Zeitschrift: Wasser Energie Luft = Eau énergie air = Acqua energia aria

Herausgeber: Schweizerischer Wasserwirtschaftsverband

Band: 94 (2002)

Heft: 11-12

Artikel: Die mittleren Fehler in der Geodäsie als Grundlage für die Interpretation von Verschiebungen

Autor: Egger, Kurt / Graf, Andreas

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-939674

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 21.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die mittleren Fehler in der Geodäsie als Grundlage für die Interpretation von Verschiebungen

■ *Kurt Egger, Andreas Graf*

1. Einleitung

Alle aus geodätischen Messungen erhaltenen Grössen sind mit Fehlern behaftet. Die Ursache liegt im begrenzten Wahrnehmungsvermögen der menschlichen Sinnesorgane, in nicht erfassten atmosphärischen Störungen oder in Mängeln der Messgeräte.

Mehrfach ausgeführte Messungen werden mehr oder weniger voneinander abweichen. Die Fehlertheorie zeigt, wie man aus diesen überschüssigen, widersprüchlichen Messungen

- plausible, ausgeglichene Mittelwerte für den wahrscheinlichsten Wert erhält,
- die Genauigkeit der einzelnen Beobachtung oder Messung durch eine Masszahl charakterisiert (diese Masszahl, der mittlere Beobachtungsfehler kann aus den Beobachtungen selber abgeleitet werden oder entspricht einem Erfahrungswert),
- die Genauigkeit des Mittelwerts abschätzt.

Dieser Beitrag soll einen Einblick vermitteln, einerseits in die Interpretation der Beobachtungen selber und andererseits in die Analyse der daraus abgeleiteten Grössen wie zum Beispiel der Koordinaten und deren mittlerer Fehler. Sie bilden die Grundlage für die Interpretation von Verschiebungen bei geodätischen Messungen.

2. Begriffe (Bild 1)

- Genauigkeit[1]
  Qualitative Bezeichnung für das Ausmass der Annäherung von einem Ergebnis an den wahren Wert. Die Genauigkeit (oder der mittlere Fehler) nach dieser Definition berücksichtigt also die zufälligen und eventuellen systematischen Abweichungen.
- Präzision[1]
  Qualitative Bezeichnung für das Ausmass der Annäherung der einzelnen Ergebnisse bei mehrfachen Messungen (Distanzen, Richtungen, Höhenwinkel ...). Sie ist ein Mass für die Reproduzierbarkeit der einzelnen Resultate unter den gegebenen Bedingungen. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von einer zufälligen Streuung der einzelnen Messungen, die miteinander korreliert sind.

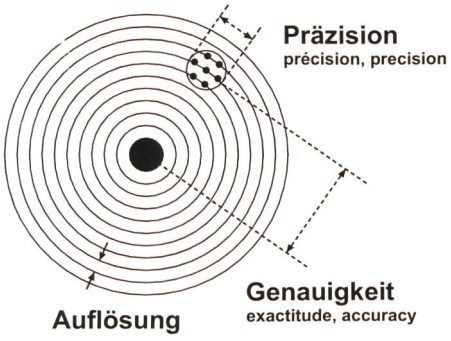


Bild 1. Zur Begriffsbestimmung.

3. Arten von Messfehlern

Die Messfehler unterteilt man nach Art ihrer Entstehung in grobe, systematische und zufällige Fehler.

3.1 Grobe Fehler

Sie übersteigen die zu erwartende Genauigkeit um ein Vielfaches und können folgende Ursachen haben:

- grober Ablesefehler,
- Zielverwechslungen.

Sie werden durch Kontrollmessungen entdeckt und eliminiert.

3.2 Systematische Fehler

Sie verfälschen das Messergebnis stets in demselben Sinne. Mögliche Ursachen:

- unzureichende Eichung,
- zu langes oder zu kurzes Messband,
- ungenau bestimmte Instrumenten- und/oder Zielmarkenhöhen,
- ungenügende Erfassung (Berücksichtigung) der Lotabweichung,
- Unsicherheit der Refraktion,
- ungenügende Modellierung der meteorologischen Verhältnisse usw.

Diese Fehler lassen sich in der Regel durch Eichung der Messinstrumente, Wahl geeigneter Messverfahren und rechnerisches Berücksichtigen der einseitigen Einflüsse zum Teil eliminieren. Andere systematische Fehler wie z.B. die Refraktion oder die meteorologische Erfassung entlang einer Visierlinie fliessen teilweise in die zufälligen Fehler ein.

3.3 Zufällige Fehler

Als solche bezeichnet man die Summe der nach der Elimination der groben und systematischen Fehler übrig bleibenden, nicht mehr einzeln erfassbaren Restfehler.

Zufällige Fehler sind Zufallsvariablen im Sinne der mathematischen Statistik; d.h. sie sind nicht einzeln voraussagbar, aber mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten behaftet. Zufällige Fehler haben ebenso häufig ein positives wie negatives Vorzeichen.

