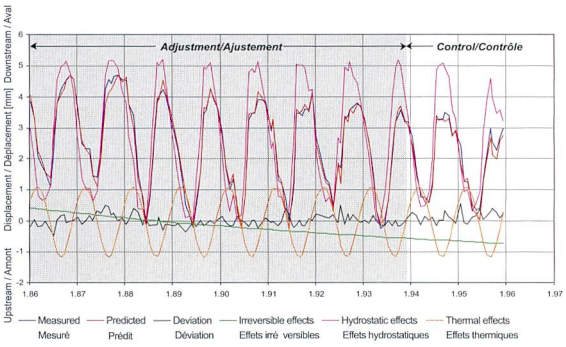

Figure 21. Exemple d'une sortie graphique selon la méthode statistique.
Figure 21. Example of graphic output according to the statistical method.

h represents the reservoir level, *s* the season (varying between *0* on January 1st and 2π, on December 31st) and *t* the time. The three lines indicate the hydrostatic, irreversible and thermal components respectively.

Statistical treatment

Table 2 presents the data for the periods of "calibration-adjustment" and "control". Taking each of the columns from left to right, we have the following:

- measurement dates;
- reservoir elevations;
- upstream-downstream displacement measurements (indicator) for the three sections (left bank, crown and right bank);
- air temperatures;
- the season;
- normalised reservoir elevations;
- normalised time; and
- normalised air temperatures.

Having prepared the data, one can move on to the statistical analysis. This consists of estimating the value of the adjustable parameters a_j using a multiple least squared regression analysis procedure. The formulation of the problem is given in Chapter 4.

The results of such an analysis are presented in Table 3, which shows the parameters a_0 to a_9 for ten different points in the dam. To control the quality of the correlation between measured and calculated values, the squared correlation coefficient (coefficient of multiple determination, R^2) and standard error (σ) are evaluated for the periods of adjustment and control[15].

In general, a very good correlation between measured and calculated values can be observed due to the fact that the coefficient of determination is approximately equal to 1.

A graphic verification of the results for the periods of adjustment and control is then performed. It goes without saying that a better assessment of the results can be obtained by plotting the three components (hydrostatic, irreversible and thermal) separately. An example graphical output is given in Figure 21.

As with other standards that define a level of security based on a Gauss type statistical distribution and standard deviation, the alarm can be given if the measured values are outside of the values estimated in the statistical approach. In this example, such an alarm is given if in-situ measured values deviate by more than two times the standard error from the calculated values. Hence, a rapid control can be carried out and, in the case of an anomaly being detected, the necessary action can be undertaken.

[15] The control period introduced here is nothing else but a period during which the calibrated prediction model is applied with the sole objective of verifying its capabilities.

Références / References

Bianchi M. & Bremen R. 2000, Health monitoring of arch dams – Recent developments, Int. workshop on the present and the future in health monitoring, Bauhaus-Universität Weimar, Sept. 3–6.

Biedermann R. 1997, Concept de sécurité pour les ouvrages d'accumulation: évolution du concept suisse depuis 1980, eau, énergie, air, Baden, 3/4, 63–72.

Bonaldi P., Fanelli M. & Giuseppetti G. 1977, Displacement forecasting for concrete dams, Water Power & Dam Construction, September, 42–50.

Bossoney C. 1985, Comparaison des observations avec le comportement prévu à l'aide de modèles analytique et statistique, 15e Congrès des Grands Barrages, Lausanne, Q56-12, 85–89.

Bossoney C. 1995, Knowledge based modelling of dam behaviour with neural networks, Research and Development in the Field of Dams, Swiss national committee on large dams, Crans-Montana, 1995, 201–217.

Breitenstein F., Köhler W. & Widman R. 1985, Safety control of the dams of the Glockner-Kaprun hydro-electric development, 15e Congrès des Grands Barrages, Lausanne, Q56-R59, 1121–1134.

Bremen R. & Bianchi M. 2000, Möglichkeiten und Grenzen deterministischer Modelle zur Überwachung von Verformungen an Betonsperren, Symposium Betrieb und Überwachung wasserbaulicher Anlagen, Graz, Oktober.