3.3.1 Gauss'sche Glockenkurve

Die folgenden Betrachtungen basieren auf der Annahme, die Beobachtungen seien nur noch mit zufälligen Fehlern behaftet und nicht korreliert. Die folgende Abbildung lässt die Verteilung der wahren Fehler ϵ_1 erkennen, die bei 160 Beobachtungen desselben Winkels gemacht wurden. Die wahren Fehler sind dazu ihrer Grösse nach in die auf der Abszissenachse angedeuteten Gruppen von je 0,1 mgon Breite angeordnet, und über den Abszissenabschnitten sind Rechtecke eingezeichnet, deren Höhe der Anzahl der in die betreffende Gruppe fallenden Fehler proportional ist. Wie die so entstandene Treppenkurve (= Histogramm) zeigt, ist die Häufigkeit, mit der ein Fehler ϵ auftritt, eine Funktion seiner Grösse. Die danach zu erwartende theoretische Fehlerverteilungskurve ist als durchlaufende Kurve eingezeichnet; sie stimmt mit der aus den Messungen gewonnenen Treppenkurve gut überein (Bild 2).

Solche Messreihen besitzen in der Sprache der Statistik eine Normalverteilung und werden wegen ihrer Form auch Gauss'sche Glockenkurve genannt. In der Geodäsie wird meistens angenommen, die Beobachtungsfehler ϵ bzw. Verbesserungen seien normal verteilt. Die Beobachtungen eines Triangulationsnetzes bilden z.B. einen Vektor von normalverteilten Zufallsvariablen ebenso wie die Verbesserungen, die aus der Ausgleichung hervorgehen.

[1] Definition aus «Vermessungsverfahren im Maschinen- und Anlagenbau», herausgegeben von W. Schwarz.

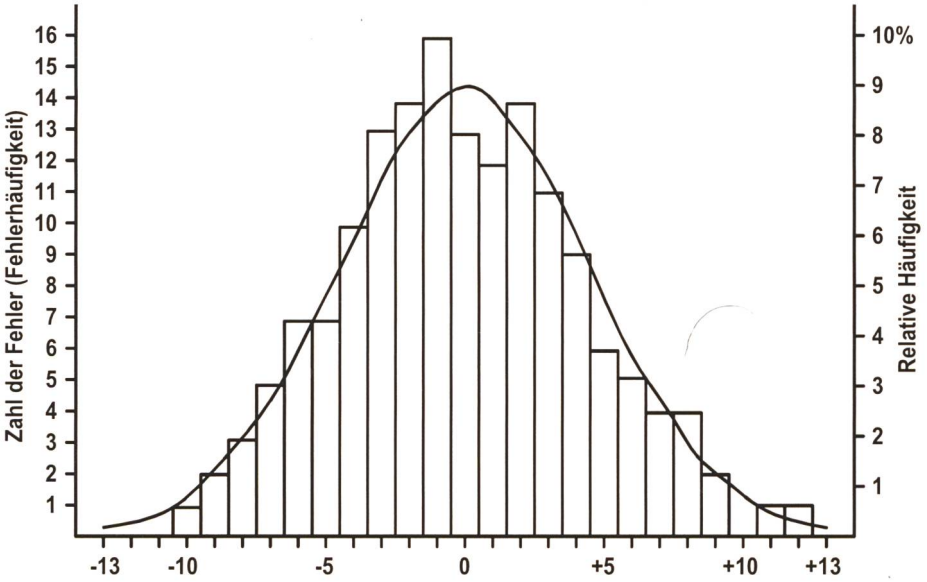


Bild 2. Verteilung der Fehler eines wiederholt gemessenen Winkels (Histogramm).

4. Vom Messfehler zum mittleren Fehler

Vermessungsaufgaben werden in der Regel so angelegt, dass sich die verschiedenen Messgrössen einerseits gegenseitig kontrollieren und andrerseits in möglichst optimaler Weise die Bestimmung der gesuchten Parameter, z.B. Koordinaten, erlauben.

Wenn die Anzahl der gemessenen Beobachtungen grösser ist als die Anzahl der gesuchten Parameter, liegt ein überbestimmtes Problem vor, eine Ausgleichsaufgabe. Die Beobachtungen, die ausgeglichen werden, bilden als Folge der überwiegend durch zufällige Fehler verursachten Messwidersprüche ein inkonsistentes System. Die Grundidee der Ausgleichsrechnung besteht darin, zweckmässige Korrekturen (Verbesserungen) für die einzelnen Beobachtungen zu bestimmen, um die Widersprüche im mathematischen Modell zu beseitigen. Sie bietet zudem weitere Vorteile:

- Die Grösse der Verbesserungen erlaubt ein Urteil über die Genauigkeit der ausgeführten Messungen.
- Die Ausgleichung wandelt die Widersprüche in Genauigkeitsgewinn um. Die widerspruchsfreien, ausgeglichenen Beobachtungen sind genauer als die Messungen selber.

Unter den verschiedenen Ausgleichsprinzipien wird in der Geodäsie hauptsächlich die auf C. F. Gauss zurückgehende Methode der kleinsten Quadrate verwendet. Mit dem linearisierten, funktionalen Modell der Ausgleichsaufgabe lassen sich mittels spezieller Ausgleichungsalgorithmen die unbekannten Parameter, z.B. die Koordinaten eines Punktes, sowie deren Kovarianzmatrix berechnen. Aus dieser Matrix lassen sich dann, z.B. für den eindimensionalen Fall, die mittleren Fehler der Höhen oder im zweidimensionalen Fall die mittleren Fehlerellipsen der Punktkoordinaten bestimmen (siehe Kapitel 5). Diese mittleren Fehler dienen dann als Kriterium für die Genauigkeit, mit der die Punkte bestimmt wurden.

Die geodätische Fachsprache bezeichnet den «mittleren Fehler» auch als «Standardabweichung».

5. Mittlere Fehler

5.1 Eindimensionales Konfidenzintervall

In der Praxis interessiert häufig die Frage, wie gut die unbekannten Parameter bestimmt werden können. Schon bei der intuitiven Betrachtung möchte man zu den berechneten Werten Angaben über den Bereich, in welchem sich der «wahre» unbekannte Parameter mit einer genügend grossen Wahrscheinlichkeit befindet.

Im eindimensionalen Fall zum Beispiel einer Nivellementsberechnung kann ein Vertrauens- oder Konfidenzintervall angegeben werden, in welchem sich der wahre Wert des gesuchten Parameters mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit $(1 - \alpha)$ befindet.

Die Wahrscheinlichkeit, dass sich der gesuchte Parameter innerhalb des dreifachen mittleren Fehlers befindet, beträgt 99,7%.

Wahrscheinlichkeit W	Irrtumsrisiko α	Vergrösserungsfaktor k für $\pm\sigma$
68,3%	31,7%	1,00
95,0%	5,0%	1,96
95,4%	4,6%	2,00
99,0%	1,0%	2,58
99,7%	0,3%	3,00
99,9%	0,1%	3,29
99,995%	0,005%	4,00

Man beachte, dass sich der wahre Wert beim eindimensionalen Konfidenzintervall mit 68% Wahrscheinlichkeit innerhalb des einfachen mittleren Fehlers befindet.

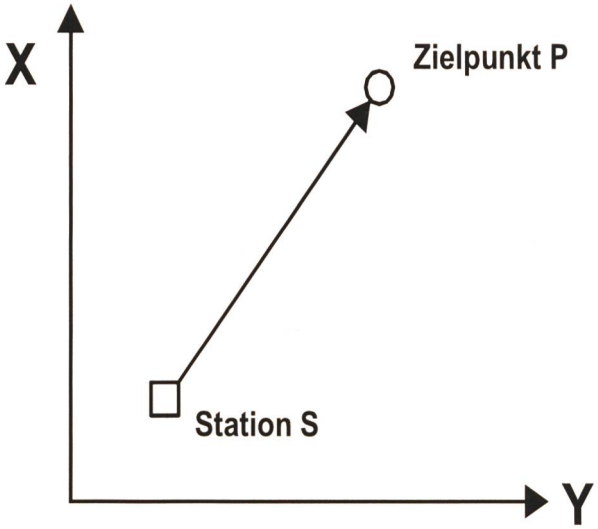
5.2 Zweidimensionales Konfidenzintervall

5.2.1 Mittlere Fehlerellipse

Der Übergang von einer Dimension auf zwei Dimensionen (z.B. Punktkoordinaten) soll anhand eines einfachen Beispiels illustriert werden (Bild 3).

Mit den mittleren Fehlern der zwei unabhängigen Beobachtungen (Richtung und Distanz) lassen sich zwei Konfidenzstreifen um P konstruieren, die zusammen ein Parallelogramm bilden (Bild 4).

Der geometrische Ort aller Punkte mit gleicher Wahrscheinlichkeit ist eine Ellipse, die von den Parallelogrammseiten umschlossen wird.



Von einer Station S aus wird ein Punkt P mit einer Distanz von 300 m und einem Azimut von 50 gon polar aufgenommen. Die mittleren Fehler der Beobachtungen betragen z.B. $\pm$0,001 gon für die Richtung und $\pm$15 mm für die Distanz.

Bild 3. Messung der zwei Grössen für die Lagebestimmung eines Punktes in einer Ebene.

Das zweidimensionale Vertrauensintervall des Niveaus $1 - \alpha = 39{,}35\%$ wird als mittlere Fehlerellipse bezeichnet.

Die mittleren Fehlerellipsen und ihre Vergrösserungen um einen Faktor k begrenzen ein Gebiet in der Koordinatenebene, in welcher sich der wahrscheinliche Wert eines Punktes $P_{X,Y}$ befindet.

Wahrscheinlichkeit W	Irrtumsrisiko α	Vergrösserungsfaktor (bezüglich der mittleren Fehlerellipse)
39,35%	60,65%	1,00
86,47%	13,53%	2,00
90,0%	10,0%	2,15
95,0%	5,0%	2,45
98,89%	1,11%	3,00
99,0%	1,0%	3,04

Multipliziert man die mittlere Fehlerellipse mit den Faktoren 2,15 oder 3,04, erhöht sich die Wahrscheinlichkeit, dass sich der wahrscheinliche Wert von P innerhalb der Fehlerellipse befindet, auf 90% respektive 99%.

Man beachte, das beim zweidimensionalen Konfidenzintervall der wahre Wert nur noch mit einer Wahrscheinlichkeit von 39% innerhalb der einfachen Fehlerellipse liegt.