CNSGB – Comité national suisse des grands barrages 1987, Dispositif d'auscultation des barrages.

CNSGB – Comité national suisse des grands barrages 1993, L'informatique dans la surveillance des barrages.

CNSGB – Comité national suisse des grands barrages 1997a, Mesures de déformations géodésiques et photogrammétriques pour la surveillance des ouvrages de retenue.

CNSGB – Comité national suisse des grands barrages 1997b, Surveillance de l'état des barrages et check lists pour les contrôles visuels.

Crépon O. & Lino M. 1999, An analytical approach to monitoring, International Water Power & Dam Construction, June, 52–54.

Guedes Q.M. & Coelho P.S.M. 1985, Statistical behaviour model of dams, 15e Congrès des Grands Barrages, Lausanne, Q56-R16, 319–334.

Hasegawa T. & Murakami A. 1985, Technique of monitoring for dam safety and its application, 16e Congrès des Grands Barrages, San Francisco, C2, 929–954.

Hattingh L.C. & Oosthuizen C. 1998, Surveillance of Gariep dam using neural networks, Dam safety, Berga (ed.), Balkema Rotterdam, 981–988.

Hepp P. 1998, Moderne Leittechnik in der Talsperrenüberwachung, Wasser, Energie, Luft, 9/10, 235–239.

Jinping H. & Zhenzhao L. 1998, The mathematical model of dam safety monitoring based on multiple survey points, Dam Safety, Berga (ed.), Balkema Rotterdam, 989–995.

Le May Y., Nury C., Douillet G. & Lefèvre C. 1985, Auscultation des barrages d'électricité de France, 15e Congrès des Grands Barrages, Lausanne, Q56-R78, 1529–1553.

Leroy R. & Hagin B. 2000, Système AuscuBar V2.0 d'acquisition, d'archivage et de contrôle des mesures d'auscultation de barrages, Energie Ouest Suisse, Février 2000.

Lombardi G. 1992, L'informatique dans l'auscultation des barrages, eau, énergie, air, Baden, 1/2, 2–8.

Lombardi SA, MIC – Logiciel pour l'auscultation de barrages.

Loudière D., Planaud A., Duranton R., Lassagne J., Bertrand J., Chabal J.-P. & Tardieu B. 1985, Auscultation de cinq barrages en remblai, 15e Congrès des Grands Barrages, Lausanne, Q56-R80, 1565–1588.

Lugiez F., Beaujoint N. & Hardy X. 1970, L'auscultation des barrages en exploitation au service de la production hydraulique d'Electricité de France – Des principes aux résultats, 10e Congrès des Grands Barrages, Montréal, Q38-R33, 577–600.

Montgomery D.C., Peck E.A. & Vining G.G. 2001, Introduction to linear regression analysis, Third edition, John Wiley.

O'Rourke J.E., Black J.H., Saraf C.L. & Morales Arnao B., 1985, Field monitoring and predictive model for the Tablachaca Dam landslide, 15e Congrès des Grands Barrages, Lausanne, C5, 1125–1140.

Post, G. 1985, Auscultation des barrages et de leurs fondations, Rapport général Q 56, 15e Congrès du Comité International des Grands Barrages, Lausanne, 1623–1727.

Silva Gomes A.F. & Silva Matos D. 1985, Quantitative analysis of dam monitoring results: State of the art, applications and prospects, 15e Congrès des Grands Barrages, Lausanne, Q56-R39, 749–761.

Singh V.P. & Li Z. 1992, Modeling the deformation of concrete dams, in Geomechanics and water engineering in environmental management, R.N. Chowdhury (ed), Balkema, 169–192.

Stucky A. & Derron M. 1957, Problèmes thermiques posés par la construction des barrages-réservoirs, Science et technique, Lausanne.

Widman R. 1967, Evaluation of deformation measurements performed at concrete dams, 9e Congrès des Grands Barrages, Istanbul, Q34/R38, 671–676.

Willm G. et Beaujoint N. 1967, Les méthodes de surveillance des barrages au service de la production hydraulique d'Electricité de France – Problèmes anciens et solutions nouvelles, 9e Congrès des Grands Barrages, Istanbul, Q34/R30, 529–550.