5.2.2 Anwendung der Fehlerellipsen auf Koordinatendifferenzen

In geodätischen Deformationsmessungen sind oft Verschiebungen von grossem Interesse, wie zum Beispiel die Koordinatendifferenzen zwischen zwei verschiedenen Messepochen.

Voraussetzung für die folgende Ausführung (Bild 5) ist die Unabhängigkeit der zwei Messungen, sodass keine Korrelationen zu berücksichtigen sind.

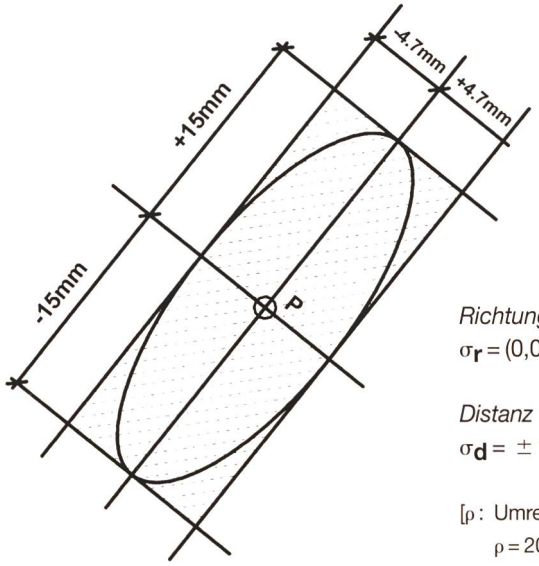
Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz gilt:

$m_d = \sqrt{m_{d1}^2 + m_{d2}^2}$
oder falls $m_{d1} = m_{d2}$ ergibt sich
$m_d = m_{d1} * \sqrt{2}$

In der Geodäsie werden Verschiebungen als gesichert betrachtet, falls der Wert der Verschiebung den 2,5- bis 3fachen mittleren Fehler übersteigt. Als Begründung für den Faktor 3 können z.B. nicht eliminierte systematische Fehler dienen (siehe Kapitel 3).

Bezogen auf unser Beispiel gilt eine horizontale *Verschiebung d* des Punktes P zwischen den beiden Epochen dann als gesichert, falls gilt:

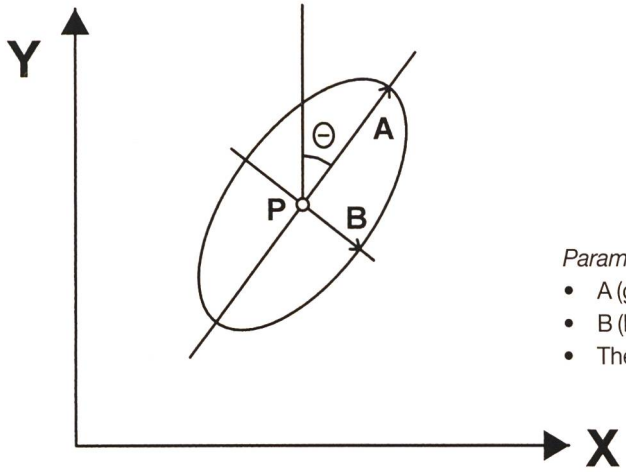
$d > 2{,}5\ m_d$ oder
$d > 2{,}5 * m_{d1} * \sqrt{2}$



Richtung
$\sigma_r = (0{,}001 / \rho) * 300\,000$ mm = ± **4,7 mm**

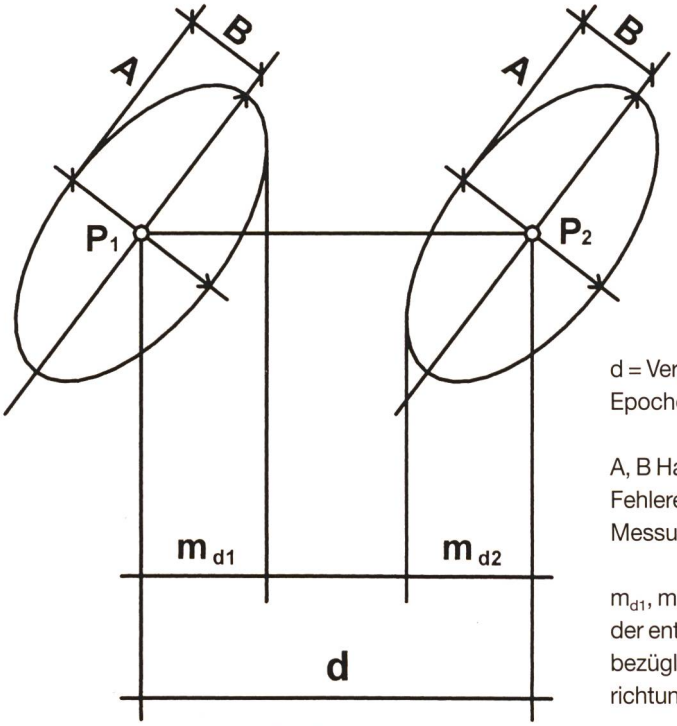
Distanz
$\sigma_d =$ ± **15 mm**

[ρ: Umrechnungsfaktor Neugrad (Gon) ⇔ Radian
$\rho = 200 / \pi = 63{,}66198$]



Parameter der mittleren Fehlerellipse
- A (grosse Halbachse) = ± 15 mm
- B (kleine Halbachse) = ± 4,7 mm
- Theta (Azimut von A) = 50 gon

Bild 4. Die Fehlerellipse bei einer Lagebestimmung mittels Abstands- und Richtungsmessung.



d = Verschiebung zwischen zwei Epochen

A, B Halbachsen der mittleren Fehlerellipse der jeweiligen Messung

m_{d1}, m_{d2}: mittlerer Punktfehler der entsprechenden Messung bezüglich der Verschiebungsrichtung

Bild 5. Definitionsskizze für die Verschiebung zwischen zwei unabhängigen Messepochen.

Stammen die Koordinaten aus den gleichen Messungen, sodass die Korrelationen zu berücksichtigen sind, müssen die relativen mittleren Fehlerellipsen zwischen den beiden Punkten P_1 und P_2 berechnet werden. Dazu braucht es die Kovarianzmatrix aus der Ausgleichung.

5.3 Mehrdimensionales Konfidenzintervall

Die gleichen Überlegungen wie in Kapitel 5.2 bezogen auf zweidimensionale Konfidenzintervalle lassen sich auch auf drei oder mehr Parameter verallgemeinern.

Während sich das dreidimensionale mittlere Fehlerellipsoid geometrisch noch anschaulich beschreiben lässt, führt der Übergang auf u Unbekannte in den u-dimensionalen Raum zu Hyperellipsoiden.

6. Die mittleren Fehlerellipsen in geodätischen Netzen

6.1 Herleitung

Die Geodäsie lebt von den so genannten überschüssigen oder redundanten Messungen. Sie gewähren die grossen Genauigkeiten und Zuverlässigkeiten der geodätischen Resultate. Ein Streckennivellement entlang einer Strasse wird zum Beispiel nicht nur in einem Hinweg, sondern auch in einem Rückweg gemessen. Die Höhendifferenzen sind also doppelt gemessen. Aus den Unterschieden der Höhendifferenzen «Hin» und «Zurück», oder genauer aus den Verbesserungen[2] an den einzelnen Höhendifferenzen lassen sich nach mathematischen Gesetzen der Ausgleichsrechnung mittlere Fehler und damit auch eindimensionale Konfidenzintervalle (siehe Kapitel 5.1) berechnen. Bei zweidimensionalen Triangulationsnetzen ist die Anzahl der redundanten Messungen in der Regel noch viel grösser.

6.2 Eigenschaften

Die mittleren Fehlerellipsen sind anschauliche Indikatoren für die Beurteilung einer Messanordnung mit folgenden Eigenschaften:

- Die einzelnen mittleren Fehlerellipsen geben die Lagegenauigkeit der berechneten Punkte in beliebigen Richtungen in Bezug auf das Fixpunktsystem.
- Die Grösse der mittleren Fehlerellipse ist von der Lagerung (Fixpunktwahl) abhängig.
- Die Grösse der mittleren Fehlerellipse ist von den Annahmen im mathematischen Modell (Massstabsfaktoren, Genauigkeitsannahmen der Instrumente, Zentrierung usw.) abhängig.

Die Form der mittleren Fehlerellipse hängt somit ab von der Geometrie des Netzes und der Kovarianzmatrix der Messungen, d.h. allgemein von der Disposition des Netzes, der Wahl der Instrumente und dem Messprogramm, nicht aber von den gemessenen Werten.

6.3 Einfluss der Netzlagerung auf die mittleren Fehlerellipsen

Durch die Beobachtungen allein ist nur die Form und Grösse eines geodätischen Netzes eindeutig bestimmt. Die Lagerung im Koordinatensystem bzw. die Wahl des Koordinatensystems ist frei und willkürlich festzulegen (Lagerungsparameter). Im allgemeinen Fall wird bei der Lagerung Zwang auf das Netz ausgeübt, d.h. die Zwänge der Festpunkte untereinander widerspiegeln sich in den Verbesserungen der Beobachtungen.

Von zwangsfreier Netzausgleichung spricht man, wenn die Lagerung des Netzes so erfolgt, dass nur die Beobachtungswidersprüche in die Ausgleichung eingehen. Man spricht in diesem Fall auch von einem freien oder frei gelagerten Netz.

Freie Netzausgleichung bedeutet also, dass die willkürliche Wahl der Lagerungsparameter keinen Einfluss auf die Beobachtungsverbesserungen hat. Hingegen sind die Koordinaten und vor allem die mittleren Fehlerellipsen auch im freien Netz von der Wahl der Festpunkte abhängig.

Bei einem freien Nivellement (Hin- und Rückweg) werden zum Beispiel die mittleren Fehler mit zunehmender Entfernung vom Festpunkt bei km 0 immer grösser:

Distanz in km	0	1	2	3	4
m. Fehler [mm]	±0	±0,5	±0,7	±0,9	±1,0

Wird das Nivellement auf den beiden Punkten km 0 und km 4 eingezwängt, ergeben sich die folgenden mittleren Fehler:

Distanz in km	0	1	2	3	4
m. Fehler [mm]	±0	±0,5	±0,7	±0,5	±0

Bei einer Helmert -Transformation mit den beiden Punkten km 0 und km 4 als Passpunkte ergeben sich folgende mittlere Fehler:

Distanz in km	0	1	2	3	4
m. Fehler [mm]	±0,5	±0,5	±0,5	±0,5	±0,5

In einem zweidimensionalen Triangulationsnetz erfolgt die Lagerung eines freien Netzes mit mindestens einem Festpunkt und einer Richtung oder durch drei oder mehr Helmert-Bedingungen.

Bild 6 mit den gleichen Beobachtungen und dem gleichen stochastischen Modell zeigt den Einfluss der Lagerung eines Triangulationsnetzes.

6.4 Zusammenfassung

Die mittleren Fehler der Neupunkte hängen also in jedem Fall (freies oder nicht freies Netz) von der Wahl der Festpunkte oder Passpunkte im Fall der Helmert-Bedingungen ab. Bei der Interpretation von mittleren Koordinatenfehlern bzw. Fehlerellipsen ist die Wahl der

Fehlerellipsen eines frei gelagerten Triangulationsnetzes in Abhängigkeit der Lagerung

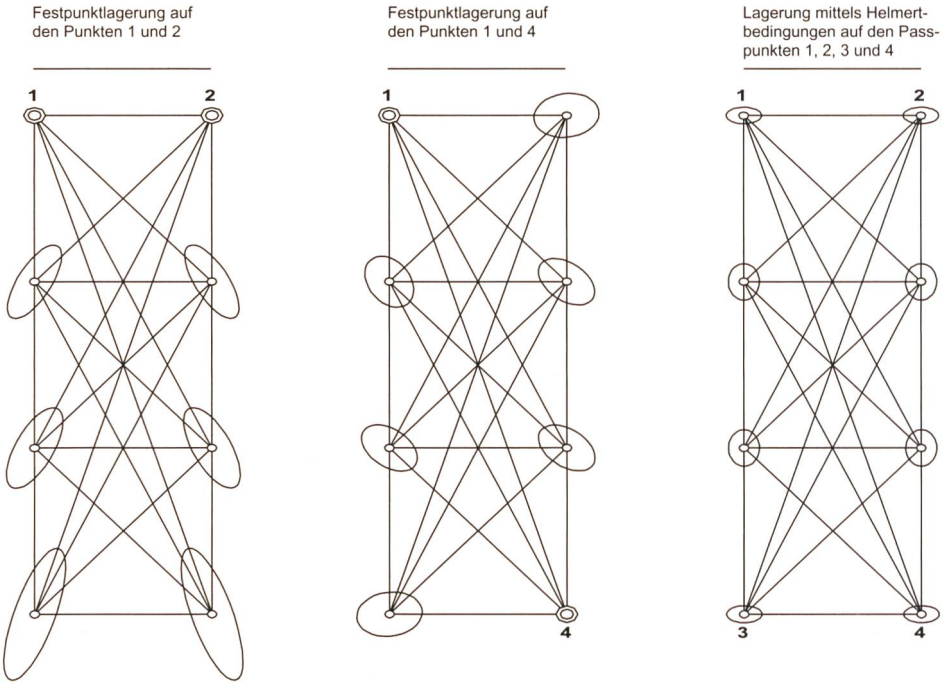


Bild 6. Einfluss der Lagerung eines Triangulationsnetzes auf die mittleren Fehler.

[2] Verbesserung einer Beobachtung = ausgeglichener Wert minus beobachteter Wert.

Geodätisches Sachwörterverzeichnis

Alternativhypothese	Die Modellierung der Verteilung einer Zufallsvariablen führt zur Nullhypothese. Wird diese bei einem statistischen Test verworfen, so muss eine Alternativhypothese in Betracht gezogen werden.
Beobachtung	Das Messen einer Zufallsgrösse oder die Realisation einer Zufallsvariablen ist eine Beobachtung, in der Regel eine Messung.
Erwartungswert	Der Mittelwert konvergiert mit zunehmendem Unfang einer Messreihe gegen den Erwartungswert. Als idealisierter Modellparameter steht der Erwartungswert in der Praxis nicht zur Verfügung.
Fehler erster Art	Die Wahrscheinlichkeit α, dass bei einem statistischen Test die Nullhypothese irrtümlicherweise verworfen wird, heisst Fehler erster Art.
Fehler zweiter Art	Die Wahrscheinlichkeit β, dass die Nullhypothese irrtümlicherweise angenommen wird, obwohl eine bestimmte Alternativhypothese gilt, heisst Fehler zweiter Art.
Fehlerellipsen	Darstellung mittlerer Fehler bei zweidimensionalen Grössen (Koordinaten)
Freiheitsgrad	Unter Freiheitsgrad versteht man die Anzahl überschüssiger Beobachtungen, siehe auch Redundanz.
Funktionales Modell	Funktionale Verknüpfung der Zufallsvariablen, die man den Messungen zugeordnet hat.
Gauss'sche Glockenkurve	Das Histogramm mit unendlich grosser Messreihe und gegen null strebenden Klassenbreiten kann durch eine algebraische Formel approximiert werden, welche die Form einer Glocke annimmt und nach Gauss benannt wird.
Genauigkeit	Umgangssprachlicher Begriff anstelle des mittleren Fehlers
Grober Fehler	Durch angemessene Kontrolle kann man sich gegen grobe Fehler im Allgemeinen schützen. Dies ist das Ziel der Zuverlässigkeitstheorie.
Konfidenzintervall	Die Vertrauenswahrscheinlichkeit berechneter Parameter wird durch Konfidenzgrenzen limitiert.
Korrelation	Abhängigkeit; die Abweichungen zwischen den einzelnen Messungen sind *nicht* zufälliger Natur.
Kovarianzmatrix	Darstellung von Varianzen und Kovarianzen bei mehrdimensionalen Zufallsvariablen in Matrizenform
Mathematisches Modell	Funktionales und stochastisches Modell einer Ausgleichung
Methode der kleinsten Quadrate	Ausgleichungsprinzip, mit dem sich unter der Voraussetzung, dass die Beobachtungen normal verteilt sind, ausgeglichene Werte mit einer maximalen Wahrscheinlichkeit berechnen lassen.
Mittelwert	Der Mittelwert ist der Durchschnittswert einer endlichen Zahl von Beobachtungen einer Zufallsgrösse. Bei ungleichwertigen Beobachtungen werden diese gewichtet.
Mittlerer Fehler	Ein vermessungstechnischer Begriff, welcher besagt, wie genau eine Grösse aufgrund einer Messreihe bestimmt werden konnte. Der mittlere Fehler ist, infolge der beschränkten Anzahl Elemente der Messreihe, nur eine Schätzung der Standardabweichung besagter Grösse. Die Standardabweichung wird in der Vermessung auch mittlerer Fehler a priori genannt.
Modell	Das Modell ist eine gedankliche, idealisierte Vorstellung der Realität. Das Modell allgemein, aber leicht spezifiziert, ist das Erfassen und Beschreiben der physikalischen Natur.
Nullhypothese	Die Modellierung der Verteilung einer Beobachtungsgrösse ist eine Hypothese mit einem Annahme- und einem Verwerfungsbereich. Der erwartete Fall wird Nullhypothese genannt. Das Testverfahren klärt ab, ob diese Nullhypothese angenommen werden kann oder ob es Gründe gibt, diese zu verwerfen und eine Alternativhypothese in Betracht zu ziehen.
Redundanz	Überbestimmung; Anzahl Beobachtungen minus Anzahl unbekannter Parameter
Schätzung	Die Schätzung einer Grösse beruht auf einer endlichen Anzahl von Beobachtungen, aus denen der mittlere Fehler berechnet werden kann.
Standardabweichung	Die Standardabweichung ist ein idealisierter Modellparameter der Zufallsvariablen und berechnet sich aus der Wurzel der Varianz.
Stochastisches Modell	Es beschreibt die Eigenschaften der Zufallsvariablen, die man den Messungen zugeordnet hat.
Systematische Fehler	Er entsteht durch einseitige Summierung der Abweichung zum Beispiel schlecht geeichter Instrumente oder durch atmosphärische Störungen.
Varianz	Die Varianz ist die Summe der Quadrate aller Einzelabweichungen zum Erwartungswert. Die Varianz ist das Quadrat der Standardabweichung.
Wahrer Fehler	Differenz zwischen wahrem Wert und Beobachtung
Wahrer Wert	Unveränderlicher, tatsächlicher Wert einer Grösse, der aber nicht bekannt ist
Wahrscheinlichkeit	Die Wahrscheinlichkeit ist gleich dem Verhältnis zwischen der Anzahl günstiger Fälle zur Anzahl aller möglichen Fälle, wobei letztere gegen unendlich streben soll.
Wahrscheinlichster Wert	Wert, dem unter gewissen theoretischen Annahmen maximale Wahrscheinlichkeit zukommt
Zufälliger Fehler	Zufällige Fehler sind Zufallsvariablen im Sinne der mathematischen Statistik; d.h. sie sind nicht einzeln voraussagbar, aber mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten behaftet. Zufällige Fehler sind ebenso häufig positiv wie negativ.
Zufallsvariable	Eine Zufallsvariable ist eine Funktion, die jedem Ereignis eines Zufallexperiments genau einen reellen Wert zuordnet. Die kleinen Differenzen der Realisationen sind rein zufällig.

Fest- resp. Passpunkte immer zu berücksichtigen. Das gilt insbesondere, wenn mit Hilfe der mittleren Fehler Punktverschiebungen zu beurteilen sind.

7. Zuverlässigkeit

Die Zuverlässigkeit eines geodätischen Netzes ist eine Eigenschaft der folgenden drei Elemente:

- der Struktur des geodätischen Netzes mit dem funktionalen und dem stochastischen Modell,
- der Alternativhypothese (eventuelle Fehler des Modells) mit den Anforderungen an die geodätische Deformationsmessung,
- des statistischen Tests, mit dem man das Modell nach der Ausführung der Messungen und Berechnungen testet.

Das Zusammenwirken der drei oben beschriebenen Elemente gewährleistet die Zuverlässigkeit, falls der Test mit einer genügenden Wahrscheinlichkeit die Fehler des Modells anzeigt, die an der Grenze des Annehmbaren liegen.

Diese theoretischen Überlegungen bezüglich der Zuverlässigkeit eines Messsystems sind bei geodätischen Überwachungsmessungen praktisch bedeutungslos, da die gesamte Netzkonfiguration vom zuständigen Ingenieur grundsätzlich schon nach folgenden Gesichtspunkten konzipiert wird:

- homogene Verteilung der Messungen über das Gebiet,
- gegenseitige Beobachtungen von Richtungen, Höhenwinkel und Distanzen zur Eliminierung systematischer Fehlereinflüsse einseitiger Visuren,
- möglichst grosse Kontrolle der einzelnen Messungen durch eine grosse Redundanz des gesamten Netzes.

8. Schlussbemerkungen

Mittlere Fehler und Fehlerellipsen sind einfache und praktische Indikatoren für die Beurteilung der Resultate – in der Regel Verschiebungen – geodätischer Deformationsmessungen. Es gibt daneben umfangreichere und aufwendigere statistische Methoden mit dem gleichen Ziel und Zweck. Diese Indikatoren sind abhängig von den A-priori-Werten des mathematischen Modells und stellen Grössenordnungen dar. Mittlere Fehler und Fehlerellipsen sollten in diesem Sinne genutzt werden.

Literatur

Carosio A.: Verfahren der multivarianten Statistik zur Beurteilung der Resultate und der Zuverlässigkeit geodätischer Messsysteme, IGP Zürich, Mitteilungen Nr. 35, 1983.

Carosio A.: Vorlesungsskript FAR I + II der ETH Zürich.

Schwarz W.: Vermessungsverfahren im Maschinen- und Anlagenbau.

Anschrift der Verfasser

Kurt Egger, beratender Ingenieur ETH/SIA, Rossbodenstr. 15, CH-7007 Chur.

Andreas Graf, dipl. Ing. ETH, Rappensteinstr. 15, CH-9000 St. Gallen.

Aerosole und Wolken – grosse Unbekannte der Klimaentwicklung

Andreas Walker

Aerosole spielen eine wichtige Rolle bei der Wolkenbildung. Die Wolken wiederum sind für die Temperaturen an der Erdoberfläche von grosser Bedeutung. Wolken und Aerosole sind in der Klimaentwicklung die grossen Unsicherheitsfaktoren.

Damit Wolken entstehen, muss die Luft mit Feuchtigkeit gesättigt sein und es müssen genug Aerosole als Kondensationskeime vorhanden sein, an denen sich die Feuchtigkeit anlagert und zu einem Wolkentröpfchen wird. Aerosole sind Produkte von verschiedenen Vorgängen auf der Erde wie zum Beispiel Verbrennungen, Vulkanausbrüchen, Staubstürmen und Salzwassergischt.

Eiswolken heizen, Quellwolken kühlen

Dünne, hohe Eiswolken führen wie die Treibhausgase zu einer Erwärmung, denn sie sind für die kurzwellige Sonnenstrahlung durchlässig, reflektieren hingegen die Wärmestrahlung zur Erde zurück. Tiefer liegende Wolken jedoch strahlen weiss in der Sonne: Sie reflektieren die Strahlung in den Weltraum hinaus und führen damit zu einer Abkühlung der Erdoberfläche.

Je mehr Aerosole in der Luft enthalten sind, desto mehr kleinere Wolkentröpfchen entstehen. Die Erhöhung der Anzahl Wolkentröpfchen lässt die Wolken weisser erscheinen und verstärkt damit die Reflexion und Streuung der Sonnenstrahlung, was eine abkühlende Wirkung zur Folge hat.

Die Regentropfen müssen eine gewisse Grösse erreichen, um als Niederschlag zur Erde zu fallen. Bei einer Aerosolzunahme erfolgt die Aufteilung des Wassergehaltes einer Wolke in mehr, aber kleinere Tröpfchen, was wiederum die Regenbildung hemmt. Durch die Verzögerung des Ausregnens wird die Lebensdauer von Wolken verlängert, was wiederum eine Abkühlung der Erdoberfläche zur Folge hat.

Aerosole lösen jedoch noch weitere Rückkopplungen aus. So beeinflusst die Absorption und Reflexion von Strahlung durch die Aerosole auch die Stabilität der Atmosphäre. Dies wirkt sich wiederum auf die Windstärke an der Erdoberfläche und damit auf die Aufwirbelung von Staub und die Produktion von Meersalzaerosolen aus.

Im globalen Mittel liegt zurzeit die kühlende Wirkung der Aerosole bei einer ähnlichen Grössenordnung wie die Wirkung der Treibhausgase. Dies bedeutet, dass der anthropogene Treibhauseffekt durch die Wirkung der Aerosole zurzeit noch abgeschwächt wird. Die Forscher gehen davon aus, dass bei konstanten Emissionen der kühlende Effekt der Aerosole im Vergleich zur Aufheizung der Treibhausgase in Zukunft an Bedeutung verliert.

Anschrift des Verfassers

Dr. *Andreas Walker*, Verlag CH-Forschung, c/o Oerlikon Journalisten AG, Gublerstrasse 59, CH-8050 Zürich, E-Mail: andreaswalker@gmx.ch